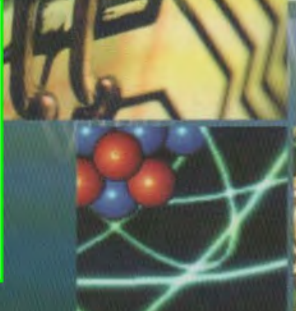


الدليل الهندسي الشامل

المرجع في المعادلات الرياضية والهندسية والعلمية









إعداد الدكتور المهندس أحمد بوشي

الدليل الهندسي الشامل

المرجع في المعادلات الرياضية
والهندسية والعلمية

- الطبعة الأولى 2005

- الناشر: شعاع للنشر والعلوم

حارة الرباط 2 - المنطقة 12 - حي السبيل 2

تلفاكس : 2643545 (21) 00963

هاتف : 2643546 (21) 00963

سورية ـ حلب

ص.ب 7875

لمزيد من المعلومات ولشراء كتب الدار مباشرة على الانترنت

يرجى زيارة موقعنا http://www.raypub.com

البريد الإلكتروني للقراء: nabilray@scs-net.org

البريد الإلكتروني لدور النشر والموزعين: raymail@raypub.com

الدليل الهندسي الشامل

المرجع في المعادلات الرياضية والهندسية والعلمية

إعداد

الدكتور المهندس أحمد بوشي

الإهداء

إلى من خلق الوجود لأجله

إلى منبع العلم الذي لا ينضب سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم

أهدي هذا العمل المتواضع

أحمد بوشي

المقدمة

للمساهمة في بناء صرح التقدم العلمي ومواكبة تطوره السريع، تحتاج المكتبة العربية اليوم إلى لبنة جديدة تساعد وتدعم إنشاء هذا الصرح.

تبرز أهمية هذا الكتاب لكونه يحتوي على كافة القوانين العلمية والمعادلات الهندسية المستخدمة في شتى أنواع العلوم، بالإضافة إلى الواحدات والجداول والرسوم التوضيحية الخاصة بكل علم.

يشمل هذا الكتاب العلوم المتنوعة التالية:

- الرياضيات.
- المعلوماتية.
- الفيزياء (ويتضمن: الاهتزازات والموجات وميكانيك الموائع والحرارة والصوت).
- الفيزياء الذرية.
- الميكانيك الهندسي.
- الهندسة الكهربائية.
- الهندسة الإلكترونية.
- هندسة التحكم.
- تصميم الآلات.

المقادير والواحدات

المقادير الفيزيائية

ترتبط جميع معادلات وقوانين هذا الكتاب ارتباطاً رياضياً مع المقادير الفيزيائية، لأنها مقادير قابلة للقياس.

يتكون أي مقدار فيزيائي من جداء قيمته العددية وواحدة قياسية (مثلاً المسافة = 3m، شدة التيار الكهربائي = 6A ... الخ). يسمح في الصيغ والجداول والمخططات البيانية التعبير عن دلالات المقادير الفيزيائية برموز أو أدلة صيغة، وقد اتفقت الجمعيات العالمية المختصة بوضع مدلولات قياسية ونظامية للصيغ الهندسية والمقادير الفيزيائية.

حيث يتم بموجب هذا الاتفاق طباعة دلائل الصيغ في الكتب والمجلات العالمية (بشكل مائل) وبحيث تصلح أيضاً لدلالات الرموز، مع أنها تعتبر دلائل صيغ وليست اختصارات. يتم اشتقاق كل المقادير الفيزيائية من خلال جداءات قوى لسبعة قيم أساسية هي: (الطول، الزمن، الكتلة، شدة التيار الكهربائي، درجة الحرارة، شدة الضوء، كمية المادة).

هذه الجداءات توصف كبعد لإحدى القيم التابعة لها، حيث لا يسمح بالخطأ في واحدة المقدار لأنها غير متعلقة بنظام القياس. إن قياس المقادير الفيزيائية - الهندسية يعني المقارنة مع شيء ما، وبشكل يوافق "واحدات قياسية" محددة، وهذا ما يشكل بمجموعه نظام قياس أو نظام واحدات. مع مرور الزمن تطورت أنظمة قياس كثيرة، في الغالب فقط لمجالات جزئية محددة من الفيزياء أو الهندسة وقد اشتهر نظامان في علم الميكانيك، الأول (نظام MKS) نظام هندسي متر - كيلوغرام - ثانية، والثاني (نظام CGS) نظام فيزيائي سنتيمتر - غرام - ثانية.

أما في مجال الهندسة الإلكترونية فقد تطور ذلك عن طريق إدخال نظـام الأمـبير MKSA، والذي أصبح اليوم جزءاً أساسياً من نظام الواحدات العالمي (SI). مـع تطور هذا النظام تم إيجاد نسب واضحة في مجال الواحدات أدت إلى خفض عددها بشكل ملحوظ.

المعادلات

تستخدم المعادلات العددية بهدف ربط المقادير الفيزيائية مع بعضها البعض بدقـة، حيث يشير كل رمز من رموز[1] المعادلة إلى أحد المقادير الفيزيائية. إذاً هي جـداء قيم عددية مع واحدة، لذلك فإن المعادلات ذات المقادير غير المتعلقـة بالواحـدة المختارة تصلح من حيث المبدأ.

في المعادلاتّ التي تحتوي ثوابت وقيم جدولية وما شابه ذلك يكون من الأسـهل، تعويض واحدات معينة. وهذا ينطبق على المعادلات ذات المقادير المستقلة. وتحتوي هذه المعادلات أيضاً مقادير فيزيائية، والتي تميز بواسطة خط كسري (غالباً مائل) يستخدم للواحدة المعطاة، مثلاً: $m/kg = \rho/kg\ dm^{-3}, V/dm^3$

الكثافة ρ معطاة في الجداول بـــ $Kg\text{-}dm^{-3}$

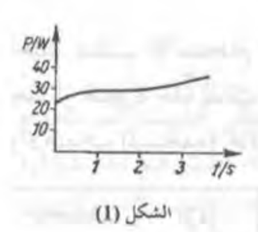
تختصر الواحدات بعد تعويض القيم العددية والواحدات للمقادير المستقلة. كما أن عنونة رؤوس الجداول ومحاور الإحداثيات تتم بهدف المعادلات العددية المفصولة. إن النسبة الحاصلة في قمة الجداول أو نهاية المحاور من المقدار والواحدة هي قـيم عددية للمقادير المعينة المقصودة، لذا يسمح بوجود القيم العددية في الجـداول أو على امتداد المحاور فقط. ومن الخطأ وضع الواحدات ضمن أقواس من الشكل [ ].

للأسف تقوم بعض الكتب الهندسية بكتابة معادلات ذات قيمة عدديـة، وهـذا صحيح فقط عند استخدام واحدات مسبقة محددة مضبوطة. كل صيغة تجسد هنا

[1] بشرط عدم وجود رموز رياضية (π، c، ln، sin،...).

فقط قيمة عددية، وبذلك تكون معادلات القيم العددية مناقضة للمقولة، المقدار = قيمة عددية × واحدة.

في هذا الكتاب تميز المعادلات ذات القيم العددية بالرمز نجمة (*).



الشكل (1)

1. نظام الواحدات العالمية (SI)

إن نظام الواحدات العالمي (SI) للمقادير الهندسية والفيزيائية والواحدات هو النظام الذي يُنصح باستخدامه في كل البلدان. إن اسم "System International d'uites" يختصر في كل اللغات بـ (SI)، وقد أقر في عام 1961 من المؤتمر العام الحادي عشر للمقاييس والأوزان. هذا النظام يشتمل واحدات SI (وهي الواحدات الأساسية لـ SI ومشتقاتها).

يستخدم نظام SI واحدات المقادير الأساسية المذكورة سابقاً كواحدات أساسية.

المقدار الأساسي	الرمز	الواحدة الأساسية	رمز الواحدة
الطول	l	المتر	m
الكتلة	m	الكيلو غرام	kg
الزمن	t	الثانية	s
شدة التيار الكهربائي	I	الأمبير	A
الحرارة	T	الكالفن	K
كمية المادة	n	المول	mol
شدة الضوء	I	الكانديلا	cd

يمكن اشتقاق واحدات جديدة من الواحدات الأساسية كجداء قوى مع العامل 1، تعطى أسماء مستقلة بذاتها (مثلاً، واط، جول، لوكس، نيوتن، الخ)، شرط كتابة الواحدة المشتقة التي تتخذ اسم شخص بحرف كبير، والواحدات الأخرى تكتب بحرف صغير.

أحياناً يتطلب الاستخدام العملي لنظام الواحدات SI التعبير عن قيم عددية كبيرة جداً أو صغيرة جداً لذلك تم توليد أضعاف أو أجزاء لهذا النظام. هـــذه الأجـــزاء والأضعاف المستخدمة عالمياً هي:

الأصناف	الرمز	القيمة	الأجزاء	الرمز	القيمة
ديكا	da	10^{1}	ديسي	d	10^{-1}
هيكتو	h	10^{2}	سنتي	c	10^{-2}
كيلو	k	10^{3}	ميللي	m	10^{-3}
ميغا	M	10^{6}	ميكرو	µ	10^{-6}
جيجا	G	10^{9}	نانو	n	10^{-9}
تيرا	T	10^{12}	بيكو	p	10^{-12}
بيتا	P	10^{15}	فيمتو	f	10^{-15}
اكسا	E	10^{18}	آتو	a	10^{-18}

يسمح استخدام الواحدات التي لها أسماء مستقلة فقط، وذلك لتكوين الأضعاف أو الأجزاء – وترفع الواحدة إلى أس وبذلك تصلح أيضاً للأضعاف والأجزاء دون أن توضع ضمن أقواس، أي تكون مثلاً cm^3 بنفس المعنى لـــ $(0.01\ m)^3$.

1.1 الواحدات القياسية (النظامية)

تم خلال المؤتمرات المتعاقبة وضع قوانين ناظمة للواحدات القياسية وتم الـــسماح باستخدامها في العلوم الهندسية والتقنية، وهذه القوانين هي:

1. نظام الواحدات SI (الواحدات الأساسية، المشتقة والمكملة لنظام واحدات SI)
2. الواحدات القانونية الأخرى.

بالإضافة لذلك وفي الفروع الخاصة من العلوم الهندسية والتقنيـــة هنـــاك بعـــض الواحدات الأخرى المسموح بها والمحددة بفترة زمنية معينة.

2.1 استخدام الواحدات الغريبة عن SI

في مرحلة الانتقال للتطبيق الشامل لنظام SI يكون من الممكن تحديد استخدام الواحدات القياسية الأخرى. يمكن أن تظهر الصعوبات عند تطبيق قيم الجداول، والمواد الأخرى. وذلك عندما - كما هو الآن في الواحدات العامة - تكون الواحدات SI غريبة. أيضاً في الكتاب المعروض يجب أن تستخدم واحدات SI الأجنبية في معظم المجالات.

بعد ذلك يمكن للقارئ بمساعدة جداول التحويل، الانتقال من واحدات SI وأيضاً بالعكس.

أعطيت في بعض الجداول قيم المواد لواحدات SI وكذلك أيضاً لـ SI الغريبة من أجل سهولة التحويل. عندما يتم اعتبار القاعدة الأساسية، "في جميع المعادلات والحسابات تكتب دائماً واحدات المقادير"، لا يحصل أي خطأ عند إجراء عملية التحويل.

3.1 تحويلات الواحدات

القوة

N	kp	Mp	p	dyn
1	0.102	1.02×10^{-4}	102	10^{5}
9.81	1	10^{-3}	10^{3}	9.81×10^{5}
9.81×10^{3}	10^{3}	1	10^{6}	9.81×10^{8}
9.81×10^{-3}	10^{-3}	10^{-6}	1	981
10^{-5}	1.02×10^{-6}	1.02×10^{-9}	1.02×10^{-3}	1

الطاقة، العمل

J	kpm	kWh	kcal	erg	eV
1	0.102	2.78×10^{-7}	2.39×10^{-4}	10^{7}	6.24×18^{18}
9.81	1	2.72×10^{-6}	2.34×10^{-3}	9.81×10^{7}	6.12×10^{19}
3.6×10^{6}	3.67×10^{5}	1	860	3.6×10^{13}	2.25×10^{25}
4187	427	1.16×10^{-3}	1	4.19×10^{10}	2.61×10^{22}
10^{-7}	1.02×10^{-8}	2.78×10^{-14}	2.39×10^{-11}	1	6.24×10^{11}
1.6×10^{-19}	1.63×10^{-20}	4.45×10^{-26}	3.83×10^{-23}	1.6×10^{-12}	1

الاستطاعة

W	kW	kpm s^{-1}	PS	cal s^{-1}	kcal h^{-1}
1	10^{-3}	0.102	1.36×10^{-3}	0.239	0.86
10^{3}	1	102	1.36	239	860
9.81	9.81×10^{-3}	1	1.33×10^{-2}	2.34	8.43
735.5	0.7355	75	1	175.7	632
4.187	4.19×10^{-3}	0.427	5.69×10^{-3}	1	3.6
1.16	1.16×10^{-3}	0.119	1.58×10^{-3}	0.278	1

الضغط

Pa = N m^{-2}	at = kp cm^{-2}	atm	bar	Torr	mm WS = kp m^{-2}
1	1.02×10^{-5}	9.87×10^{-6}	10^{-5}	75×10^{-4}	0.102
9.81×10^{4}	1	0.968	0.981	736	10^{4}
1.013×10^{5}	1.033	1	1.013	760	1.033×10^{4}
10^{5}	1.02	0.987	1	750	1.02×10^{4}

Pa = N m^{-2}	at = kp cm^{-2}	atm	bar	Torr	mm WS = kp m^{-2}
133	1.36×10^{-3}	1.32×10^{-3}	1.33×10^{-3}	1	13.6
9.81	10^{-4}	9.68×10^{-5}	9.81×10^{-5}	7.36×10^{-2}	1

انتباه: عوامل التحويل مع دقة الحساب. القيم الدقيقة انظر جدول أهم الواحدات. إن واحدات SI هي في العمود الأول.

4.1 جدول لأهم الواحدات

المقدار	الرمز	الواحدة	رمزها	العلاقة	ملاحظات	المضاعفات والأجزاء[2]
الطول	l, s, r	المتر (واحدة أساسية)	m		SI	+
المساحة	A		m^2		SI	+
الحجم	V	ليتر	m^3 l	$l = 10^{-3}m^3 = dm^3$	SI نظا	+
الزاوية	$\alpha, \beta, \gamma...$	راديان غراد الدقيقة الثانية	rad ° ' "	rad = m/m = 1 $1° = 1.745329 \times 10^{2}$ rad $1' = 1°/60 =$ 2.908882×10^{-4} rad $1'' = 1'/60$ $= 4.848137 \times 10^{-6}$ rad	SI نظا نظا نظا	+ - - -
الزاوية الفراغية	ω	ستراديان	Sr	sr = m^2/m^2 = l	SI	+
الزمن	t	الثانية (واحدة أساسية) الدقيقة الساعة اليوم	s min h d	 min = 60 s h = 60 min = 3600 s d = 24h = 1440 min = 86400 s	SI ges ges ges	+ − - -
التردد	f	هرتز	Hz	Hz = s^{-1}	SI	+
عدد الدورات	n	دورة/ثانية دورة/دقيقة دورة/ساعة	U/s U/min U/h	U/s = s^{-1} U/min = 1/min= 1.666667×10^{-2}/s U/h = 1/h 2.777778×10^{-4}/s	نظام نظا نظا	- - -
التردد الزاوي	ω		$\frac{1}{s}$		SI	+

المقدار	الرمز	الواحدة	رمزها	العلاقة	ملاحظات	المضاعفات والأجزاء[2]
السرعة	v		m/s		SI	+
			km/h	km/h = 1/3.6 m/s	نظا	/
التسارع	a		m/s^2		SI	/
السرعة الزاوية	ω		rad/s	rad/s = 1/s	SI	+
التسارع الزاوي	α		rad/s^2	$rad/s^2 = 1/s^2$	SI	+
الكتلة	m	الكيلوغرام (واحدة أساسية)	kg		SI	-
		الغرام	g	$g = 10^{-3}$ kg	نظا	+
		الطن	t	$t = 10^3$ kg	نظا	+
الكثافة	ρ		kg/m^3		SI	/
			kg/dm^3	$kg/dm^3 = t/m^3 = 10^3\ kg/m^3$	(نظا)	/
			g/cm^3	$g/cm^3 = kg/dm^3$ $= t/m^3 = 10^3\ kg/m^3$	(نظا)	/
القوة	F	نيوتن	N	$N = kg.m/s^2$	SI	+
قوة الثقالة	F_G	كيلوغرام ثقلي	kp	kp = 9,80665 N	(نظا)	-
		غرام ثقلي	p	p = 9,80665 mN	(نظا)	+
		دينة	dyn	$dyn = 10^{-5}$ N	(نظا)	+
عزم القوة عزم الدوران	M		N.m	$N.m = kg\ m^2/s^2$	SI	+
			kp.m	kp.m = 9,80665 N.m	(نظا)	/
			kp.cm	$kp.cm = 10^{-2}$ kp.m $= 9,80665 \times 10^{-2}$ Nm	(نظا)	/
		.	p.cm	$p.cm = 10^{-5}$ kp.m = 98,0665 μNm	(نظا)	/
العمل	W, A	جول	J	$J = N.m = kg\ m^2/s^2$	SI	+
الطاقة	W, E		kp.m	kpm = 9,80665 Nm	(نظا)	/
		كيلو واط ساعي	kwh	kwh = 3,6 MJ	نظا	-
		إرج	erg	$erg = 10^{-7}$ J	(نظا)	+
		الكترون فولت	eV	$eV = 1,602 \times 10^{-19}$ J	zul	+
		كالوري	cal	cal = 4,1868 J	(نظا)	+
الاستطاعة	P	واط	W	$w = J/s = kg\ m^2/s^3$	SI	+
			kpm/s	kpm/s = 9,80665 W	(نظا)	/
		حصان بخاري		PS = 735,49875 W	(zul)	-
الضغط	P	باسكال	Pa	$Pa = N/m^2 = kg/ms^2$	SI	+
		الضغط الجوي	at	at = 98,0665 kpa $= 1\ kp/cm^2 = 10^4\ kp/m^2$	(نظا)	-
		الضغط الجوي الفيزيائي	atm	atm = 760 Torr = 0.101325 MPa	(نظا)	+
		عمود ماء	Torr	Torr = 133.3224 Pa	(نظا)	-
		بار	bar	$Bar = bar = 10^5$ Pa	(نظا)	+

المقدار	الرمز	الواحدة	رمزها	العلاقة	ملاحظات	المضاعفات والأجزاء[2]
		متر عمود ماء	mWS	m ws = 0.1 at = 9.80665 kpa	(نظا)	+
		ميلمتر عمود ماء	mWS	mmWS = 10^{-4} at = 9.80665 Pa	(نظا)	-
الإجهاد الميكانيكي	σ	باسكال	Pa	Pa = N/m² = kg/ms²	SI	+
			kp/mm²	kp/mm² = 9.80665 MPa	(نظا)	/
عامل المرونة	E		kp/cm²	Kp/cm² = 98.0665 kpa	(نظا)	/
عامل الانضغاط	K					
عامل الانزياح	G					
إجهاد الشد السطحي	σ		N/m	N/m = kg/s²	SI	/
اللزوجة الديناميكية	η	باسكال ثانية	Pa.s	Pa.s = Ns/m² = kg/ms	SI	+
		بويز	P	P = 0.1 N.s/m²	(نظا)	+
		سنتي بويز	cP	cP = 10^{-3} Ns/m² = 1 Pa.s	(نظا)	-
اللزوجة الحركية	ν	ستوكس	St	St = 10^{-4} m²/s	(نظا)	+
		سنتي ستوكس	cSt	cSt = 10^{-6} m²/s = mm²/s	(نظا)	-
الدفع قوة الصدم	P		N.s	Ns = kg m/s	SI	/
الدفع الدوراني	L		N.m.s	N ms = kg m²/s	SI	/
عزم العطالة الكتلي	J		kg.m²		SI	/
عزم عطالة المساحة	I		m⁴		SI	+
درجة الحرارة المطلقة	T	كالفن (وحدة أساسية)	K		SI	+
	t	درجة مئوية	°C	$t = T - T_0$ (T_0 = 273.15 K)	(نظا)	-
فرق درجة الحرارة	Δt, ΔT	كالفن	K		SI	+
		غراد	grd		(نظا)	-
		درجة مئوية	°C		نظا	-
		درجة كالفن	°K		(نظا)	-
كمية الحرارة	Q, W	جول	J	J = Ws = N.m = kg.m²/s²	SI	+
		كالوري	cal	cal = 4.1868 J	(نظا)	+
		كيلو كالوري	kcal	kcal = 4.1868 kJ	(نظا)	-
السعة الحرارية	C		J/K	J/K = Ws/k = Nm/K = Kgm²/s²K	SI	/
الانتروبي	S		kcal/K	Kcal/K = 4.1868 kJ/K	(نظا)	/

المقدار	الرمز	الواحدة	رمزها	العلاقة	ملاحظات	المضاعفات والأجزاء[2]
السعة الحرارية النوعية	c		J/Kg.K kcal/kg.K	$J/kgK = m^2/s^2K$ $Kcal/kgK = 4.1868\ kJ/kgk$	SI (نظا)	/ /
عامل انتقال الحرارة	α		w/m^2k $kcal/m^2hK$	$W/m^2K = kg/s^3K$ $Kcal/m^2hK = 1.163\ W/m^2K$	SI (نظا)	/ /
عامل التوصيل الحراري	k		cal/cmsK	$cal/cm\ sK$ $= 4.1868 \times 10^4\ W/m^2K$	(نظا)	/
قابلية التوصيل الحراري	λ		W/mK kcal/mhK	$W/mK = kgm/s^3K$ $Kcal/m.h.K$ $= 1.163\ W/mK$	SI (نظا)	/ /
شدة التيار الكهربائي	I	الأمبير (وحدة أساسية)	A		SI	+
كمية الكهرباء، الشحنة الكهربائية	Q	كولون	C	$C = As$	SI	+
الجهد الكهربائي	U	الفولت	V	$V = W/A$ $= kgm^2/s^3A$	SI	+
المقاومة الكهربائية	R	أوم	Ω	$\Omega = V/A$ $= kgm^2/s^3A^2$	SI	+
قيمة التوصيل الكهربائي (مقلوب المقاومة)	G	سيمنس	S	$S = 1/\Omega = A/V$ $= s^3A^2/kg.m^2$	SI	+
المقاومة النوعية	ρ	أوم.متر	Ωm $\Omega mm^2/m$	$\Omega m = V.m/A$ $= kg\ m^3/s^3A^2$ $\Omega mm^2/m = 10^{-6}\ \Omega\ m$ $= \mu\Omega m$	SI نظا	+ -
سعة المكثف	C	الفاراد	F	$F = C/V = As/V$ $= s^4\ A^2/kg.m^2$	SI	+
كثافة الإزاحة	D		C/m^2	$C/m^2 = As/m^2$	SI	/
شدة الحقل الكهربائي	E		V/m V/cm	$V/m = kg.m/s^3A$ $V/cm = 10^2V/m$	SI (نظا)	/ /
ثابت العازلية الكهربائي	ε		F/m	$F/m = s^4A^2/kgm^3$	SI	/

المقدار	الرمز	الواحدة	رمزها	العلاقة	ملاحظات	المضاعفات والأجزاء[2]
شدة الحقل المغناطيسي	H		A/m		SI	/
		اورستد	Oe	Oe = 10/4π A/cm = 10^3/4π A/m = 79.5775 A/m	mz	
التدفق المغناطيسي	Φ	ويبر	Wb	Wb = Vs = kg.m^2/s^2A	SI	+
		ماكسويل	M	M = 10^{-8} Wb	mz	
التحريض المغناطيسي	B	تسلا	T	T = Wb/m^2 = Vs/A = kg/s^2A	SI	+
		غوص	G	G = 10^{-4}T	mz	
شدة التحريض	L	هنري	H	H = Wb/A; VS/A = Kgm^2/s^2A^2	SI	+
قابلية المغنطة	μ		H/m	H/m = Wb/A.m = Vs/A.m = kgm/s^2A^2	SI	/
ضغط الصوت	p	باسكال	Pa	Pa = N/m^2 = kg/ms^2	SI	+
			μbar	μbar = 0.1 Pa	(نظا)	-
شدة الصوت	J		W/m^2	W/m^2 = J/s.m^2 = kg/s^3	SI	+
شدة الضوء	I	كاندلا (وحدة أساسية)	cd		SI	+
كثافة الإضاءة	L		cd/m^2		SI	/
			stilb	sb = cd/cm^2 = 10^4 cd/m^2	(نظا)	+
			Apostilb	asb = 1/π cd/m^2 = 0.31831 cd/m^2	zul	-
التدفق الضوئي	Φ	لومن	lm	lm = cd.sr	SI	+
شدة الإضاءة	E	لوكس	lx	lx = lm/m^2 = Cd.sr/m^2	SI	+
كمية الأيونات	X	كولون/كغ	C/kg	C/kg = As/kg	SI	/
		رونتجن	R	R = 2.58 x 10^{-4} C/kg	(نظا)	+
كمية الطاقة	D	غراي	Gy	Gy = J/kg = m^2/s^2	SI	+
		راد	rd	rd = 10^{-2} Gy	(نظا)	+
الإشعاع	A	بيكريل	Bq	Bq = 1/s	SI	+
		كوري	Ci	Ci = 3.7 x 10^{10} Bq	(نظا)	+
كمية المادة	n	مول (وحدة أساسية)	mol		SI	/
الكتلة المولية	M		kg/mol		SI	/
الحجم المولي	V_m		m^3/mol		SI	/
سعة الحرارة المولية	C_m		J/mol.k	J/mol k = kg m^2/s^2 mol k	SI	/

1) ملاحظات

SI : واحدة SI (أساس الواحدة أو الواحدة المشتقة)

نظا: واحدة نظامية

(نظا) : واحدة نظامية (محددة حتى زمن معين)

all : الواحدة المسموح بها (فقط في مجالات خاصة)

(all) : الواحدة المسموح بها (فقط في مجالات خاصة وحتى زمن معين)

n.all : واحدة غير مسموح بها

2) الرموز والمضاعفات والأجزاء

+ : مسموح بها — - : غير مسموح بها

/ : واحدة مركبة، انظر الواحدات الفرعية.

n^2, n^3, $\sqrt{n}$, $\frac{1}{4}\pi n^2$, πn, lg n für $n = 1 \ldots 25$

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{4}\pi n^2$	πn	lg n
1	1	1	1,000	0,785	3,142	0,0000
2	4	8	1,414	3,142	6,283	0,3010
3	9	27	1,732	7,069	9,425	0,4771
4	16	64	2,000	12,57	12,57	0,6021
5	25	125	2,236	19,63	15,71	0,6990
6	36	216	2,449	28,27	18,85	0,7782
7	49	343	2,646	38,48	21,99	0,8451
8	64	512	2,828	50,27	25,13	0,9031
9	81	729	3,000	63,62	28,27	0,9542
10	100	1000	3,162	78,54	31,42	1,0000
11	121	1331	3,317	95,03	34,56	1,0414
12	144	1728	3,464	113,1	37,70	1,0792
13	169	2197	3,606	132,7	40,84	1,1139
14	196	2744	3,742	153,9	43,98	1,1461
15	225	3375	3,873	176,7	47,12	1,1761
16	256	4096	4,000	201,1	50,27	1,2041
17	289	4913	4,123	227,0	53,41	1,2304
18	324	5832	4,243	254,5	56,55	1,2553
19	361	6859	4,358	283,5	59,69	1,2788
20	400	8000	4,472	314,2	62,83	1,3010
21	441	9261	4,583	346,4	65,97	1,3222
22	484	10648	4,690	380,1	69,12	1,3424
23	529	12167	4,796	415,5	72,26	1,3617
24	576	13824	4,899	452,4	75,40	1,3802
25	625	15625	5,000	490,9	78,54	1,3979
n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{4}\pi n^2$	πn	lg n

n^2, n^3, $\sqrt{n}$, $\frac{1}{4}\pi n^2$, πn, lg n für $n = 26 \ldots 50$

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{4}\pi n^2$	πn	lg n
26	676	17576	5,099	530,9	81,68	1,4150
27	729	19683	5,196	572,6	84,82	1,4314
28	784	21952	5,292	615,8	87,96	1,4472
29	841	24389	5,385	660,5	91,11	1,4624
30	900	27000	5,477	706,9	94,25	1,4771
31	961	29791	5,568	754,8	97,39	1,4914
32	1024	32768	5,657	804,2	100,5	1,5051
33	1089	35937	5,745	855,3	103,7	1,5185
34	1156	39304	5,831	907,9	106,8	1,5315
35	1225	42875	5,916	962,1	110,0	1,5441
36	1296	46656	6,000	1018	113,1	1,5563
37	1369	50653	6,083	1075	116,2	1,5682
38	1444	54872	6,164	1134	119,4	1,5798
39	1521	59319	6,245	1195	122,5	1,5911
40	1600	64000	6,325	1257	125,7	1,6021
41	1681	68921	6,403	1320	128,8	1,6128
42	1764	74088	6,481	1385	131,9	1,6232
43	1849	79507	6,557	1452	135,1	1,6335
44	1936	85184	6,633	1521	138,2	1,6435
45	2025	91125	6,708	1590	141,4	1,6532
46	2116	97336	6,782	1662	144,5	1,6628
47	2209	103823	6,856	1735	147,7	1,6721
48	2304	110592	6,928	1810	150,8	1,6812
49	2401	117649	7,000	1886	153,9	1,6902
50	2500	125000	7,071	1963	157,1	1,6990
n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{4}\pi n^2$	πn	lg n

n^2, n^3, $\sqrt{n}$, $\frac{1}{4}\pi n^2$, πn, $\lg n$ für $n = 51 \ldots 75$

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{4}\pi n^2$	πn	$\lg n$
51	2601	132651	7,141	2043	160,2	1,7076
52	2704	140608	7,211	2124	163,4	1,7160
53	2809	148877	7,280	2206	166,5	1,7243
54	2916	157464	7,348	2290	169,6	1,7324
55	3025	166375	7,416	2376	172,8	1,7404
56	3136	175616	7,483	2463	175.9	1,7482
57	3249	185193	7,550	2552	179.1	1,7559
58	3364	195112	7,616	2642	182.2	1,7634
59	3481	205379	7,681	2734	185,4	1,7709
60	3600	216000	7,746	2827	188,5	1,7782
61	3721	226981	7,810	2922	191,6	1,7853
62	3844	238328	7,874	3019	194,8	1,7924
63	3969	250047	7,937	3117	197,9	1,7993
64	4096	262144	8,000	3217	201,1	1,8062
65	4225	274625	8,062	3318	204,2	1,8129
66	4356	287496	8,124	3421	207.3	1,8195
67	4489	300763	8,185	3526	210.5	1,8261
68	4624	314432	8,246	3632	213,6	1,8325
69	4761	328509	8,307	3739	216,8	1,8388
70	4900	343000	8,367	3848	219,9	1,8451
71	5041	357911	8,426	3959	223,1	1,8513
72	5184	373248	8,485	4072	226,2	1,8573
73	5329	389017	8,544	4185	229,3	1,8633
74	5476	405224	8,602	4301	232,5	1,8692
75	5625	421875	8,660	4418	235,6	1,8751
n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{4}\pi n^2$	πn	$\lg n$

n^2, n^3, $\sqrt{n}$, $\frac{1}{4}\pi n^2$, πn, lg n für n = 76 ... 100

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{4}\pi n^2$	πn	lg n
76	5776	438976	8,718	4536	238,8	1,8808
77	5929	456533	8,775	4657	241,9	1,8865
78	6084	474552	8,832	4778	245,0	1,8921
79	6241	493039	8,888	4902	248,2	1,8976
80	6400	512000	8,944	5027	251,3	1,9031
81	6561	531441	9,000	5153	254,5	1,9085
82	6724	551368	9,055	5281	257,6	1,9138
83	6889	571787	9,110	5411	260,8	1,9191
84	7056	592704	9,165	5542	263,9	1,9243
85	7225	614125	9,220	5675	267,0	1,9294
86	7396	636056	9,274	5809	270,2	1,9345
87	7569	658503	9,327	5945	273,3	1,9395
88	7744	681472	9,381	6082	276,5	1,9445
89	7921	704969	9,434	6221	279,6	1,9494
90	8100	729000	9,487	6362	282,7	1,9542
91	8281	753571	9,539	6504	285,9	1,9590
92	8464	778688	9,592	6648	289,0	1,9638
93	8649	804357	9,644	6793	292,2	1,9685
94	8836	830584	9,695	6940	295,3	1,9731
95	9025	857375	9,747	7088	298,5	1,9777
96	9216	884736	9,798	7238	301,6	1,9823
97	9409	912673	9,849	7390	304,7	1,9868
98	9604	941192	9,899	7543	307,9	1,9912
99	9801	970299	9,950	7698	311,0	1,9956
100	10000	1000000	10,000	7854	314,2	2,0000
n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{4}\pi n^2$	πn	lg n

arc α, sin α, tan α, cot α, cos α für α = 0 ... 90°

α	arc α	sin α	tan α	cot α	cos α		
0°	0,0000	0,0000	0,0000	∞	1,0000	1,5708	90°
0° 10′	0,0029	0,0029	0,0029	343,8	1,0000	1,5679	89° 50′
0° 20′	0,0058	0,0058	0,0058	171,9	1,0000	1,5650	89° 40′
0° 30′	0,0087	0,0087	0,0087	114,6	1,0000	1,5621	89° 30′
0° 40′	0,0116	0,0116	0,0116	85,94	0,9999	1,5592	89° 20′
0° 50′	0,0145	0,0145	0,0145	68,75	0,9999	1,5563	89° 10′
1°	0,0175	0,0175	0,0175	57,29	0,9998	1,5533	89°
1° 10′	0,0204	0,0204	0,0204	49,10	0,9998	1,5504	88° 50′
1° 20′	0,0233	0,0233	0,0233	42,96	0,9997	1,5475	88° 40′
1° 30′	0,0262	0,0262	0,0262	38,19	0,9997	1,5446	88° 30′
1° 40′	0,0291	0,0291	0,0291	34,37	0,9996	1,5417	88° 20′
1° 50′	0,0320	0,0320	0,0320	31,24	0,9995	1,5388	88° 10′
2°	0,0349	0,0349	0,0349	28,64	0,9994	1,5359	88°
2° 10′	0,0378	0,0378	0,0378	26,43	0,9993	1,5330	87° 50′
2° 20′	0,0407	0,0407	0,0407	24,54	0,9992	1,5301	87° 40′
2° 30′	0,0436	0,0436	0,0437	22,90	0,9990	1,5272	87° 30′
2° 40′	0,0465	0,0465	0,0466	21,47	0,9989	1,5243	87° 20′
2° 50′	0,0495	0,0494	0,0495	20,21	0,9988	1,5213	87° 10′
3°	0,0524	0,0523	0,0524	19,08	0,9986	1,5184	87°
3° 10′	0,0553	0,0552	0,0553	18,07	0,9985	1,5155	86° 50′
3° 20′	0,0582	0,0581	0,0582	17,17	0,9983	1,5126	86° 40′
3° 30′	0,0611	0,0610	0,0612	16,35	0,9981	1,5097	86° 30′
3° 40′	0,0640	0,0640	0,0641	15,60	0,9980	1,5068	86° 20′
3° 50′	0,0669	0,0669	0,0670	14,92	0,9978	1,5039	86° 10′
4°	0,0698	0,0698	0,0699	14,30	0,9976	1,5010	86°
		cos α	cot α	tan α	sin α	arc α	α

α	arc α	sin α	tan α	cot α	cos α		
4°10′	0,0727	0,0727	0,0729	13,73	0,9974	1,4981	85°50′
4°20′	0,0756	0,0756	0,0758	13,20	0,9971	1,4952	85°40′
4°30′	0,0785	0,0785	0,0787	12,71	0,9969	1,4923	85°30′
4°40′	0,0814	0,0814	0,0816	12,25	0,9967	1,4893	85°20′
4°50′	0,0844	0,0843	0,0846	11,83	0,9964	1,4864	85°10′
5°	0,0873	0,0872	0,0875	11,43	0,9962	1,4835	85°
6°	0,1047	0,1045	0,1051	9,514	0,9945	1,4661	84°
7°	0,1222	0,1219	0,1228	8,144	0,9925	1,4486	83°
8°	0,1396	0,1392	0,1405	7,115	0,9903	1,4312	82°
9°	0,1571	0,1564	0,1584	6,314	0,9877	1,4137	81°
10°	0,1745	0,1736	0,1763	5,671	0,9848	1,3963	80°
11°	0,1920	0,1908	0,1944	5,145	0,9816	1,3788	79°
12°	0,2094	0,2079	0,2126	4,705	0,9781	1,3614	78°
13°	0,2269	0,2250	0,2309	4,331	0,9744	1,3439	77°
14°	0,2443	0,2419	0,2493	4,011	0,9703	1,3265	76°
15°	0,2618	0,2588	0,2679	3,732	0,9659	1,3090	75°
16°	0,2793	0,2756	0,2867	3,487	0,9513	1,2915	74°
17°	0,2967	0,2924	0,3057	3,271	0,9563	1,2741	73°
18°	0,3142	0,3090	0,3249	3,078	0,9511	1,2566	72°
19°	0,3316	0,3256	0,3443	2,904	0,9455	1,2392	71°
20°	0,3491	0,3420	0,3640	2,747	0,9397	1,2217	70°
		cos α	cot α	tan α	sin α	arc α	α

α	arc α	sin α	tan α	cot α	cos α		
21°	0,3665	0,3584	0,3839	2,605	0,9336	1,2043	69°
22°	0,3840	0,3746	0,4040	2,475	0,9272	1,1868	68°
23°	0,4014	0,3907	0,4245	2,356	0,9205	1,1694	67°
24°	0,4189	0,4067	0,4452	2,246	0,9135	1,1519	66°
25°	0,4363	0,4226	0,4663	2,145	0,9063	1,1345	65°
26°	0,4538	0,4384	0,4877	2,050	0,8988	1,1170	64°
27°	0,4712	0,4540	0,5095	1,963	0,8910	1,0996	63°
28°	0,4887	0,4695	0,5317	1,881	0,8829	1,0821	62°
29°	0,5061	0,4848	0,5543	1,804	0,8746	1,0647	61°
30°	0,5236	0,5000	0,5774	1,732	0,8660	1,0472	60°
31°	0,5411	0,5150	0,6009	1,664	0,8572	1,0297	59°
32°	0,5585	0,5299	0,6249	1,600	0,8480	1,0123	58°
33°	0,5760	0,5446	0,6494	1,540	0,8387	0,9948	57°
34°	0,5934	0,5592	0,6745	1,483	0,8290	0,9774	56°
35°	0.6109	0,5736	0,7002	1,428	0,8192	0,9599	55°
36°	0,6283	0,5878	0,7265	1,376	0,8090	0,9425	54°
37°	0,6458	0,6018	0,7536	1,327	0,7986	0,9250	53°
38°	0,6632	0,6157	0,7813	1,280	0,7880	0,9076	52°
39°	0,6807	0,6293	0,8098	1,235	0,7771	0,8901	51°
40°	0,6981	0,6428	0,8391	1,192	0,7660	0,8727	50°
41°	0,7156	0,6561	0,8693	1,150	0,7547	0,8552	49°
42°	0,7330	0,6691	0,9004	1,111	0,7431	0,8378	48°
43°	0,7505	0,6820	0,9325	1,072	0,7314	0,8203	47°
44°	0,7679	0,6947	0,9657	1,036	0,7193	0,8029	46°
45°	0,7854	0,7071	1,0000	1,000	0,7071	0,7854	45°
		cos α	cot α	tan α	sin α	arc α	α

أهم الثوابت المستخدمة

$\lg n$	n	المقدار	$\lg n$	n	المقدار
0,23856	1,73205	$\sqrt{3}$	0,15051	1,41421	$\sqrt{2}$
0,50285−1	0,31831	$1 : \pi$	0,49715	3,14159	π [2])
0,99430	9,86960	π^2	0,89509−1	0,78540	$\frac{\pi}{4}$
0,16572	1,46459	$\sqrt[3]{\pi}$	0,24857	1,77245	$\sqrt{\pi}$
0,56571−1	0,36788	$1 : e$	0,43429	2,71828	e
0,36222	2,30259	$\frac{1}{M_{10}} = \ln 10$	0,63778−1	0,43429	$M_{10} = \lg e$
0,49576	3,13156	$\sqrt{g}$	0,99152	9,80665	g_n [1])

2. علم الحساب والجبر الخطي

2-1 المجموعات

تعريف: تعرف المجموعة بأنها جمع مواضيع مختلفة، ومنفردة، (عناصر المجموعة) لوحدة كلية. وغالباً ما يرمز للمجموعات بأحرف كبيرة، مثلاً: A، B، ..... M، N، ..... ، M_1، M_2. أما عناصر المجموعة فيرمز لها بأحرف صغيرة مثلاً: a، b، ...، x، y، ...، x_1، x_2

$a \in A$ يعني أن a هو عنصر من A

$b \notin A$ يعني أن b هو ليس عنصر من A

$A = \phi$ يعني أن A لا تحتوي على أي عنصر، المجموعة الخالية.

تكوين المجموعة (مزايا)

1. من خلال تعداد العناصر، مثلاً: $M_1 = \{-1, 0, +1\}$، $M_2 = \{0, 2, 4, ..., 2n, ...\}$

2. من خلال خواص المجموعة، مثلاً: $M_2 = \{2n \mid n \in N\}$ مجموعة الأعداد الطبيعية.

العلاقات بين المجموعات

المجموعة الجزئية : $B \subseteq A$: A هي مجموعة جزئية (محتواة) في B أو B هي المجموعة التي تحتوي A. وكل عنصر من A هو عنصر من B ($A \subset B$ مجموعة جزئية حقيقية: B تحتوي على الأقل عنصر واحد، والذي لا ينتمي إلى المجموعة A).

المساواة: $A = B$، كل عنصر في المجموعة A هو عنصر في المجموعة B، والعكـــس، هذا يعني أن المساواة صحيحة $a \in A \Leftrightarrow a \in B$.

العمليات في المجموعات

الاجتماع: $A \cup B$ (A اجتماع B) هو مجموع كل العناصر التي تنتمي إلى A أو B (انظر الشكل 2a أو 2b) هذا يعني

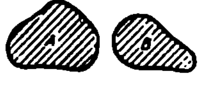
$a \in A \cup B \Leftrightarrow a \in A$ أو $a \in B$



الشكل 2a

التقاطع: $A \cap B$ (A تقاطع B)، كل العناصر التي تنتمي إلى A وB (شكل 3) هذا يعني

$a \in A \cap B \Leftrightarrow a \in A$ و $a \in B$



الشكل 2b

الفرق: $A \backslash B$ (فرق من A وB): مجموعة كل العناصر الـــتي تنتمي إلى A وليس إلى B (شكل 4) هذا يعني:

$a \in A \backslash B \Leftrightarrow a \in A$ و $a \notin B$



الشكل 3

الجداء: $A \times B$ (A ضرب B) مجموعة كل العناصر الزوجية المرتبة (a_i, b_j) مع $a_i \in A$ و $b_j \in B$.

الشكل 4

2-2 المتطابقات الشهيرة

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1}a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1\times 2}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1\times 2\times 3}a^{n-3}b^3 + \ldots\ldots + b^n$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots\ldots\ldots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

3-2 القوى

تعريف: $a^n = \underbrace{a.a.a...a}_{\text{عاملي } n}$

فك الأقواس (علامة الناقص والزائد): $(\pm a)^{2n-1} = \pm a^{2n-1}$ ، $(\pm a)^{2n} = + a^{2n}$

حالات خاصة: $0^n = 0 \quad 1^n = 1 \quad a^1 = a$

تعريفات موسعة: $a^0 = 1$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ وذلك من أجل $(a \neq 0)$

قوانين القوى:

$a^m.a^n = a^{m+n}$ مثلاً $a^4.a^3 = a^7$

$a^m:a^n = a^{m-n}$ مثلاً $a^4:a^3 = a$

$a^n.b^n = (ab)^n$ مثلاً $a^3.b^3 = (a.b)^3$

$a^3 : b^3 = (a/b)^3$ مثلاً $a^n : b^n = (a/b)^n$

$(a^2)^3 = (a^3)^2 = a^6$ مثلاً $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n}$

4.2 الجذور

تعريف: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ وذلك من أجل $a \geq 0$

يمكن إعادة الحساب إلى قوى كسرية في حالة الجداء، التقسيم، والرفع إلى قوة أو الجذر وكذلك إضافة أو اختصار الجذور:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad (a \geq 0)$$

قوانين الجذور:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = (ab)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = a^{\frac{1}{n}} : b^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{mn}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\sqrt[np]{a^{mp}} = a^{\frac{mp}{np}} = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

5.2 اللوغاريتمات

تعريف: $n = \log_a b$، عندما $a^n = b$ وذلك من أجل $b > 0$

أنظمة اللوغاريتم:

النظام العشري أو اللوغاريتم الأسي،

الأساس $a = 10$

$\log_{10} b = \log b = n$، عندما $10^n = b$

اللوغاريتم الطبيعي: ذو الأساس $a = e$

$\log_e b = \ln b = n$ وذلك عندما $e^n = b$

قوانين اللوغاريتمات:

$\log (b.c) = \log b + \log c$

$\log \frac{b}{c} = \log b - \log c$

$\log c^n = n . \log c$

$\log \sqrt[n]{c} = \frac{1}{n} . \log c$

حالات خاصة:

$a^{\log_a b} = b; 10^{\lg b} = b; e^{\ln b} = b$

$\log_a (a^n) = n; \log 10^n = n; \ln e^n = n$

$\log_a a = 1; \log 10 = 1; \ln e = 1$

$\log_a 1 = 0; \log 1 = 0; \ln 1 = 0$

التحويل:

من النظام العشري إلى النظام الطبيعي

$\ln a = \ln 10 . \lg a; \ln 10 = \frac{1}{M_{10}} \approx 2.3026$

من النظام الطبيعي إلى النظام العشري

$\log a = \lg e \,.\, \ln a;\ \lg c = M_{10} \approx 0.4343$

دلائل اللوغاريتمات:

$\lg 1 = 0;\ \lg 0.1 = 0.00 - 1 = 9.00 - 10$

$\lg 10 = 1;\ \lg 0.01 = 0.00 - 2 = 8.00 - 10$

$\lg 100 = 2;\ \lg 0.001 = 0.00 - 3 = 7.00 - 10$

$\lg 1000 = 3;$

6.2 الأعداد العقدية

الوحدة التخيلية: $i = \sqrt{-1}$

تعريف:

$i^2 = -1$

$i^3 = -i,\ i^4 = +1,\ i^5 = +i,\ ....;\ i^0 = +1$

$$\left.\begin{array}{l} i^{4n} = +1, i^{4n+1} = +i, \\ i^{4n+2} = -1, i^{4n+3} = -i \end{array}\right\} n = 0, 1, 2, ...$$

العدد العقدي: $a + bi$ (حيث a القسم الحقيقي، b القسم التخيلي)

نسمي العددان العقديان $a + bi$، و$a - bi$، اللذان يختلفان فقط في إشارة القسم التخيلي، بالعددان العقديان المترافقان

$(a + bi)\,(a-bi) = a^2 + b^2$

شكل أولر العقدي (Euler):

$(a \pm bi) = r\,(\cos \varphi \pm i \sin \varphi) = r\, e^{\pm i\varphi}$

العلاقات:

$a = r\cos\varphi \qquad r = \sqrt{a^2 + b^2}$

$b = r\sin\varphi \qquad \tan\varphi = \frac{b}{a}$

7.2 السلاسل

1.7.2 *السلاسل العددية*

في سلسلة عددية $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$ يكون الفرق d بين أي عنصرين متتالين ثابت.

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = ... = a_n - a_{n-1} = d$$

كل عنصر في سلسلة عددية هو وسط حسابي للعنصرين المجاورين له. (واقع بينهما).

$$a_k = \frac{a_{k+1} + a_{k-1}}{2}$$

العنصر النهائي:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

المجموع:

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

مجموع الأعداد الموجبة الصحيحة:

$$1 + 2 + 3 + ... + n = \sum_{k=1}^{k=n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

مجموع الأعداد المربعة:

$$1^2 + 2^2 + ... + n^2 = \sum_{k=1}^{k=n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

مجموع الأعداد المكعبة:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \sum_{k=1}^{k=n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = (1 + 2 + ... + n)^2 = \left(\sum_{k=1}^{k=n} k\right)^2$$

2.7.2 السلاسل الهندسية

في سلسلة هندسية $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$ تكون نسبة أي عنصرين متتاليين q ثابتة..

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = ... = \frac{a_n}{a_{n-1}} = q$$

كل عنصر في سلسلة هندسية هو وسط هندسي للعنصرين المجاورين لـه (واقـع بينهما).

$$a_k = \sqrt{a_{k+1}\, a_{k-1}}$$

العنصر النهائي:

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

المجموع:

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

وذلك من أجل $|q| \geq 1$ أي $|q| \neq 1$.

مجموع السلسلة الهندسية اللانهائية تحت شرط: $|q| < 1$.

$$s = \frac{a_1}{1 - q}$$

8.2 المعينات

تعريف: إن المعينة D ذات n سلسلة هي تابع منطقي كامل من المتحـولات n^2، والمنظم في جدول مؤلف من n سطر و n عمود.

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

قيمة المعينة ذات الترتيب الثنائي هي:

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}$$

قيمة المعينة ذات الترتيب الثلاثي (قانون Sarrus):

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$
$$=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}$$
$$-a_{31}a_{22}a_{13}-a_{32}a_{23}a_{11}-a_{33}a_{21}a_{12}$$

لا تتغير قيمة المعينة، وذلك عندما يتم:

1. تبديل الأعمدة مع الأسطر (انعكاس المضلع الأساسي):

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{21} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}$$

2. تغيير المعينة (إضافة أحد الأسطر، والأعمدة، والتي يكون لها نقطة التقاطع مساوية للواحد، والعناصر الأخرى للعمود (سطر) هي صفر، في حين أن سطر (عمود)، قيمة لا على التعيين، مثلاً:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & a_{11} & a_{12} \\ y & a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 0 & a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

3. بإضافة أحد عناصر السلسلة (أسطر أو أعمدة)، بعد ضربه بالعامل λ، لها سلسلة موازية مثلاً:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+\lambda a_{31} & a_{22}+\lambda a_{32} & a_{23}+\lambda a_{33} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

تأخذ المعينة قيمة الصفر عندما:

1. كل عناصر سلسلة (عمود أو سطر) تساوي الصفر، مثلاً:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$$

2. عناصر السلسلة بموجب عناصر سلسلة موازية تساوي أو مضروبة بنسبة معينة:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ ma_{11} & m_{12} & ma_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0$$

تتغير إشارة المعينة، عندما يتم تبادل سلسلتين متوازيتين مع بعضهما، تضرب معينة بعامل λ عندما نستطيع أن نضرب هذا العامل بكل عناصر سطر من المعينة (وبالعكس: يمكن إخراج عامل خارج المعينة عندما يكون هذا العامل مضروباً بكل عناصر المعينة)

$$\lambda . \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \lambda a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

نحصل على المعينة المختصرة المرتبة α_{ik} ذات العنصر a_{ik} بشطب الأسطر i والأعمدة k. وجميع العناصر المتبقية في معينة ذات ترتيب (n-1). إن المصفوفة المرتبة A_{ik}، وذات العنصر a_{ik} نحصل عليها بضرب المعينة المختصرة $(-1)^{i+k}\alpha_{ik}$ حيث $A_{ik} = (-1)^{i+k}\alpha_{ik}$

نحصل على قيمة معينة، والتي نضرب كل عنصر من أي سلسلة مع المصفوفة المربعة وإضافة الجداء n الناتج

(تطور معينة حسب عناصر سلسلة) مثلاً:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdot & & & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \begin{matrix} = a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + \ldots + a_{2n}A_{2n} \\ = -a_{21}\alpha_{21} + a_{22}\alpha_{22} - \ldots + (-1)^{2+n}\alpha_{2n} \end{matrix}$$

يكون شكل العامل:

$$\begin{vmatrix} + & - & + & & & & \cdot \\ - & + & - & & & & \cdot \\ + & - & + & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & + & - & + \end{vmatrix}$$

حل جملة المعادلات الخطية غير المتجانسة هو:

$$\begin{matrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{matrix}$$

حسب قاعدة cramer:

$$x_1 = \frac{D_1}{D}; x_2 = \frac{D_2}{D}; \ldots; x_n = \frac{D_n}{D}; D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdot & & & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

من أجل قيمة $D = 0$ تكون جملة المعادلات غير قابلة للحل.

تحسب قيمة صورة المعينات D_k من خلال تعريف العنصر المطلق b_i في D (عناصر المعينة) العناصر a_{ik} ذات العمود k.

9-2 المصفوفات

تعرف المصفوفة بأنها نظام مكون من m.n عنصر a_{ik}، هذه العناصر تكون مرتبة في شكل مربع بـــ m سطر، و n عمود. [مصفوفة ذات الشكل (m, n)].

$$A_{(m,n)} = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{matrix} = (a_{ik})_{(m,n)}$$

شعاع الأسطر: $a_i = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots\ldots, a_{in})$، أما شعاع الأعمدة فهو:

$$a_k = \begin{pmatrix} a_{k1} \\ a_{k2} \\ \vdots \\ a_{km} \end{pmatrix}$$

المصفوفة الصفرية: هي المصفوفة التي تكون كافة عناصرها مساوية للصفر.

منقول المصفوفة: نبادل في مصفوفة ما $A_{(m,n)} = (a_{ik})_{(m,n)}$ الأسطر مـــع الأعمـــدة، وبذلك نحصل على منقول المصفوفة.

$$A^T_{(n,m)} = (a_{ki})_{(n,m)}$$

المساواة: تكون المصفوفتان A وB متساويتان. عندما تكونا من نفس النمـــوذج وكل عنصرين متجانسين متساويين، وهذا يعني عندما تصلح لكل العناصر العلاقة:

$$a_{ik} = b_{ik}$$

المصفوفة المربعة الخاصة يكون فيها : $(m = n)$:

المصفوفة المتناظرة: $A^T = A$؛ المصفوفة غير المتناظرة: $A^T = -A$

المصفوفة الواحدية

$$E = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ . & . & . & & . \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{matrix} = (\delta_{ik})$$

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{من اجل } i = k \\ 0 & \text{من اجل } i \neq k \end{cases}$$

مضلع المصفوفة

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \dots & 0 \\ . & . & . & & . \\ 0 & 0 & 0 & \dots & d_{nn} \end{pmatrix}$$

إن معنية مصفوفة مربعة هي:

$$\det A = |A| = A = \det (a_{ik}) = ||a_{ik}||$$

المصفوفة النظامية: $\det A \neq 0$، المصفوفة: $\det A = 0$

إن مقلوب مصفوفة A^{-1} لمصفوفة نظامية مربعة A هو:

$$A.A^{-1} = A^{-1}.A = E$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{matrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ . & . & & . \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{matrix}$$

جمع وطرح المصفوفات من نفس النموذج:

$$A \pm B = B \pm A; A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$$

ضرب مصفوفة بمقدار سلمي λ:

$$\lambda . A = A . \lambda \qquad \lambda (\mu A) = (\lambda\mu) A$$

$$\lambda(A \pm B) = \lambda A \pm \lambda B \qquad (\lambda \pm \mu) A = \lambda A \pm \mu A$$

جداء مصفوفتين $A = (a_{ik})_{(m,n)}$ و $B = (b_{ik})_{(n,p)}$ (عدد الأعمدة في A يجب أن يكـــون مساوياً لعدد الأسطر في B)، إن ناتج ضرب مصفوفة $A_{(m,n)}$ مع مصفوفة $B_{(n,p)}$ هو مصفوفة $C_{(m,p)}$ وهذه المصفوفة مساوية $A_{(m,n)} . B_{(n,p)} = C_{(m,p)}$، والتي يكون لها كل عنصر c_{ik} هو الجداء العددي لعناصر السطر i من A مع عناصر العمود k من B.

$$c_{ik} = \sum_{v=1}^{n} a_{iv} b_{vk}$$

10-2 الأشعة (المتجهات)

الرمز: a، b، ....، $\vec{\omega}, \vec{b}, \vec{a}$

تعريف: المتجه ذو البعد n: هو عبارة عن n مكعب من n عدد $a = (a_1, a_2, ..., a_n)$ أو مصفوفة من الشكل (1, n) شعاع الأسطر أو من الشكل (n, 1) شعاع الأعمدة.

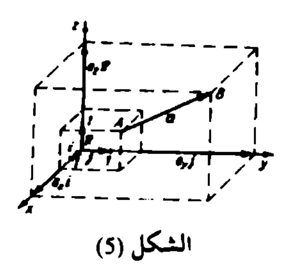
المتجهات ذات الثلاث أبعاد (الشكل 5)

المتجه الحر: تقارب أعداد مربعة

$$a = (a_1, a_2, a_3)$$

التمثيل الهندسي:

المسافة الموجهة: $a = \overrightarrow{AB} = (a_x, a_y, a_z)$



الشكل (5)

متجهات المنطلق: متجهات لها نقطة انطلاق مشتركة (نقطة بداية).

نصف قطر المتجهات: متجهات المنطلق مع نقطة الأصل في مركز الإحداثيات.

إحداثيات المتجه a:

$$a_x, a_y, a_z$$

مركز المتجه a:

$$\mathbf{a}_x = (a_x, 0, 0)$$
$$\mathbf{a}_y = (0, a_y, 0)$$
$$\mathbf{a}_z = (0, 0, a_z)$$

متجه الأساس (القاعدي):

$$\mathbf{i} = (1, 0, 0)$$
$$\mathbf{j} = (0, 1, 0)$$
$$\mathbf{k} = (0, 0, 1)$$

قيمة الشعاع a:

$$|\mathbf{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

اتجاه الشعاع a (التجيبات الموجهة)

$$\cos(\mathbf{a}, \mathbf{i}) = \cos\alpha = \frac{a_x}{|\mathbf{a}|};$$

$$\cos(\mathbf{a}, \mathbf{j}) = \cos\beta = \frac{a_y}{|\mathbf{a}|};$$

$$\cos(\mathbf{a},\mathbf{k}) = \cos\gamma = \frac{a_z}{|\mathbf{a}|}$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

قيمة المتجه الواحدي لـــ a:

$$\mathbf{a}^0 = \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$$

العلاقات والعمليات في المتجهات:

من $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ ينتج $a_x = b_x, a_y = b_y, a_z = b_x$

$$\mathbf{a} \pm \mathbf{b} = (a_x \pm b_x, a_y \pm b_y, a_z \pm b_z) = (a_x \pm b_x)\,\mathbf{i} + (a_y \pm b_y)\,\mathbf{j} + (a_z \pm b_z)\,\mathbf{k}$$

علاقة تبادلية: $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a};$

علاقة تجميعية: $\mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c}$

الضرب بمقياس سلمي: $\lambda \,.\, \mathbf{a} = \lambda\, a_x\,\mathbf{i} + \lambda\, a_y\,\mathbf{j} + \lambda\, a_z\,\mathbf{k}$

$$(\lambda\mu\mathbf{a}) = (\lambda\mu)\,\mathbf{a};\ \lambda(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \lambda\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b};\ (\lambda + \mu)\,\mathbf{a} = \lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{a}$$

العلاقة الخطية لثلاث متجهات $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ عندما:

$$\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 0$$

الجداء السلمي (الجداء الداخلي)

تعريف:

$$\mathbf{a} \,.\, \mathbf{b} = |\mathbf{a}|\,|\mathbf{b}| \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$\mathbf{a} \,.\, \mathbf{b} = \mathbf{b} \,.\, \mathbf{a};\ \mathbf{a}(\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{ab} + \mathbf{ac};\ \mathbf{a} \,.\, \mathbf{b} = 0$ عندما $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$

$$\mathbf{i} \,.\, \mathbf{i} = \mathbf{j} \,.\, \mathbf{j} = \mathbf{k} \,.\, \mathbf{k} = 1;\ \mathbf{i} \,.\, \mathbf{j} = \mathbf{j} \,.\, \mathbf{k} = \mathbf{k} \,.\, \mathbf{i} = 0$$

الجداء الشعاعي (الجداء الخارجي)

تعريف:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\sin(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a};\ n(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = (n\mathbf{a}) \times \mathbf{b} = \mathbf{a} \times (n\mathbf{b});$

$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{c} + \mathbf{b} \times \mathbf{c};\ \mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c};$

$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = |\mathbf{a}|.|\mathbf{b}|$, عندما $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$; $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = 0$, عندما $\mathbf{a} // \mathbf{b}$;

$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0;\ \mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k},\ \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i},\ \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$

الجداء المضاعف للمتجهات:

الجداء المختلط

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b})\mathbf{c} = [\mathbf{abc}] = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

الجداء الشعاعي للمتجهات الثلاث (قانون التطوير)

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = (\mathbf{ac})\,\mathbf{b} - (\mathbf{bc})\,\mathbf{a}$$

الجداء السلمي لجداء شعاعين

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}).(\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = \begin{vmatrix} \mathbf{ac} & \mathbf{ad} \\ \mathbf{bc} & \mathbf{bd} \end{vmatrix}$$

الجداء الشعاعي لجداء شعاعين

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = [\mathbf{acd}]\,\mathbf{b} - [\mathbf{bcd}]\,\mathbf{a} = [\mathbf{abd}]\,\mathbf{c} - [\mathbf{abc}]\,\mathbf{d}$$

3. التوابع والمعادلات

1.3 التوابع الجبرية

التابع الجذري والتابع الأسي:

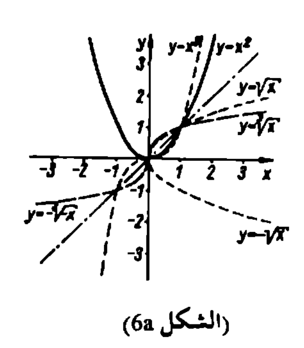
مثلاً (الشكل 6)

$$y = x^n \leftrightarrow y = \sqrt[n]{x}\ (x > 0)$$

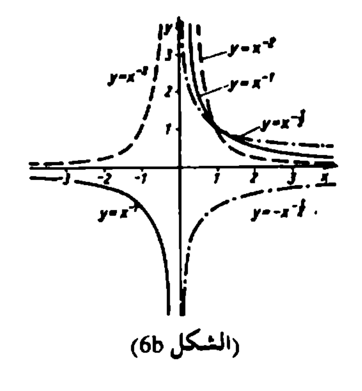
$$y = x^2 \begin{cases} (x \geq 0) \leftrightarrow y = \sqrt{x} \\ (x \leq 0) \leftrightarrow y = -\sqrt{x} \end{cases}$$

$$y = x^3 \begin{cases} (x \geq 0) \leftrightarrow y = \sqrt[3]{x} \\ (x \leq 0) \leftrightarrow y = -\sqrt[3]{-x} \end{cases}$$

$$y = x^{-2} \begin{cases} (x > 0) \leftrightarrow y = x^{-\frac{1}{2}} \\ (x < 0) \leftrightarrow y = -x^{-\frac{1}{2}} \end{cases}$$



(الشكل 6a)



(الشكل 6b)

العلاقة الحقيقية التامة:

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$$

($n < m$ كسر صحيح، $n \geq m$ كسر غير صحيح)

$$y=\frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1}+.......+a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1}x^{m-1}+......+b_1 x + b_0}$$

كل علاقة حقيقية كسرية غير أصلية يمكن أن تحول عن طريق إضافات جزئية لمجموع علاقة حقيقية تامة كسرية وأخرى علاقة حقيقية كسرية أصلية.

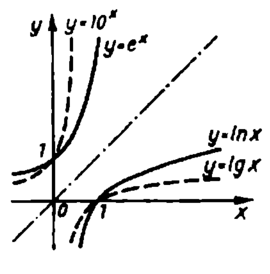
2-3 التوابع المتسامية

التوابع الأسية واللوغاريتمية

$$y = a^x \leftrightarrow y = \log_a x$$

(انظر الشكل 7)

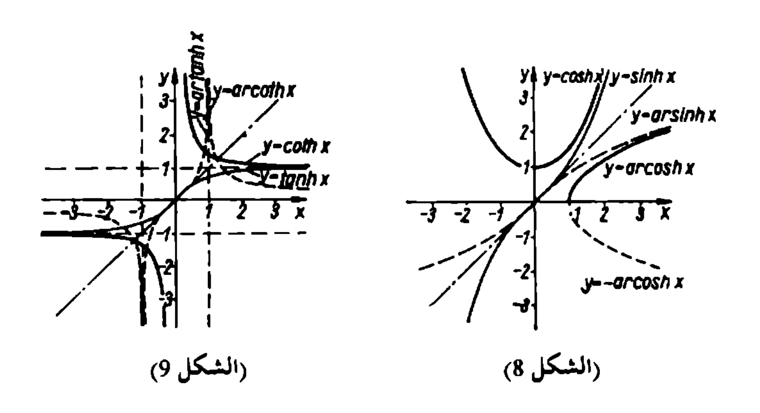
$$y = e^x \leftrightarrow y = \ln x$$
$$y = 10^x \leftrightarrow y = \lg x$$



(الشكل 7)

تابع قطعي أو تابع سطحي (الشكل 8 و9)

$$y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \leftrightarrow y = \operatorname{ar}\sinh x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$$



(الشكل 9) (الشكل 8)

$$y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \begin{cases} (x \geq 0) \leftrightarrow y = \operatorname{ar}\cosh x = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right) & (x \geq 1) \\ (x \leq 0) \leftrightarrow y = -\operatorname{ar}\cosh x = \ln\left(x - \sqrt{x^2 - 1}\right) & \end{cases}$$

$$y = \tanh x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \leftrightarrow y = \operatorname{ar}\tanh x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} \qquad (|x| < 1)$$

$$y = \coth x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \leftrightarrow y = \operatorname{ar}\coth x = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1} \qquad (|x| > 1)$$

العلاقات بين التوابع القطعية:

$$\sinh 2x = 2\sinh x \cosh x$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$$

$$= 2\sinh^2 x + 1$$

$$= 2\cosh^2 x - 1$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{1}{\coth x}$$

3.3 حل المعادلات

- الحل البياني (التخطيطي)

a) من خلال رسم منحني التابع المعطى، وتكون نقطة الصفر للتابع مطابقة للحلول الحقيقية للمعادلة:

مثلاً:

$$x\,e^{x} - 2 = 0; y = x\,e^{x} - 2$$

b) خلال التجزئة إلى تابعين، نقاط تقاطع للمنحني تطابق الحلول الحقيقية للمعادلة:

مثلاً:

$$xe^{x} - 2 = 0; y_1(x) = e^{x}; y_2(x) = \frac{2}{x}$$

- الحل الرقمي:

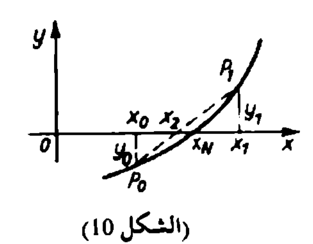
نطبق قاعدة falsi لتحديد القيم التقريبية لنقطة الصفر الشكل (10). تقع النقطة P_0 وP_1 في المنطقة المجاورة لنقطة الصفر x_N (يمكن أن تكون y_0 و y_1 بإشارات مختلفة)، وتكون القيمة التقريبية لذلك:

$$x_2 = x_1 - \frac{y_1(x_0 - x_1)}{y_0 + y_1}$$

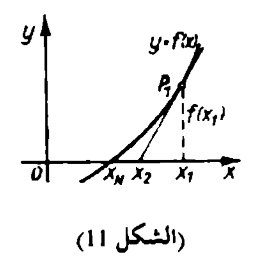
لتحديد موقع الصفر حسب القيمة التقريبية لـ Newton (الشكل 11)

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$ بشرط $f'(x_1) \neq 0$

إن أفضل قيمة تقريبية لـ x_N من x_1 عندما يكون: $f(x_1)\,f'(x_1) > 0$



(الشكل 10)



(الشكل 11)

المعادلات من الدرجة الأولى (المعادلات الخطية):

ذات مجهول واحد:

$$Ax + B = 0; x = -\frac{B}{A}$$

ذات مجهولين:

$$a_1x + b_1y = k_1$$
$$a_2x + b_2y = k_2$$

مثلاً

$$(I)\ 2x + 3y = 1$$
$$(II)\ 3x + 4y = 2$$

طريقة الجمع: بضرب المعادلة الأولى بـ (3) والمعادلة الثانية بـ (-2) ثم الجمع، ينتج $y = -1$، وبالتعويض في (I) أو (II) نجد $x = 2$

طريقة التعويض: نوجد من المعادلة الأولى x بدلالة y ثم نعوض في المعادلة الثانية، نجد حل المعادلة $y = -1$، ثم نعاود التعويض في الأولى لإيجاد قيمة x.

المعادلة من الدرجة الثانية (المعادلة التربيعية).

الشكل العام $Ax^2 + Bx + C = 0$

الشكل الطبيعي $x^2 + px + q = 0$

صيغة الحل $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

شكل الجداء $(x - x_1)(x - x_2) = 0$

$x_1 + x_2 = -p,\ x_1 x_2 = q$

- المعادلات الجذرية

وفيها تتواجد المجاهيل تحت الجذر التربيعي. وتحل من خلال إعادتها إلى قوة (أس) مثلاً (التربيع) لكلا طرفي المعادلة:

مثلاً:

$$\sqrt{x+a} = \sqrt{x-b} + c$$

$$x = \left(\frac{a+b-c^2}{2c}\right)^2 + b$$

وعند إيجاد النتيجة يجب إعادة التعويض، لأن الرفع إلى قوة يمكن أن يؤدي إلى تغيير مجال التعريف.

- المعادلات الأسية

حل هذه المعادلات يتم بإيجاد لوغاريتم طرفي المعادلة:

مثلاً:

$$a^x = b$$

$$x = \frac{\lg b}{\lg a}$$

4. الهندسة

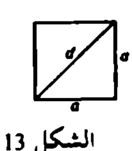
1.4 الهندسة المستوية

1.1.4 السطوح (المساحة A، المحيط U، مركز الثقل S)

المستطيل (الشكل 12)

$$A = a.b;\ U = 2\,(a + b)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



الشكل 12

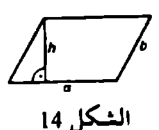
الشكل 13

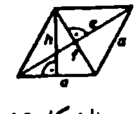
المربع (الشكل 13)

$$A = a^2,\ U = 4a,\ \ d = a\sqrt{2}$$

متوازي الأضلاع (الشكل 14)

$$A = a.h;\ U = 2\,(a + b)$$

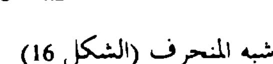




الشكل 14

الشكل 15

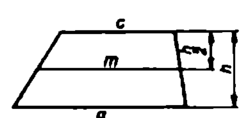
المعين (الشكل 15)



$$A = a.h = \frac{e.f}{2};\ U = 4.a$$

شبه المنحرف (الشكل 16)

$$A = \frac{a + c}{2} h = m\,h$$



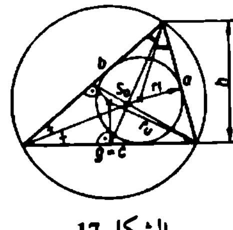
الشكل 16

– المثلث (بشكل عام) (الشكل 17)

$$A = \frac{gh}{2} = \frac{abc}{4r_u} = r_i s$$

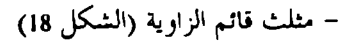
$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$s = \frac{a + b + c}{2} = \frac{U}{2}$$

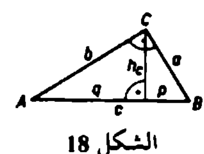


الشكل 17

(r_u نصف قطر الدائرة الخارجية، r_i نـــصف قطر الدائرة الداخلية)



- مثلث قائم الزاوية (الشكل 18)



الشكل 18

$$A = \frac{a.b}{2} = \frac{c.h_c}{2}$$

حسب نظرية Pythagoras:

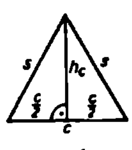
$$a^2 + b^2 = c^2$$

حسب الارتفاعات:

$$h_c^2 = pq$$

قانون Euklid (القوائم في المثلث) $b^2 = cq$؛ $a^2 = cp$

- مثلث متساوي الساقين (الشكل 19)

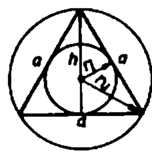


الشكل 19

$$A = \frac{ch_c}{2} = \frac{c}{2}\sqrt{s^2 - \frac{c^2}{4}}; h_c = \sqrt{s^2 - \frac{c^2}{4}}$$



- مثلث متساوي الأضلاع (الشكل 20)

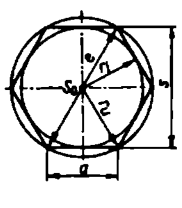


الشكل 20

$$A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}; h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$$

$$r_u = \frac{a}{3}\sqrt{3}; r_i = \frac{a}{6}\sqrt{3} = \frac{1}{2}r_u$$

- مسدس منتظم (الشكل 21)



$$A = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3r_u^2\sqrt{3}}{2} = 2r_i^2\sqrt{3}$$

$$r_u = a, r_i = \frac{a}{2}\sqrt{3} = \frac{r_u}{3}\sqrt{3}$$

الشكل 21

$e = 2a = 2r_u$ (e قياس الزاوية)

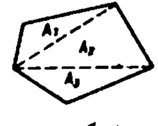
$$s = a\sqrt{3} = 2r_i = \frac{e}{2}\sqrt{3}$$

(البعد القائم انظر الشكل s)

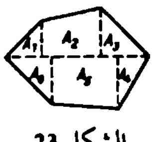
- الأشكال متعددة الأضلاع الـشكلين (22 و23)

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots\ldots$$

الحساب يتم بتجزئة الشكل إلى مثلثات أو مثلثات وأشباه منحرفة.



الشكل 22



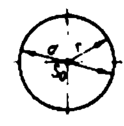
الشكل 23

- الدائرة (الشكل 24)

$$A = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4} \approx 0.78540 d^2$$

$$U = 2\pi r = \pi d$$

$$d = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} \approx 1.12838\sqrt{A}$$

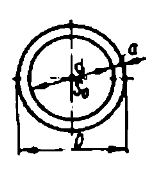


الشكل 24

- حلقة دائرية (الشكل 25)

$$A = \pi(R^2 - r^2) = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \pi(d + a)a$$

$$a = R - r = \frac{D - d}{2}$$

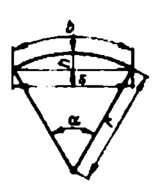


الشكل 25

- قطاع زاوي (مقطع دائري) (الشكل 26)

$$A = \frac{\pi r^2 \alpha}{360°} = \frac{br}{2} = \frac{\mathrm{arc}\,\alpha}{2} r^2$$

(طول القوس b)

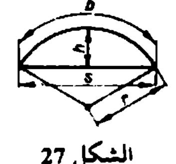


الشكل 26

$$b = \frac{\pi r \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi d \alpha}{360^\circ} = 0.017453 r\alpha$$

$$\approx \sqrt{s^2 + \frac{16}{3}h^2}$$

$$\text{arc}\,\alpha = \frac{\pi\alpha}{180^\circ}$$



الشكل 27

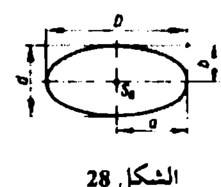
- قبة دائرية (مقطع دائري الشكل 27)

$$A = \frac{1}{2}[br \quad s(r \quad h)] \approx \frac{h}{6s}(3h^2 + 4s^2)$$

(s الوتر، h الارتفاع)

$$r = \frac{h}{2} + \frac{s^2}{8h}; s = 2r\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$h = r\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right) = 2r\sin^2\frac{\alpha}{4} = \frac{s}{2}\tan\frac{\alpha}{4}$$



الشكل 28

- القطع الناقص (الشكل 28)

$$A = \pi ab = \frac{\pi}{4}Dd$$

$$U \approx \frac{3\pi}{4}(D+d) - \frac{\pi}{2}\sqrt{Dd} \approx \pi\frac{D+d}{2}$$

2.1.4 الزوايا

الزاوية المتممة = 4 زوايا قائمة (4∟) = 360 غراد (360°)

400 gon = 2π (6.2832 rad)

π = 3.14159 (Ludolf رقم)

1 Grad = 60' = 3600"

1 gon = 1 cgon = 1000 m gon

$$\text{قياس قوس } \hat{\alpha} = \frac{\text{قوس الدائرة } b}{\text{نصف قطر الدائرة } r}$$

- القيمة العددية للقوس بواحدة الدائرة

$$\hat{\alpha} = \text{arc}\,\alpha = \frac{b}{r} = \frac{\pi\alpha}{180°} = 0.01745\,\alpha$$

إن قياس القوس هو مقدار لا بعدي، وتكون واحدة الزاوية بالراديان (rad) لقياس القوس.

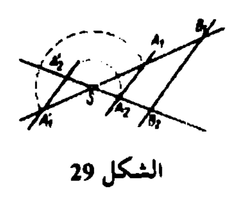
$$1\,\text{rad} = \frac{180°}{\pi} = 57.29578° = 57°17'45''$$

3.1.4 قوانين الأشعة، التشابه

1. قانون الأشعة الأول

عندما تقطع شعاعان متوازيان بمستقيم، تكون النسبة المقطوعة على أحد الأشعة بالنسبة لبعضها البعض كما على الأخرى

$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{SA_2}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{SA'_1}}{\overline{SB_1}} = \frac{\overline{SA'_2}}{\overline{SB_2}}$$



الشكل 29

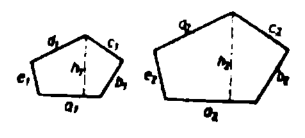
2. قانون الأشعة الثاني

عندما تقطع شعاعين بمستقيمين متوازيين، تسلك القطع المقطوعة للمتوازيين بالنسبة لبعضهما البعض كما لو كانت تابعة، من الرأس للمقطع المقاس على الشعاع

$$\frac{\overline{A_1A_2}}{\overline{B_1B_2}} = \frac{\overline{SA_1}}{\overline{SB_1}} = \frac{\overline{SA_2}}{\overline{SB_2}} \text{ أو } \frac{\overline{A'_1A'_2}}{\overline{B_1B_2}} = \frac{\overline{SA'_1}}{\overline{SB_1}} = \frac{\overline{SA'_2}}{\overline{SB_2}}$$

قانون تشابه المثلثات الأساسي

تكون المثلثات متشابهة، عندما تتوافق بزاويتين



الشكل 30

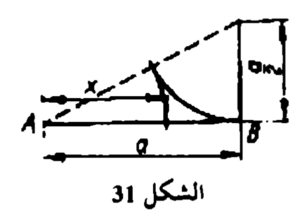
تسلك محيطات الأشكال المتشابهة (مثلاً المضلع أو الدائرة) بالنسبة لبعضها سلوك ذات المسافات المتساوية (الشكل 30)

$$U_1 : U_2 = a_1 : a_2 = b_1 : b_2 = ... = h_1 : h_2 = ...$$

تسلك مساحات الأشكال المتشابهة (مثلاً المضلع أو الدائرة) بالنسبة لبعضها كسلوك مربعات ذات مسافات متساوية:

$$A_1 : A_2 = a_1^2 : a_2^2 = b_1^2 : b_2^2 = ... = h_1^2 : h_2^2 = ...$$

التقسيم الدائم (التقسيم الذهبي) (الشكل 31)



الشكل 31

$$a : x = x : (a - x)$$

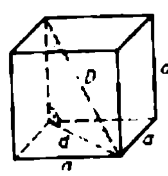
$$x = \frac{a}{2}\left(\sqrt{5} - 1\right)$$

$$x \approx 0.618a$$

4.2 الهندسة الفراغية (حجوم وسطوح الأجسام)

(V الحجم، A_0 السطح، A_M السطح الجانبي، S_0 مركز الثقل)

- المكعب (الشكل 32)

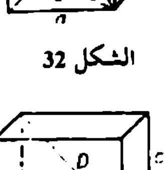


الشكل 32

$V = a^3$; $A_0 = 6\,a^2$

S_0 تقع في نقطة تقاطع الأقطار، $D = a\sqrt{3}$

- متوازي المستطيلات (مربع) (الشكل 33)

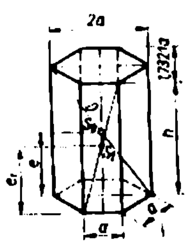


الشكل 33

$V = a\,.\,b\,.\,c;\ A_0 = 2(ab + ac + bc)$

$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$; (انظر المكعب S_0)

- الموشور السداسي (الشكل 34)



الشكل 34

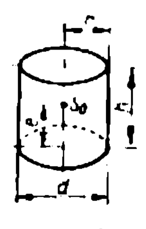
$$V = \frac{3}{2}a^2h\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}s^2h$$

$$A_0 = 3a\left(a\sqrt{3} + 2h\right) = \sqrt{3}s(s + 2h)$$

$$e = \frac{h}{2};$$

S_0 نقطة تقاطع الأقطار

- الاسطوانة الدائرية (الشكل 35)



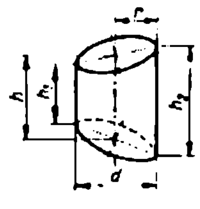
الشكل 35

$$V = \pi r^2 h = \frac{\pi}{4}d^2 h;$$

$$A_0 = 2\pi r(r + h) = \pi d\left(\frac{d}{2} + h\right)$$

$$A_M = 2\pi rh = \pi dh;\ e = \frac{h}{2}$$

- الاسطوانة الدائرية مشطوفة الطرفين بشكل مائل (شكل 36)

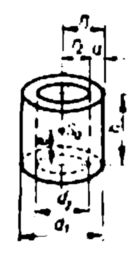


الشكل 36

$$V = \pi r^2 h = \pi r^2 \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{\pi d^2 h}{4}$$

$$A_M = 2\pi rh = \pi r(h_1 + h_2)$$

- الاسطوانة المفرغة (الشكل 37)



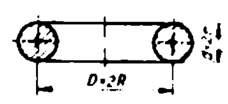
الشكل 37

$$V = \pi h(r_1^2 - r_2^2) = \frac{\pi}{4} h(d_1^2 - d_2^2)$$

$$= \pi ha(r_1 + r_2) = \frac{\pi}{2} ha(d_1 + d_2)$$

$$e = \frac{h}{2}$$

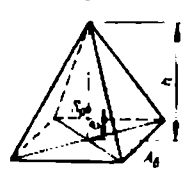
- الحلقة الاسطوانية (الشكل 38)



الشكل 38

$$V = \frac{\pi^2 Dd^2}{4} = 2\pi^2 Rr^2 ; A_0 = \pi^2 Dd = 4\pi^2 Rr$$

- الهرم (الشكل 39)

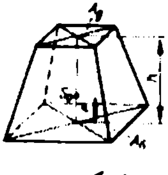


الشكل 39

$$V = \frac{Gh}{3}$$

$$e = \frac{h}{4}$$

- جذع الهرم (الشكل 40)

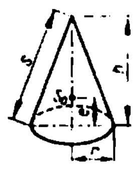


الشكل 40

$$V = \frac{h}{3}\left(A_G + \sqrt{A_G A_g} + A_g\right)$$

$$e = \frac{h}{4} \frac{A_G + 2\sqrt{A_G A_g} + 3A_g}{A_G + \sqrt{A_G A_g} + A_g}$$

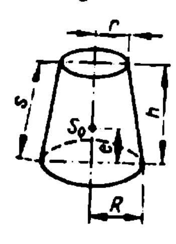
المخروط الدوراني (الشكل 41)


الشكل 41

$$V = \frac{\pi}{3} r^2 h; A_0 = \pi r(r+s)$$

$$A_M = \pi rs; e = \frac{h}{4}$$

- جذع المخروط الدوراني (الشكل 42)


الشكل 42

$$V = \frac{\pi}{3} h(R^2 + Rr + r^2)$$

الصيغة التقريبية للمخروط الدوراني

(تعطي قيمة V كبيرة جداً)

$$V \approx \frac{\pi}{2} h(R^2 + r^2)$$

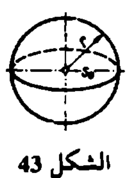
(تعطي قيمة V صغيرة جداً)

$$V \approx \frac{\pi}{4} h(R + r)^2$$

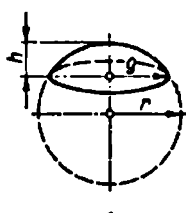
$$A_0 = \pi[R^2 + r^2 + s(R + r)]; A_M = \pi s(R + r)$$

$$e = \frac{h}{4} \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2}$$

- الكرة (الشكل 43)


الشكل 43

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi d^3; A_0 = 4\pi r^2 = \pi d^2$$



الشكل 44

- القبة الكروية (الشكل 44)

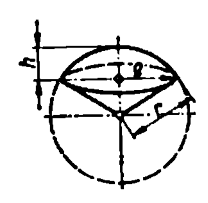
$$A_M = 2\pi rh = \pi(\rho^2 + h^2)$$

- القطاع الكروي (الشكل 44)

$$V = \frac{\pi}{3}h^2(3r - h) = \frac{\pi}{6}h(3\rho^2 + h^2);$$

$$A_0 = \pi(2\rho^2 + h)^2$$

$$e = \frac{3}{4}\frac{(2r - h)^2}{3r - h}$$

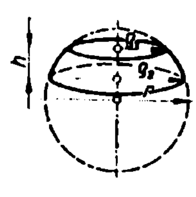


الشكل 45

القطاع الكروي (الشكل 45)

$$V = \frac{2}{3}\pi r^2 h; A_0 = \pi r(\rho + 2h)$$

$$e = \frac{3}{8}(2r - h)$$



الشكل 46

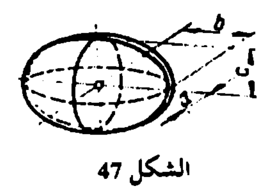
- طبقة من الكرة (الشكل 46):

$$V = \frac{\pi}{6}h(3\rho_1^2 + 3\rho_2^2 + h^2);$$

$$A_0 = \pi(\rho_1^2 + \rho_2^2 + 2rh)$$

- الحز الكروي (الشكل 46)

$$A_M = 2\pi r h$$

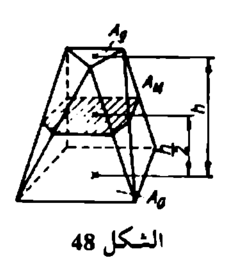


الشكل 47

- القطع الناقص الفراغي (الاهليلجي) (الشكل 47)

$$V = \frac{4}{3}\pi abc$$

- الهرم الفراغي (الشكل 48)



الشكل 48

صيغة Simpson

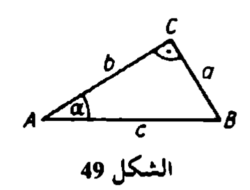
$$V = \frac{h}{6}(A_G + A_g + 4A_M)$$

- الأجسام الدورانية

يتم حساب السطوح الخارجية والحجوم بقاعدة Guldin.

3.4 الهندسة المستوية

1.3.4 علاقات الهندسة المستوية في المثلث القائم الزاوية (الشكل 49)



الشكل 49

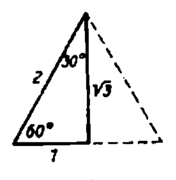
$$\sin \alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{b}{c}$$

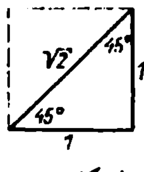
$$\tan \alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{b}{a}$$

قيم التوابع الهامة (الشكلين 50 و51)



الشكل 50



الشكل 51

α	0°	30°	45°	60°	90°
sin α =	0	$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} \approx 0.707$	$\frac{1}{2}\sqrt{3} \approx 0.866$	1
cos α =	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3} \approx 0.866$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} \approx 0.707$	$\frac{1}{2} = 0.5$	0
tan α =	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3} \approx 0.577$	1	$\sqrt{3} \approx 1.732$	∞
cot α =	∞	$\sqrt{3} \approx 1.732$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3} \approx 0.577$	0

العلاقات بين التوابع ذات الزوايا المتساوية

$$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$$

$$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha}$$

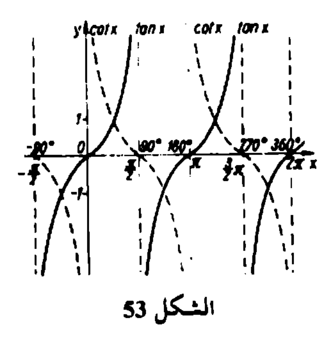
$$1 + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cot\alpha}$$

$$1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

العلاقات المكملة للشكلين (52 و53)



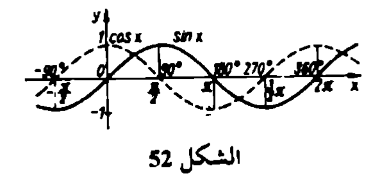
الشكل 53

$\sin(90° - \alpha) = \cos \alpha$

$\cos(90° - \alpha) = \sin \alpha$

$\tan(90° - \alpha) = \cot \alpha$

$\cot(90° - \alpha) = \tan \alpha$



الشكل 52

2.3.4 إرجاع الزوايا إلى الربع الأول $(\varphi \le 90°)$

(الأشكال 52 ... 54)

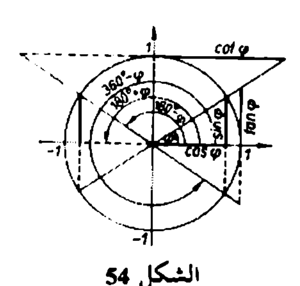
الربع الثاني

$\sin(180° - \varphi) = + \sin \varphi$

$\cos(180° - \varphi) = - \cos \varphi$

$\tan(180° - \varphi) = - \tan \varphi$

$\cot(180° - \varphi) = - \cot \varphi$



الشكل 54

الربع الثالث

$\sin(180° + \varphi) = - \sin \varphi$

$\cos(180° + \varphi) = - \cos \varphi$

$\tan(180° + \varphi) = + \tan \varphi$

$\cot(180° + \varphi) = + \cot \varphi$

الربع الرابع

$\sin(360° - \varphi) = \sin(- \varphi) = - \sin \varphi$

$\cos(360° - \varphi) = \cot(- \varphi) = + \cos \varphi$

$\tan(360° - \varphi) = \tan(- \varphi) = - \tan \varphi$

$\cot(360° - \varphi) = \cot(- \varphi) = - \cot \varphi$

3.3.4 العلاقات المثلثية في المثلث العام

- قانون الجيب

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$$

- قانون التجيب

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha;\ \ \cos\alpha=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

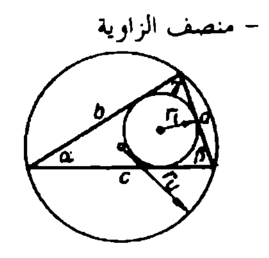
$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos\beta;\ \ \cos\beta=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma;\ \ \cos\gamma=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

- قانون الظل

$$\frac{a+b}{a\quad b}=\frac{\tan\frac{\alpha+\beta}{2}}{\tan\frac{\alpha\quad\beta}{2}}\ \ ;\ \ \tan\frac{\alpha+\beta}{2}=\cot\frac{\gamma}{2}$$

- منصف الزاوية



الشكل 55

$$\tan\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{(s\quad b)(s\quad c)}{s(s\quad a)}}=\frac{r_i}{s\quad a}\ \ ;\ \ s=\frac{a+b+c}{2}$$

$$r_i=\sqrt{\frac{(s\quad a)(s\quad b)(s\quad c)}{s}}$$

$$=s\tan\frac{\alpha}{2}\tan\frac{\beta}{2}\tan\frac{\gamma}{2}$$

$$=4r_u\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}$$

- نصف القطر الداخلي للدائرة المحيطية:

$$r_u=\frac{a}{2\sin\alpha}=\frac{b}{2\sin\beta}=\frac{c}{2\sin\gamma}$$

$$A=\frac{1}{2}\sin\gamma=\frac{a^2\sin\beta\sin\gamma}{2\sin\alpha}$$
$$=r_i s=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$
$$=\frac{abc}{4r_u}=2r_u^2\sin\alpha\ \sin\beta\ \sin\gamma$$

4.2.4 تابع الجيب $y = A\sin(\omega t+\varphi)$

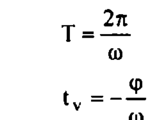
السعة (قيمة) A الزمن t

التردد الزاوي ω الطور φ (زاوية الطور)

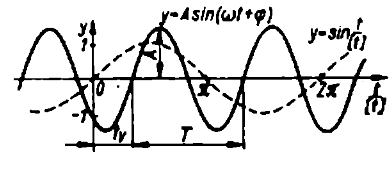
$\omega = 2\pi f$ (التردد f)   الطور t_v (الانسحاب)

$=\frac{2\pi}{T}$ (زمن الدور T)

- التمثيل بـــ $t/[t]$



$$T=\frac{2\pi}{\omega}$$
$$t_v=-\frac{\varphi}{\omega}$$

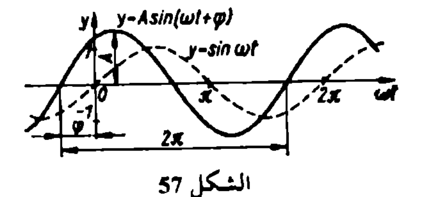


الشكل 56

التمثيل بـــ ωt

$\varphi = -\omega t_v$

$\omega T = 2\pi$



الشكل 57

5.3.4 نظريات الجمع

- علاقات جمع وطرح الزوايا

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \,.\, \cos\beta \pm \cos\alpha \,.\, \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \,.\, \cos\beta \mp \sin\alpha \,.\, \sin\beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha . \tan\beta}$$

$$\cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot\alpha . \cot\beta \pm 1}{\cot\beta \pm \cot\alpha}$$

- العلاقات بين مضاعفات وأنصاف الزوايا:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \,.\, \cos\alpha \qquad \sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \qquad \cos\alpha = \cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$= 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha \qquad = 2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1 = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} \qquad \tan\alpha = \frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\cot 2\alpha = \frac{\cot^2\alpha - 1}{2\cot\alpha} \qquad \cot\alpha = \frac{\cot^2\frac{\alpha}{2} - 1}{2\cot\frac{\alpha}{2}}$$

- مجموع وفرق علاقتين:

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha \quad \beta}{2}$$

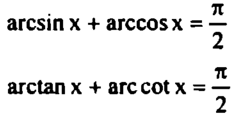
$$\sin\alpha \quad \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\alpha \quad \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha \quad \beta}{2}$$

$$\cos\alpha \quad \cos\beta = \quad 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha \quad \beta}{2}$$

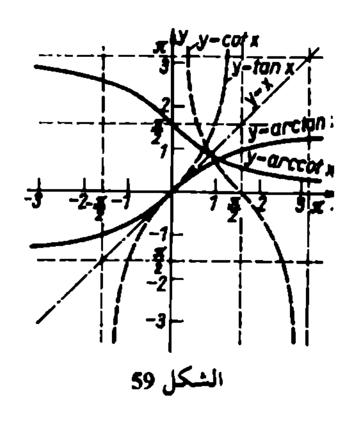
6.3.4 التوابع المثلثية العكسية: (الشكلين 58 و59)

	مجال التعريف	مجال القيم
$y = \arcsin x$	$-1 \le x \le 1$	$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$
$y = \arccos x$	$-1 \le x \le 1$	$0 \le y \le \pi$
$y = \arctan x$	$-\infty < x < \infty$	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$
$y = \text{arccot}\, x$	$-\infty < x < \infty$	$0 < y < \pi$

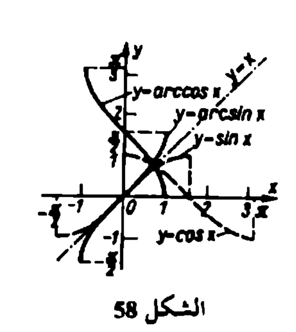


$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

$$\arctan x + \text{arc}\cot x = \frac{\pi}{2}$$



الشكل 59

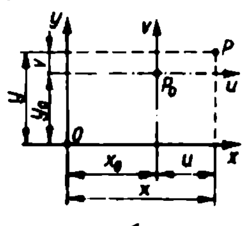


الشكل 58

5. الهندسة التحليلية

1.5 المستقيم، المسافة

الانسحاب الموازي لنظام الإحداثيات (الشكل 60)

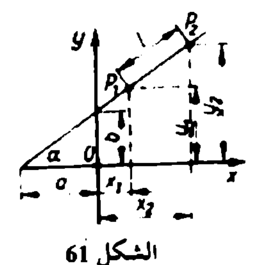


الشكل 60

$u = x - x_0 \qquad v = y - y_0$

$x = u + x_0 \qquad y = v + y_0$

المسافة (الشكل 61)



الشكل 61

$$\overline{P_1P_2} = l = \sqrt{(x_2 \quad x_1)^2 + (y_2 \quad y_1)^2}$$

معادلة المستقيم

الصيغة الطبيعية $y = mx + b$

الميل $m = \tan\alpha = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

صيغة اتجاه النقطة $\dfrac{y - y_1}{x - x_1} = m$

شكل نقطتين $\dfrac{y - y_1}{x - x_1} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

صيغة قطع المحاور $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$

الزاوية بين مستقيمين (الشكل 62)

$$\tan\sigma = \frac{m_2 \quad m_1}{1 + m_1 m_2}; \qquad m_1 = \tan\alpha_1 \qquad m_2 = \tan\alpha_2$$

$\sigma = 90°$ عندما $g_2 \perp g_1$: $\quad m_2 = -\dfrac{1}{m_1}$

$\sigma = 0°$ عندما $g_2 // g_1$: $\quad m_2 = m_1$

الشكل 62

2.5 المثلث (الشكل 63)

المساحة: $A = \left|\frac{1}{2}\cdot[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]\right|$

إحداثيات مركز الثقل $x_s = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}; y_s = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$

3.5 الدائرة (الشكل 64)

معادلة الدائرة عندما يقع مركزها في النقطة $M(0,0)$ هي $x^2 + y^2 = r^2$

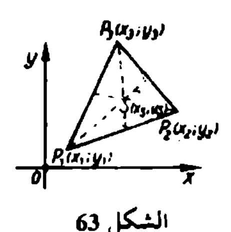
معادلة الميل (P_0 على الدائرة) أو المماس (خارج الدائرة P_0) $xx_0 + yy_0 = r^2$

معادلة الدائرة إذا انسحب مركزها إلى الإحداثيات $M(x_m, y_m)$

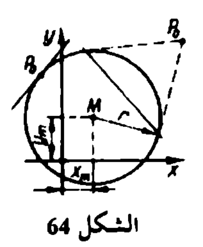
$$(x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 = r^2$$

معادلة المماس أو الظل من أجل: $M(x_m, y_m)$

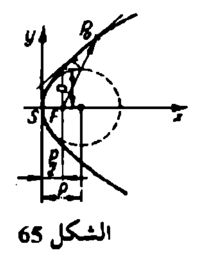
$$(x - x_m)(x_0 - x_m) + (y - y_m)(y_0 - y_m) = r^2$$



الشكل 63



الشكل 64



الشكل 65

4.5 القطع المكافئ (الشكل 65)

معادلة القمة

(I $y^2 = 2px$ (مفتوح لليمين)

$x^2 = 2py$ (II (مفتوح للأعلى)

$y^2 = -2px$ (III (مفتوح لليسار)

$x^2 = -2py$ (IV (مفتوح للأسفل)

معادلة المماس (P_0 على القطع المكافئ) أو على الوتر الملامس (P_0 خارج القطع المكافئ).

I) $yy_0 = p(x + x_0)$ II) $xx_0 = p(y + y_0)$

معادلة القطع المكافئ المسحوب الموازي بـ $S(x_s, y_s)$

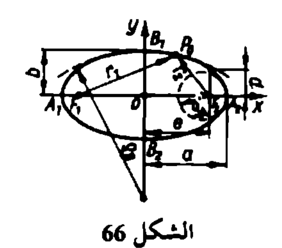
I) $(y - y_s)^2 = 2p(x - x_3)$ II) $(x - x_s)^2 = 2p(y - y_s)$

نصف المتحول P – الإحداثيات في المحرق F؛ $\overline{FS} = \frac{p}{2}$

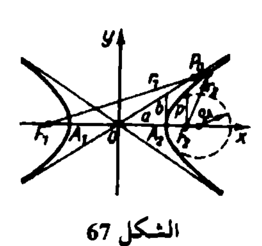
شعاع المحرق $r = \overline{FP_0} = x_0 + \frac{p}{2}$

5.5 القطع الناقص والزائد

القطع الناقص (الشكل 66) القطع الزائد (الشكل 67)



الشكل 66



الشكل 67

معادلة المركز مع M (0,0)

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad\qquad \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

معادلة المماس (P_0 على المنحني) أو (P_0 خارج المنحني)

$$\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1 \qquad\qquad \frac{xx_0}{a^2}\quad\frac{yy_0}{b^2}=1$$

معادلة الناظم المنسحب الموازي بـــ $M(x_m ; y_m)$

$$\frac{(x\quad x_m)^2}{a^2}\quad\frac{(y\quad y_m)^2}{b^2}=1 \qquad\qquad \frac{(x\quad x_m)^2}{a^2}+\frac{(y\quad y_m)^2}{b^2}=1$$

معادلة الناظم أو معادلة التماس من أجل $M(x_m ; y_m)$

$$\frac{(x-x_m)(x_0-x_m)}{a^2}+\frac{(y-y_m)(y_0-y_m)}{b^2}=1$$

$$\frac{(x-x_m)(x_0-y_m)}{a^2}-\frac{(y-y_m)(y_0-y_m)}{b^2}=1$$

معادلة القمة

$$y^2=2px+\frac{p}{a}x^2 \qquad\qquad y^2=2px-\frac{p}{a}x^2$$

[الرأس A2 (0,0)] [الرأس A1 (0,0)]

المتحول المنصف

$$p=\frac{b^2}{a} \qquad\qquad p=\frac{b^2}{a}$$

البعد غير المركزي الخطي

$$e^2=a^2-b^2 \qquad\qquad e^2=a^2+b^2$$

البعد غير المركزي الرقمي

$\varepsilon = \frac{e}{a} > 1$ | $\varepsilon = \frac{e}{a} < 1$

أشعة المحرق

$r_1 = a + \varepsilon x_0$, $r_2 = a - \varepsilon x_0$, | $r_1 = \varepsilon x_0 + a$, $r_2 = \varepsilon x_0 - a$

خواص الموقع

$r_1 + r_2 = 2a$ | $r_1 - r_2 = 2a$

أنصاف أقطار دوائر الانحناء الرئيسية

$\rho_A = \frac{b^2}{a}$ | $\rho_A = \frac{b^2}{a}, \rho_B = \frac{a^2}{b}$

معادلات الخطوط المقاربة

$y = \frac{b}{a}x,\ y = -\frac{b}{a}x$

السطح

$A = \pi ab$

6.5 المعادلة العامة لمقاطع المخروط الانسحابي المتوازي

$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$

الدائرة	$A = B$
القطع المكافئ	A أو B تساوي الصفر
القطع الناقص	A وB لها نفس الإشارة
القطع الزائد	A وB مختلفتان في الإشارة

6. حساب التفاضل

1.6 القيم الحدية

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=1,\ \lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}=2.71828\ldots=e=1+1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\ldots$$

$1!=1,\ 2!=1\,.\,2=2,\ 3!=1\,.\,2\,.\,3=6,$

$4!=1\,.\,2\,.\,3\,.\,4=24,\ \ldots,\ n!=1\,.\,2\,.\,3\,.\,\ldots\,.\,n$

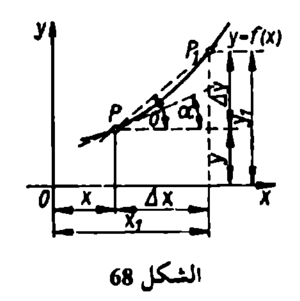
2.6 نسب التفاضل



إن نسب التفاضل

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_1-y}{x_1-x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\tan\sigma$$

هي نسبة التزايد لمركـــز الإحـــداثيات إلى التزايد في المحاور وتمثل هذه النسبة تزايد ميل المنحني الذي يمر من خلال النقـــاط p و p_1 (الشكل 68)



الشكل 68

3.6 نسب التفاضل (الاشتقاق)

الاشتقاق (نسب التفاضل)

$$y'=f'(x)=\frac{dy}{dx}=\lim_{x_1\to x}\frac{y_1-y}{x_1-x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\tan\alpha$$

هي القيمة الحدية لنسب التفاضل وتعطي ازدياد الناظم الواقع في النقطة P(x,y) على المنحني (الشكل 68).

4.6 قواعد الاشتقاق

التابع	المشتق	شكله
التابع مع معامل ثابت	$y' = cf'(x)$	$y = cf(x)$
التابع الأسي	$y' = nx^{n-1}$	$y = x^n$
التابع الجذري	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$y = \sqrt{x}$
التابع الثابت	$y' = 0$	$y = c$
مجموع أو فرق تابعين	$y' = u'(x) \pm v'(x)$	$y = u(x) \pm v(x)$
جداء تابعين	$y' = u'v + uv'$	$y = u(x)\, v(x)$
قسمة تابعين	$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$	$y = \frac{u(x)}{v(x)}$
تابع التابع، قاعدة السلسلة	$y' = f'(u).u'(x) = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$	$y = f[u(x)]$
	$y' = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$	$y = \sqrt{u(x)}$
التابع العكسي	$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{dx/dy}$	$x = \varphi(y)$

5.6 اشتقاق التوابع الأساسية المشتق

التابع	المشتق
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$
$y = \lg x$	$y' = \frac{1}{x \ln 10} = \frac{1}{x} \lg e$

التابع	المشتق
$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = \cos x$	$y' = - \sin x$
$y = \tan x$	$y' = \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
$y = \cot x$	$y' = -\dfrac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$
$y = \arcsin x$	$y' = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \; (\lvert x \rvert < 1)$
$y = \arccos x$	$y' = -\dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}} (\lvert x \rvert < 1)$
$y = \arctan x$	$y' = \dfrac{1}{1 + x^2}$
$y = \text{arccot}\, x$	$y' = -\dfrac{1}{1 + x^2}$
$y = \sinh x$	$y' = \cosh x$
$y = \cosh x$	$y' = \sinh x$
$y = \tanh x$	$y' = \dfrac{1}{\cosh^2 x} = 1 \quad \tanh^2 x$
$y = \coth x$	$y' = -\dfrac{1}{\sinh^2 x} = 1 - \coth^2 x$
$y = \text{ar}\sinh x = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$	$y' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
$y = \text{ar}\cosh x = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$	$y' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad (x > 1)$
$y = \text{ar}\tanh x = \dfrac{1}{2} \ln \dfrac{1 + x}{1 - x}$	$y' = \dfrac{1}{1 - x^2} \quad (\lvert x \rvert < 1)$
$y = \text{ar}\coth x = \dfrac{1}{2} \ln \dfrac{x + 1}{x - 1}$	$y' = \dfrac{1}{1 - x^2} \quad (\lvert x \rvert > 1)$

6.6 فحص المنحنيات

	y'''	y''	y'	y
موقع الصفر البسيط	أي قيمة	$\neq 0$	$\neq 0$	
موقع الصفر البسيط، نقطة انعطاف على المحور x	$\neq 0$	$= 0$	$\neq 0$	
نقطة الصفر مضاعفة، المنحني يلامس المحور x	أي قيمة	$\neq 0$	$= 0$	$= 0$
موقع الصفر البسيط، المحور x هـو ناظم التحويل	$\neq 0$	$= 0$	$= 0$	
نهاية عظمى	أي قيمة	< 0	$= 0$	
نهاية صغرى	أي قيمة	> 0	$= 0$	أي قيمة
نقطة تحويل مع ناظم تحويل شاقولي	$\neq 0$	$= 0$	$= 0$	
نقطة تحويل	$\neq 0$	$= 0$	$\neq 0$	أي قيمة

عندما يرى المنحني من الأسفل مقعر، هذا يعني بأن له انحناء نحو الـيمين عنـدما يكون $y'' < 0$

يقال بأن المنحني محدب، في حال النظر من الأسفل، هذا يعني بأن تحدبه يساوي عندما:

$$y'' > 0$$

نصف قطر القوس
$$\rho = \left| \frac{\left(\sqrt{1 + y'^2}\right)^3}{y''} \right|$$

7.6 المشتقات الجزئية

من أجل تابع لعدة متحولات مستقلة : $z = f(x, y, t, ..., w)$

يتم الاشتقاق الجزئي بالنسبة لإحدى المتحولات، عندما نعامل بقية المتحولات عند الاشتقاق كقيم ثابتة. أمثلة:

$$z = f(x, y) = 3x^2y - 2xy^3$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = z_x = f_x = 6xy - 2y^3 \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = z_y = f_y = 3x^2 - 6xy^2$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = z_{xx} = f_{xx} = 6y \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = z_{yy} = f_{yy} = -12xy$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = z_{xy} = f_{xy} = 6x - 6y^2 = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = z_{yx} = f_{yx}$$

إن التفاضل التام أو الكامل لتابع لعدة متحولات مستقلة هو:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy + ... + \frac{\partial z}{\partial w}dw$$

8.6 حساب الأخطاء (الارتياب)

الخطأ المطلق

$$\Delta a = a - a^*$$

حيث a القيمة التقريبية (القيمة المقاسة)

a^* القيمة الدقيقة (الفعلية)

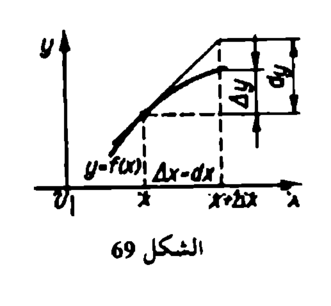
الخطأ النسبي

$$\frac{\Delta a}{a} (\Delta a << a)$$

الخطأ المئوي

$$\frac{\Delta a}{a}.100\%$$

عند القيمة $y = f(x)$ التي تتعلق بخطأ Δx تـــابع لقيمة x، تكون (تحت شرط $\Delta x << x$) القيمة العظمى للخطأ المطلق (الشكل 69)



الشكل 69

$$\Delta y \approx dy$$

الخطأ المطلق $\Delta y \approx y' \Delta x$

الخطأ النسبي $\frac{\Delta y}{y} \approx \frac{y'}{y} \Delta x$

y'/y نحصل عليها من خلال إيجاد اللوغاريتم وأخيراً التفاضل للتابع $y = f(x)$

$$[\ln y]' = \frac{y'}{y}$$

من أجل القيمة $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ والتي تتعلق بخطأ قياس Δx_1، بقيم قابلـــة للقياس (قيم قياسية) x_i، ينتج التفاضل الكلي dy مع تقريب جيد للخطأ Δy، إذا كان $\Delta x_i << x_i$.

$$\Delta y \approx dy = \frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta x_2 + ... + \frac{\partial y}{\partial x_n} \Delta x_n$$

ويكون الخطأ الأعظمي:

$$\Delta y_{max} = \left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta x_2 \right| + ... + \left| \frac{\partial y}{\partial x_n} \Delta x_n \right|$$

7. حساب التكامل

1.7 التكامل غير المحدد

التكامل هو عكس التفاضل. فتكامل تابع معطى (التكامل) هو التابع الذي إذا تم اشتقاقه حصلنا على التابع الأصلي:

$\int f(x)dx = F(x) + C$ عندما $F'(x) = f(x)$

يدعى C ثابت التكامل

بسبب عدم تحديد ثوابت التكامل هناك توابع تكامل غير نهائية للمتكامل والـــتي تتميز فقط من خلال إضافة ثوابت ولذلك تكون منحنياتها فقط في اتجاه y ومتوازية ومنسحبة بالنسبة لبعضها.

2.7 التكامل الجزئي

نحصل على تكامل جزئي بالنسبة للتكامل غير المحدود، إذا أمكن تقـــسيم ثابـــت التكامل خلال الشروط الابتدائية إلى قيمة محدودة.

مثال:

$\int x^2dx$

$x = 1, \int x^2dx = 0$ (الشكل 70)

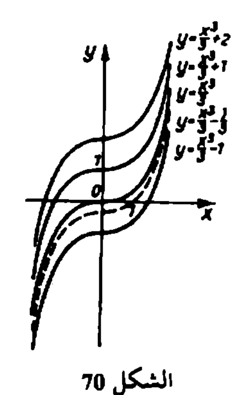
$\int x^2dx = \frac{x^3}{3} + C$

الشروط الابتدائية

$0 = \frac{1}{3} + C$

$C = -\frac{1}{3}$

$\int x^2dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{3}$



الشكل 70

3.7 التكامل المحدد

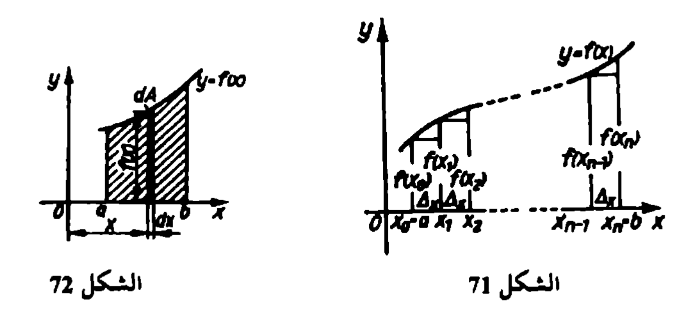
نحصل على التكامل المحدد بقيمتين ($x = a$ و $x = b$) من تكامل غير محدد والذي يتم فيه تعويض x مرة لحدود القيمة العليا والقيمة b لحدود القيمة الدنيا وقيمة التـــابع الناتجة تطرح من بعضهما. يهمل الثابت C

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

يظهر التكامل المحدد القيمة الحدية للمجموع

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_k=a}^{x_k=b} f(x_k)\Delta x$$

إن التكامل المحدد يعطي قيمة محتوى المساحة المغلقة الواقعة تحت المنحني $y = f(x)$، والمحدد بالمحور x وكلا محوري الأقطاب $x = a$ و $x = b$. (الشكل 72)



الشكل 72 — الشكل 71

قواعد الحساب مع تكاملات محددة

1. في حال كون المتكامل f(x) ضمن المجال من $x = a$ حتى $x = b$ سالب، يكـــون التكامل $\int_a^b f(x)dx$ أيضاً سالباً، هذا يعني أن قطعة المنحني المحدودة واقعة تحـــت المحور x، ينتج (للمساحة المحصورة تحت المحور x) قيمة سلبية للمساحة.

2. يمكن تقسيم مجال التكامل إلى أجزاء ويتم بعدها تكامل التوابع في المجالات الجزئية كل على حدة.

من 1 و2 ينتج:

3. عندما يتطلب حساب القيمة المطلقة للمساحة تحت المنحني $f(x)$ للحدود من a حتى b ويأخذ التابع $f(x)$ في المجال القيمة صفر x_0، تكون المساحة هي مجموع القيم المطلقة من

$$\int_{a}^{x0} f(x)dx \quad و \quad \int_{x_0}^{b} f(x)dx$$

4. للمتكامل الذي يمثل توابع متناظرة نطبق الحدود للموقع المتناظر:

$$\int_{-a}^{+a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx \qquad \text{من أجل} \qquad f(-x) = f(x)$$

5. في حال تبادل مجالات التكامل المحدد تحت بعضها البعض، يجب تغيير إشارة التكامل

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = -\int_{b}^{a} f(x)dx$$

4.7 قواعد التكامل

التكامل والتفاضل يلغيان بعضهما البعض

$$\frac{d\int f(x)dx}{dx} = d\int f(x) = f(x),$$
$$\int f'(x)dx = \int df(x) = f(x) + C$$

يمكن وضع العامل الثابت للمتكامل قبل إشارة التكامل

$$\int af(x)dx = a\int f(x)dx$$

يمكن تكامل عناصر المجموع

$$\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

5.7 التكاملات الأساسية

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq \quad 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \sin x \, dx = \quad \cos x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 \quad x^2}} = \begin{matrix} \arcsin x + C_1 \\ \quad \arccos x + C_2 \end{matrix}$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \begin{matrix} \arctan x + C_1 \\ \quad \text{arc}\cot x + C_2 \end{matrix}$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = \int (1 + \cot^2 x) dx = \quad \cot x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \int (1 + \tan^2 x) dx = \tan x + C$$

$$\int \sinh x \, dx = \cosh x + C$$

$$\int \cosh x \, dx = \sinh x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sinh^2 x} = \int (\coth^2 x \quad 1) dx = \quad \coth x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cosh^2 x} = \int (1 \quad \tanh^2 x) dx = \tanh x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} = \text{ar}\sinh x + C = \ln \quad x + \sqrt{x^2+1} \quad + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \quad 1}} = \text{ar}\cosh x + C = \ln \quad x + \sqrt{x^2 \quad 1} \quad + C \quad (x > 1)$$

$$\int\frac{dx}{1\ \ x^2}=\begin{cases} \operatorname{ar\,tanh} x + C = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1\ \ x} + C & (|x|<1) \\ \operatorname{ar\,coth} x + C = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1\ \ x} + C & (|x|>1) \end{cases}$$

6.7 عملية التكامل

التكامل عن طريق التعويض

التكامل هو	الطرح	$\int f(x)dx$	مثال
علاقة أحد التوابع الخطية $f(x) = \varphi\,(ax + b)$	$ax + b = z$ $dx = \frac{1}{a}\ dz$	$\frac{1}{a}\int\varphi(z)dz$	$\int\sin(ax+b)dx$ $=\frac{1}{a}\int\sin z\,dz$ $=-\frac{1}{a}\cos(ax+b)+C$
تابع جداء مشتق $f(x) = \varphi(x)\,\varphi'(x)$	$\varphi(x) = z$ $\varphi'(x)\,dx = dz$	$-\int\frac{dz}{z}$ $=\frac{1}{2}[\varphi(x)]^2+C$	$\int\sin x\cos x\,dx$ $=\int z\ dz$ $=\frac{1}{2}\sin^2 x+C$
الاشتقاق عن طريق تابع $f(x)=\frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)}$	$\varphi(x) = z$ $\varphi'(x)\ d = dz$	$=\int\frac{dz}{z}$ $=\ln\lvert\varphi(x)\rvert+C$	$\int\cot x\,dx$ $=\int\frac{\cos x}{\sin x}dx$ $=\int\frac{dz}{z}$ $=\ln\lvert\sin x\rvert+C$
علاقة منطقيـة لتوابـع هندسية مثلثية $f(x) = R(\sin x, \cos x, \tan x, \cot x)$	$\tan\frac{x}{2}=z$ $dx=\frac{2dz}{1+z^2}$ $\sin x=\frac{2z}{1+z^2}$ $\cos x=\frac{1\ \ z^2}{1+z^2}$ $\tan x=\frac{2z}{1\ \ z^2}$	$=\int R(z)dz$	$\int\frac{\cos x}{\sin x}=\int\frac{dz}{z}$ $=\ln\lvert z\rvert+C$ $=\ln\lvert\tan\frac{x}{2}\rvert+C$

التكامل بطريقة تفريق الكسور

كل تابع غير حقيقي كسري منطقي يتمثل وفق إضافة الأجزاء كمجموع توابع منطقية كاملة وتوابع منطقية كسرية وغير حقيقية.

كل تابع حقيقي منطقي قابل للكسر يمكن تجزئته إلى أعمدة بعد تحديد موقع الصفر لتابع الصورة إلى كسور جزئية. نستخدم الفرضيات التالية حسب نوع موقع صفر تابع الصورة للمتكامل:

هل مواقع الصفر:

حقيقي ووحيد: $\frac{A}{x-x_1}+\frac{B}{x-x_2}+\frac{C}{x-x_3}+........$

حقيقي ومتعدد (n درجة): $\frac{D_n}{(x-x_\delta)^n}+\frac{D_{n-1}}{(x-x_\delta)^{n-1}}+.....+\frac{D_1}{x-x_\delta}$

مركب ومبسط: $\frac{Px+Q}{x^2+px+q}$

يتم إيجاد القيم $A, B, ..., D_n, ..., D_1, P, Q$ من نظام المعادلات الناشئ حسب تعويض قيم خاصة للمتحول x أو خلال مقارنة العوامل.

التكامل بالتجزئة

$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)\,v(x) - \int v(x)u'(x)dx$$

7.7 تكاملات خاصة (في جميع التكاملات يجب إضافة C+)

$$\int (ax+b)^n\,dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} \quad (n \neq \quad 1)$$

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b|$$

$$\int\frac{x\,dx}{ax+b}=\frac{x}{a}\quad\frac{b}{a^2}\ln|ax+b|$$

$$\int\frac{dx}{x(ax+b)}=\quad\frac{1}{b}\ln\left|\frac{ax+b}{x}\right|$$

$$\int\frac{x\,dx}{(ax+b)^2}=\frac{b}{a^2(ax+b)}+\frac{1}{a^2}\ln|ax+b|$$

$$\int\frac{dx}{a^2+b^2x^2}=\frac{1}{ab}\arctan\frac{b}{a}x$$

$$\int\frac{dx}{a^2\quad b^2x^2}=\frac{1}{2ab}\ln\left|\frac{a+bx}{a\quad bx}\right|$$

$$\frac{1}{\sqrt{ac\quad b^2}}\arctan\frac{b+cx}{\sqrt{ac\quad b^2}}\qquad\text{for}\quad ac>b^2$$

$$\int\frac{dx}{a+2bx+cx^2}=\quad\frac{1}{2\sqrt{b^2\quad ac}}\ln\left|\frac{\sqrt{b^2\quad ac}\quad b\quad cx}{\sqrt{b^2\quad ac}+b+cx}\right|\qquad\text{for}\quad b^2>ac$$

$$\frac{1}{b+cx}\qquad\text{for}\quad b^2=ac$$

$$\int\frac{x\,dx}{a^2\pm b^2x^2}=\pm\frac{1}{2b}\ln\left|a^2\pm b^2x^2\right|$$

$$\int\frac{x\,dx}{a+2bx+cx^2}=\frac{1}{2c}\ln\left|a+2bx+cx^2\right|-\frac{b}{c}\int\frac{dx}{a+2bx+cx^2}$$

$$\int\sqrt{b^2x^2\pm a^2}\,dx=\frac{x}{2}\sqrt{b^2x^2\pm a^2}\pm\frac{a^2}{2b}\ln\left|bx+\sqrt{b^2x^2\pm a^2}\right|$$

$$\int\sqrt{a^2\quad b^2x^2}\,dx=\frac{a^2}{2b}\arcsin\frac{b}{a}x+\frac{x}{2}\sqrt{a^2\quad b^2x^2}$$

$$\int x\sqrt{a^2\pm b^2x^2}\,dx=\pm\frac{1}{3b^2}(a^2\pm b^2x^2)^{\frac{3}{2}}$$

$$\int\frac{dx}{\sqrt{b^2x^2\pm a^2}}=\frac{1}{b}\ln\left|bx+\sqrt{b^2x^2\pm a^2}\right|$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 \quad b^2x^2}} = \frac{1}{b}\arcsin\frac{b}{a}x$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2 \pm b^2x^2}} = \pm\frac{1}{2b^2}\ln\sqrt{a^2 \pm b^2x^2}$$

$$\int e^{ax}\sin bx\,dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\sin bx \quad b\cos bx)$$

$$\int e^{ax}\cos bx\,dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(b\sin bx + a\cos bx)$$

$$\int x\sin x\,dx = \sin x \quad x\cos x$$

$$\int x e^x\,dx = e^x(x \quad 1)$$

$$\int x\cos x\,dx = \cos x + x\sin x$$

$$\int x\ln x\,dx = \frac{x^2}{4}(2\ln|x| \quad 1)$$

$$\int x^n\ln x\,dx = \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2}(n+1)\ln|x| \quad 1] \qquad (n\neq 1)$$

$$\int \ln x\,dx = x(\ln|x| \quad -1)$$

$$\int \frac{\ln x}{x}dx = \frac{1}{2}(\ln|x|)^2$$

$$\int \sin^2 x\,dx = \frac{1}{2}(x \quad \sin x\ \cos\ x)$$

$$\int \tan\ x\,d\,x = \quad \ln|\cos\ x|$$

$$\int \cos^2 x\,dx = \frac{1}{2}(x+\sin\ x\ \cos\ x)$$

$$\int \cos\ x\,dx = \ln|\sin\ x|$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left|\tan\ \frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right|$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln|\tan\frac{x}{2}|$$

$$\int \sin x \cos x \, dx = \frac{1}{2}\sin^2 x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos x} = \ln|\tan x|$$

$$\left.\begin{aligned}
\int \sin ax \sin bx \, dx &= \frac{1}{2}\left[\frac{\sin(a-b)x}{a-b} - \frac{\sin(a+b)x}{a+b}\right] \\
\int \sin ax \cos bx \, dx &= -\frac{1}{2}\left[\frac{\cos(a+b)x}{a+b} + \frac{\cos(a-b)x}{a-b}\right] \\
\int \cos ax \cos bx \, dx &= \frac{1}{2}\left[\frac{\sin(a+b)x}{a+b} + \frac{\sin(a-b)x}{a-b}\right]
\end{aligned}\right\}(|a| \neq |b|)$$

أشكال الأس $(n = 1, 2, 3, \ldots..)$

$$\int x^n e^x dx = x^n e^x - n\int x^{n-1} e^x dx$$

$$\int x^n \sin x \, dx = x^n \cos x + n\int x^{n-1} \cos x \, dx$$

$$\int x^n \cos x \, dx = x^n \sin x - n\int x^{n-1} \sin x \, dx$$

$$\int (\ln x)^n dx = x(\ln x)^n - n\int (\ln x)^{n-1} dx$$

$$\int \sin^n x \, dx = -\frac{1}{n}\sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n}\int \sin^{n-2} x \, dx$$

$$\int \cos^n x \, dx = \frac{1}{n}\cos^{n-1} x \sin x + \frac{n-1}{n}\int \cos^{n-2} x \, dx$$

$$\left.\begin{aligned}
\int \frac{dx}{\sin^n x} &= -\frac{1}{n-1}\frac{\cos x}{\sin^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1}\int \frac{dx}{\sin^{n-2} x} \\
\int \frac{dx}{\cos^n x} &= \frac{1}{n-1}\frac{\sin x}{\cos^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1}\int \frac{dx}{\cos^{n-2} x}
\end{aligned}\right\}(n \neq 1)$$

$$\int \frac{x^n dx}{\sqrt{a^2 \pm x^2}} = \pm\frac{1}{n}x^{n-1}\sqrt{a^2 \pm x^2} \mp \frac{n-1}{n}a^2\int \frac{x^{n-2}}{\sqrt{a^2 \pm x^2}}dx$$

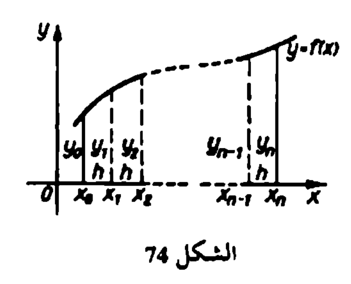
$$\int x^n \sqrt{a^2 \pm x^2}\, dx = \frac{x^{n+1}}{n+2}\sqrt{a^2 \pm x^2} + \frac{a^2}{n+2}\int \frac{x^n}{\sqrt{a^2 \pm x^2}}dx$$

8.7 التكامل من خلال التقريب (التكامل العددي)

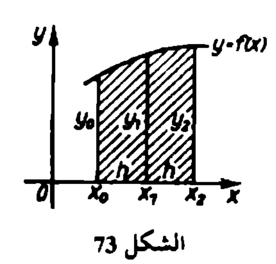
تكامل Kepler (الشكل 73)

تعطى المساحة بدقة عندما يكون $y = f(x)$ تابع حقيقي تام من الدرجة الثالثة

$$A \approx \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2) \qquad \text{هنا} \qquad h = \frac{x_2 - x_0}{2}$$



الشكل 74



الشكل 73

قاعدة Simpson (الشكل 74)

$$A \approx \frac{h}{3}[y_0 + y_n + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1})]$$

في العلاقة $h = \frac{x_n - x_0}{n}$ يكون n مستقيم

9.7 تطبيقات في حساب التكامل

(المنحنيات شكل 75)

- طول القوس

$$s = \int_a^b ds = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2}\, dx$$

- العزم الستاتيكي لمنحني مستوي (شكل 75) بالنسبة:

للمحور y

$$M_y = \int_a^b x\sqrt{1 + y'^2}\,dx$$

للمحور x

$$M_x = \int_a^b y\sqrt{1 + y'^2}\,dx$$

- أبعاد مركز الثقل

$$x_s = \frac{M_y}{s} \qquad y_s = \frac{M_x}{s}$$

المساحات

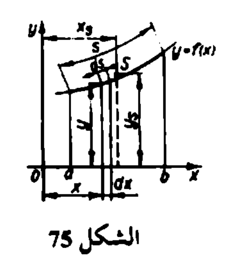
المساحة بين منحنيين (الشكل 76)

$$A = \int_a^b (y_2 - y_1)\,dx$$

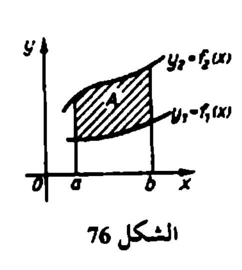
المساحة الدورانية للأجسام الدوارة

$$A_M = 2\pi\int_a^b y\,ds = 2\pi\int_b^a y\sqrt{1 + y'^2}\,dx = 2\pi y_s s$$

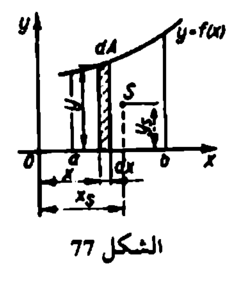
1. قاعدة Guldin: إن مساحة الجسم الدوار هي جداء طول المنحني المكون s وبعد مركز ثقل المنحني (شكل 75)



الشكل 75



الشكل 76



الشكل 77

العزم الستاتيكي للمساحة المستوية (شكل 77) بالنسبة:

للمحور y

$$M_y = \int_a^b x.y\,dx$$

للمحور x

$$M_x = \frac{1}{2}\int_a^b y^2\,dx$$

- أبعاد مركز الثقل

$$y_s = \frac{M_x}{A} \qquad x_s = \frac{M_y}{A}$$

$$\left(A = \int_a^b dA = \int_a^b y\,dx\right)$$

- عزم عطالة السطوح المستوية

- عزم عطالة محوري

$$I_x = \int y^2 dA \qquad I_y = \int x^2 dA$$

إن عزم العطالة المحوري للمساحات التي تحدد بالمنحني $y = f(x)$، والمحاور الإحداثية $x = a$ و $x = b$ والمحور x هو:

$$I_x = \frac{1}{3}\int_a^b y^3\,dx \qquad I_y = \int_a^b x^2 y\,dx$$

يعطى عزم العطالة القطبي بالمعادلة

$$I_p = \int r^2 dA = I_x + I_y$$

الأجسام

الحجوم

$$V = \int_a^b dV = \int_a^b Q(x)dx$$

للأجسام الدوارة

$$V = \pi\int_a^b y^2 dx = 2\pi y_s A$$

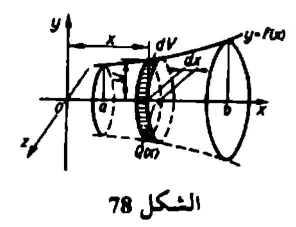
2. قاعدة Guldin: إن حجم جسم دوار يساوي جداء المساحة الناتجة A وبعد مركز ثقل المساحة، (شكل 77)

العزم الستاتيكي لجسم، بالنسبة للمستوي (y-z) (شكل 78)

$$M_{yz} = \int_a^b x\,dV = \int_a^b xQ(x)\,dx = \pi\int_a^b xy^2 dx$$

يعطى بعد مركز الثقل للمستوي y-z بالعلاقة

$$x_s = \frac{M_{yz}}{V}$$



الشكل 78

8. السلاسل اللانهائية

1.8 السلاسل الأسية

نأخذ السلسلة الأسية اللانهائية الشكل

$$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots\dots\dots + a_n x^n + \dots\dots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

وتدعى هذه السلسلة محدبة عندما تتناهى P(x) عند قيم اعداد متزايدة غير معينة من العنصر $(n \to \infty)$ محدد إلى قيمة حدود نهائية.

إن مجال القيم لـ x من أجل سلسلة أسية محدبة هو مجال تعريفها.

يسمح ضمن السلاسل الأسية ذات المجال المحدب بشكل عناصر الجمع، والطرح، والتفاضل، والتكامل.

- سلاسل Taylor

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + ...$$

$$f(x+a) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}x + \frac{f''(a)}{2!}x^2 + \frac{f'''(a)}{3!}x^3 + ...$$

صيغة Mac Laurin لسلاسل Taylor:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + ...$$

أهم السلاسل الأسية	مجال التقارب
$(a+x)^m = a^m + \frac{m}{1!}a^{m\ 1}x + \frac{m(m\ \ 1)}{2!}a^{m\ 2}x^2 + \frac{m(m\ \ 1)(m\ \ 2)}{3!}a^{m\ 3}x^3 + ...$	$\lvert x\rvert < a$
$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m\ \ 1)}{2!}x^2 + \frac{m(m\ \ 1)(m\ \ 2)}{3!}x^3 + ...$	$x\rvert < 1$
$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ...$	$\lvert x\rvert < \infty$
$a^x = 1 + \frac{x\ln a}{1!} + \frac{x^2(\ln a)^2}{2!} + \frac{x^3(\ln a)^3}{3!} + ...$	$\lvert x\rvert < \infty$
$\ln x = 2\ \frac{x\ \ 1}{x+1} + \frac{1}{3}\ \frac{x\ \ 1}{x+1}^{\ 3} + \frac{1}{5}\ \frac{x\ \ 1}{x+1}^{\ 5} + ...$	$x > 0$
$\sin x = x\ \ \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}\ \ \frac{x^7}{7!} + \ ...$	$\lvert x\rvert < \infty$
$\cos x = 1\ \ \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}\ \ \frac{x^6}{6!} + \ ...$	$\lvert x\rvert < \infty$

$$\tan x \quad = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \ldots \qquad |x| < \frac{\pi}{2}$$

$$\cot x \quad = \frac{1}{x} \quad \frac{1}{3}x \quad \frac{1}{45}x^3 + \frac{2}{945}x^5 \qquad |x| < \pi$$

$$\arcsin x \quad = x + \frac{1}{2}\frac{x^3}{3} + \frac{1 \times 3}{2 \times 4}\frac{x^5}{5} + \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6}\frac{x^7}{7} + \ldots \qquad |x| < 1$$

$$\arctan x \quad = x \quad \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \quad + \ldots \qquad |x| \le 1$$

$$\sinh x \quad = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots \qquad |x| < \infty$$

$$\cosh x \quad = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots \qquad |x| < \infty$$

2.8 سلاسل Fourier

كل تابع دوري

$$f(x) = f(x + nT)$$

حيث (T الدور، $\omega = \frac{2\pi}{T}$)، يمكن تمثيله من خـــلال سلـــسلة Fourier (سلـــسلة هندسية) من الشكل:

$$f(x) = a_0 + a_1 \cos \omega x + a_2 \cos 2\omega x + a_3 \cos 3\omega x + \ldots$$
$$+ b_1 \sin \omega x + b_2 \sin 2\omega x + b_3 \sin 3\omega x + \ldots$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\omega x + b_n \sin n\omega x)$$

يتم حساب ثوابت سلسلة Fourier حسب صيغة Euler:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(x)dx \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(x) \sin n\omega x \, dx$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(x) \cos n\omega x \, dx \qquad (n = 1,2,3,\ldots)$$

في التوابع التي يكون لمنحنياتها بالنسبة لمحور معين نفس الشكل يكون لهـــا نفـــس المساحة (الشكل 79)

$a_0 = 0$ (الإحداثي الوسطي a_0)

في التوابع الفردية يكون $[f(x) = f(-x)]$ كما في (الشكل 80)

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} f(x)dx \qquad b_n = 0$$

$$a_n = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} f(x)\cos n\omega x\, dx$$

الشكل 79

في التوابع الزوجيـــة يكـــون $[f(x) = -f(-x)]$ (الشكل 81)

$$a_0 = 0 \qquad a_n = 0$$

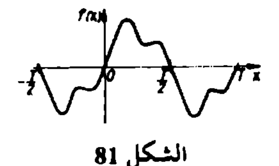
$$b_n = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} f(x)\sin n\omega x\, dx$$

الشكل 80

أهم سلاسل Fourier

($T = 2\pi$ أي $\omega = 1$)

المنحنيات المستطيلة (الشكلين 82 a وb)



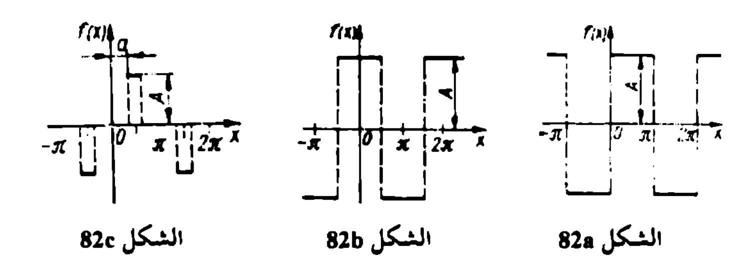
الشكل 81

$$\text{a)}\quad f(x) = \frac{4A}{\pi}\left(\sin x + \frac{1}{3}\sin 3x + \frac{1}{5}\sin 5x + \dots\dots\right)$$

$$\text{b)}\quad f(x) = \frac{4A}{\pi}\left(\cos x - \frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{5}\cos 5x - + \dots\dots\right)$$

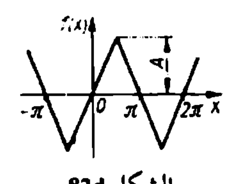
- المستطيل ذو النبضة (الشكل 82c)

$$\text{c)}\quad f(x) = \frac{4A}{\pi}\left(\cos a \sin x + \frac{\cos 3a}{3}\sin 3x + \frac{\cos 5a}{5}\sin 5x + \dots\dots\right)$$



الشكل 82a الشكل 82b الشكل 82c

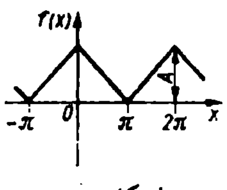
- المنحني ذو الشكل المثلثي (الأشكال (82d....g)

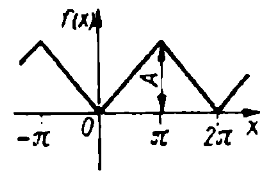


الشكل 82d

d) $f(x)=\dfrac{8A}{\pi^2}\left(\sin x-\dfrac{\sin 3x}{3^2}+\dfrac{\sin 5x}{5^2}-+.......\right)$

e) $f(x)=\dfrac{8A}{\pi^2}\left(\cos x+\dfrac{\cos 3x}{3^2}+\dfrac{\cos 5x}{5^2}+.......\right)$





الشكل 82e الشكل 82f الشكل 82g

f) $f(x)=\dfrac{A}{2}\left[1-\dfrac{8}{\pi^2}\left(\cos x+\dfrac{\cos 3x}{3^2}+\dfrac{\cos 5x}{5^2}+.......\right)\right]$

g) $f(x)=\dfrac{A}{2}\left[1+\dfrac{8}{\pi^2}\left(\cos x+\dfrac{\cos 3x}{3^2}+\dfrac{\cos 5x}{5^2}+.......\right)\right]$

– منحنيات السن القائم (الأشكال 82h...k)

$$h)\quad f(x) = -\frac{2A}{\pi}\left(\sin x + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + ...\right)$$

$$i)\quad f(x) = \frac{2A}{\pi}\left(\sin x - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - +....\right)$$

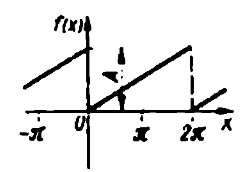
$$k)\quad f(x) = \frac{A}{2}\left[1 - \frac{2}{\pi}\left(\sin x + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + ...\right)\right]$$

– منحني شبه المنحرف (شبه المنحرف متساوي الساقين) (الشكل 82l)

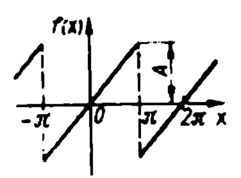
$$l)\quad f(x) = \frac{4A}{a\pi}\quad \sin a \sin x + \frac{\sin 3a \sin 3x}{3^2} + \frac{\sin 5a \sin 5x}{5^2} + ...$$

– أقواس القطع الزائد (الشكل 82m)

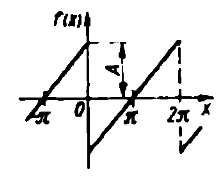
$$m)\quad f(x) = \frac{A}{3} - \frac{4A}{\pi^2}\left(\cos x - \frac{\cos 2x}{2^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} - +....\right)$$



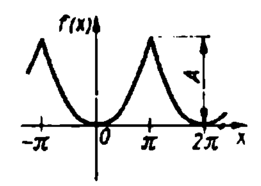
الشكل 82k



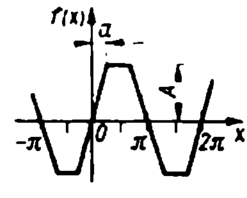
الشكل 82i



الشكل 82h



الشكل 82m



الشكل 82l

- الجيب النبضي (اتجاه ذو طريق واحد) (الشكل 82n)

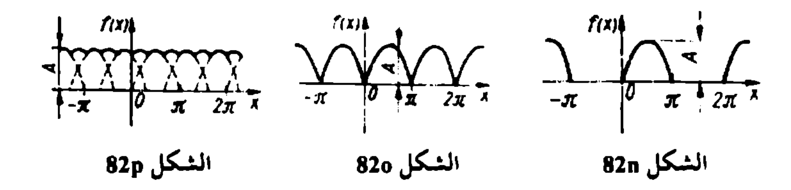
$$n)\ f(x)=\frac{A}{\pi}\left[1+\frac{\pi}{2}\sin x-2\left(\frac{\cos 2x}{1.3}+\frac{\cos 4x}{3.5}+\frac{\cos 6x}{5.7}+\dots\right)\right]$$

- منحني الجيب متساوي الاتجاه (معادلة ذات طريقين) (الشكل 82o)

$$o)\ f(x)=\frac{2A}{\pi}\left[1-2\left(\frac{\cos 2x}{1.3}+\frac{\cos 4x}{3.5}+\frac{\cos 6x}{5.7}+\dots\right)\right]$$

- التيار الدوار ذو الاتجاه المتساوي (الشكل 82p)

$$p)\ f(x)=\frac{3A}{\pi}\left[1-2\left(\frac{\cos 6x}{5.7}+\frac{\cos 12x}{11.13}+\frac{\cos 18x}{17.19}+\dots\right)\right]$$



الشكل 82p الشكل 82o الشكل 82n

9. المعادلات التفاضلية

1.9 المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى

التكامل بفصل المتحولات

نموذج المعادلة

$$y' = g(x)\ .\ h(y)$$

يتم الحل عن طريق فصل المتحولات ونحسب التكامل التالي:

$$\int \frac{dy}{h(y)} = \int g(x)dx + C$$

نموذج المعادلة:

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \qquad y' = f(ax + by + c)$$

$$u = \frac{y}{x} \qquad u = ax + by + c$$

$$u' = \frac{y - u}{x} \qquad u' = a + by'$$

$$u' = \frac{1}{x}[f(u) - u] \qquad u' = a + bf(u)$$

2.9 المعادلات التفاضلية الخطية من الدرجة الأولى والثانية

المعادلات التفاضلية الخطية من الدرجة الأولى

الشكل العام $y' + f(x)\, y = s(x)$

حل المعادلة المتجانسة $y' + f(x)\, y = 0$

بفصل المتحولات والتكامل التالي

$$y_h = Ke^{-\int f(x)dx}$$

حل المعادلة غير المتجانسة [تابع التشويش $s(x)$] من خلال تحويل الثوابت، في حل المعادلة المتجانسة نعوض الثابتة K بعلاقة (غير معروفة بعد) هي $K(x)$

ثم نعوض $y = K(x)e^{-\int f(x)dx}$ والمشتق y' التابع لها في المعادلة غير المتجانسة، ممـــا ينتج المعادلة من أجل $K(x)$، ومنه:

$$K(x) = \int\left[s(x)e^{\int f(x)dx}\right]dx + C$$

الحل العام للمعادلة غير المتجانسة من الدرجة الأولى:

$$y = e^{-\int f(x)dx}\left\{\int\left[s(x)e^{\int f(x)dx}\right]dx + C\right\}$$

المعادلات التفاضلية الخطية من الدرجة الثانية مع عوامل ثابتة

الشكل العام $y'' + a_1y' + a_0y = s(x)$

حل المعادلة المتجانسة $y'' + a_1y' + a_0y = 0$

المعادلة المميزة هي $k^2 + a_1k + a_0 = 0$

ومنه $k_{1,2} = -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_0}$

الحل العام للمعادلة المتجانسة هو:

a) $y_h = C_1e^{k_1x} + C_2e^{k_2x}$ من أجل $k_1 \neq k_2$ جذور حقيقية

b) $y_h = (C_1x + C_2)e^{-\rho x}$ من أجل $k_1 = k_2 = \frac{a_1}{2} = \rho$

c) $y_h = e^{-\rho x}(A\cos\omega x + B\sin\omega x)$

من أجل $\left(k_{1,2} = -\rho \pm j\omega, \rho = \frac{a_1}{2}, \omega = \frac{1}{2}\sqrt{4a_0 - a_1^2}\right)$ k_1 و k_2 جذران عقديان

حيث C_1، C_2، A، B ثوابت التكامل.

- حل المعادلة غير المتجانسة:

إن الحل العام للمعادلة غير المتجانسة ينتج كمجموع الحل العام للمعادلة المتجانسة والحل الخاص للمعادلة غير المتجانسة.

$$y = y_h + y_p$$

فرضيات الحل لتحديد الحل الخاص للمعادلة غير المتجانسة:

تابع الاضطراب $s(x) =$	الفرض $y_p =$	الشرط
$s_0 + s_1 x + ... + s_m x^m$ (مضلع من الدرجة m)	$b_0 + b_1 x + ... + b_m x^m$ [من الدرجة m مثل s(x)]	$a_0 \neq 0$ (بظهور y)
	$x(b_0 + b_1 x + ... + b_m x^m)$	$a_0 = 0$ (عدم ظهور y)
	$x^2(b_0 + b_1 x + ... + b_m x^m)$	$a_0 = a_1 = 0$ (عدم ظهور y، y')
$B\ e^{mx}$ تابع أسي	$b\ e^{mx}$ [بنفس السبب حيث m مثل s(x)]	$m \neq k_1, k_2$ (m ليس حلاً لمميز المعادلة)
	$bx\ e^{mx}$	$m = k_1$ أو $m = k_2$ (m هو حل للمعادلة)
	$bx^2\ e^{mx}$	$m = k_1 = k_2$ (m حلاً مضاعف لمميز المعادلة)
$A \cos mx + B \sin mx$ (جيب و/أو تابع التجيب)	$a \cos mx + b \sin mx$ [بنفس السبب m مثل s(x)]	$jm \neq k_1, k_2$ (jm ليست حلاً لمميز المعادلة)
	$x(a \cos mx + b \sin mx)$	$jm = j\omega$ (jm هي حلاً لمميز المعادلة)

التابع	روابط العنصرية المحتواة	رمز القيم والعمليات	الوصف	رمز التوصيل	الوصل التلامسي
Y_8^2	k_0^2	$\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$ $= x_1 \downarrow x_0$	تابع بايرس إلى المكافئ	x_1, x_0 — 1	x_1 x_0
Y_9^2	$k_0^2 \vee k_3^2$	$\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee x_1x_0$ $= x_1 \equiv x_0$		x_1, x_0 — =	x_1 x_0
Y_{10}^2	$k_0^2 \vee k_2^2$	$\bar{x}_0$	السالب	x_0 — 1	x_0
Y_{11}^2	$k_0^2 \vee k_2^2 \vee k_3^3$	$x_1 \vee \bar{x}_0$ $= x_1 \leftarrow x_0$		x_1, x_0 — 1	x_1 x_0
Y_{12}^2	$k_0^2 \vee k_1^2$	$\bar{x}_1$	السالب	x_1 — 1	x_1
Y_{13}^2	$k_0^2 \vee k_1^2 \vee k_3^3$	$\bar{x}_1 \vee x_0$ $= x_1 \rightarrow x_0$		x_1, x_0 — 1	x_1 x_0
Y_{14}^2	$k_0^2 \vee k_1^2 \vee k_2^2$	$\bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$ $= x_1 \mid x_0$	تابع شيفرة إلى التابع الواحدي	x_1, x_0 — &	x_1 x_0
Y_{15}^2	$k_0^2 \vee k_1^2 \vee k_2^2 \vee k_3^2$	L		1	L

التابع	روابط العنصرية المحتواة	رمز القيم والعمليات	الوصف	رمز التوصيل	الوصل التلامسي
Y_8^2	k_0^2	$\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$ $= x_1 \downarrow x_0$	تابع بايرس إلى المكافئ	x_1, x_0 — 1	x_1 x_0
Y_9^2	$k_0^2 \vee k_3^2$	$\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee x_1x_0$ $= x_1 \equiv x_0$		x_1, x_0 — =	x_1 x_0
Y_{10}^2	$k_0^2 \vee k_2^2$	$\bar{x}_0$	السالب	x_0 — 1	x_0
Y_{11}^2	$k_0^2 \vee k_2^2 \vee k_3^2$	$x_1 \vee \bar{x}_0$ $= x_1 \leftarrow x_0$		x_1, x_0 — 1	x_1 x_0
Y_{12}^2	$k_0^2 \vee k_1^2$	$\bar{x}_1$	السالب	x_1 — 1	x_1
Y_{13}^2	$k_0^2 \vee k_1^2 \vee k_3^2$	$\bar{x}_1 \vee x_0$ $= x_1 \rightarrow x_0$		x_1, x_0 — 1	x_1 x_0
Y_{14}^2	$k_0^2 \vee k_1^2 \vee k_2^2$	$\bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$ $= x_1 \mid x_0$	تابع شيفرة إلى التابع الواحدي	x_1, x_0 — &	x_1 x_0
Y_{15}^2	$k_0^2 \vee k_1^2 \vee k_2^2 \vee k_3^2$	L		1	L

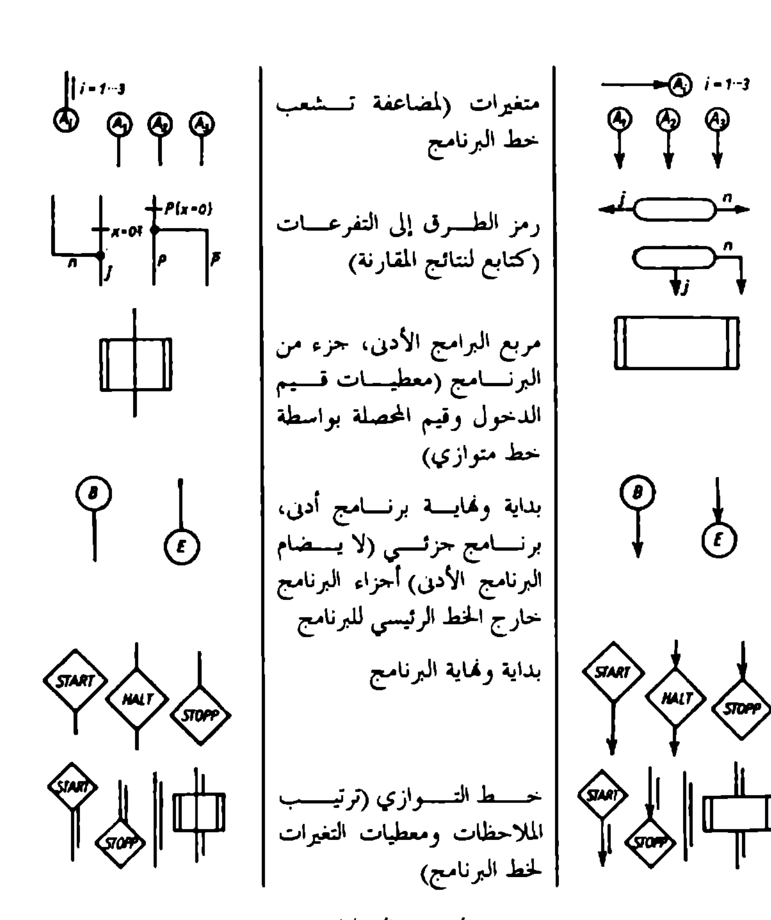
النظام – الثنائي

النظام			Aiken	Gray	التوازن (تعريف الأخطاء)			Hamming (تصليح الأخطاء)
							$\binom{5}{2}$	
الأوزان	8421		2421		5043210	8642010	74210	8421000
0	0000	0011	0000	0000	0100001	0000101	11000	0000000
1	0001	0100	0001	0001	0100010	0000110	00011	0001011
2	0010	0101	0010	0011	0100100	0001001	00101	0010101
3	0011	0110	0011	0010	0101000	0001010	00110	0011110
4	0100	0111	0100	0110	0110000	0010001	01001	0100110
5	0101	1000	1011	0111	1000001	0010010	01010	0101101
6	0110	1001	1100	0101	1000010	0100001	01100	0110011
7	0111	1010	1101	0100	1000100	0100010	10001	0111000
8	1000	1011	1110	1100	1001000	1000001	10010	1000111
9	1001	1100	1111	1101	1010000	1000010	10100	1001100

تمثيل مجريات البرنامج

طريقة خطوط البرنامج	طريقة الصناديق الصغيرة
معطيات ونتاج البرنامج	ترتيب العمليات (دلائل) لخط البرنامج
العملية، بشكل عام	
عملية يدوية	
تفرع البرنامج (مقارنة العملية)	P{x>R} تفرع خط البرنامج (قفزة في نتيجة عملية مقارنة) P{x=0}
خط البرنامج	تأدية خط البرنامج
تنظيم الشروحات	

	تقاطع خطوط البرنامج	
	متابعة خطوط البرنامج	
	رسم - (القطع ومتابعة خطوط البرنامج بأسباب تتعلق بالرسم)	
von Seite 3 nach Seite 5	صفحات - (لقطع ومتابعة خطوط البرنامج على صفحة أخرى)	von Seite 3 nach Seite 5



رموز لوصف العمليات

الشرح	المعنى	الرمز
قمة السهم أو نقطة مضاعفة تدل على النتيجة مثلاً: $i := i + 1$ ،$i \Leftarrow i + 1$	ينتج	$\Leftarrow$ أو $:=$
مثلاً $a \rightarrow b$	نقل	$\rightarrow$

الرمز	المعنى	الشرح
< >	محتوى (خلية مخزنة)	مثلاً <B> = a
<< >>	محتوى مطروح (الخلية مخزنة)	مثلاً <<C>> = D
> <	عنوان (خلية مخزنة)	مثلاً >a< = B

الفيزياء

1. الحركة

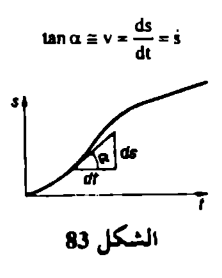
φ	زاوية الدوران rad	r	البعد عن نقطة الدوران m
a	التسارع m/s^2	s	المسافة m
α	التسارع الزاوي $1/s^2$	t	الزمن s
ω	السرعة الزاوية 1/s	v_0	السرعة الابتدائية m/s
ω_0	السرعة الزاوية الابتدائية 1/s	v	السرعة m/s

1.1 الحركة الانسحابية (الانتقالية)

مخطط المسافة - الزمن (المنحني s,t)

يبين الشكل (83) مخطط للمسافة المقطوعة خلال زمن محدد. ويلاحظ من الشكل أنه بازدياد ميل المنحني تزداد قيمة المسافة المقطوعة وبالتالي يمكن تعريف السرعة اللحظية بأنها نسبة تفاضل المسافة على الزمن.

$$\tan\alpha \cong v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

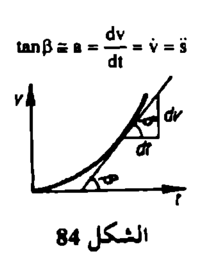


الشكل 83

مخطط السرعة - الزمن (المنحني v, t)

يبين الشكل (84) مخطط تغير السرعة مع الزمن. يلاحظ من الشكل أنه بازدياد ميل المنحني تزداد قيمة السرعة. وبالتالي يمكن تعريف التسارع a بأنه نسبة تفاضل السرعة على الزمن.

$$\tan\beta \hat{=} a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{s}$$

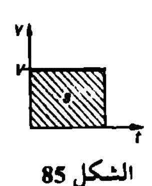


الشكل 84

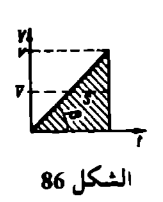
إن المساحة المحصورة تحت المنحني تطابق المسافة المقطوعة.

الحركة المنتظمة (الشكل 85)

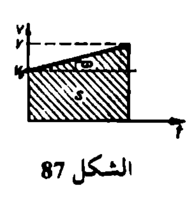
السرعة ثابتة $v = \frac{s}{t}$



الشكل 85



الشكل 86



الشكل 87

الحركة المتسارعة المنتظمة بدون سرعة ابتدائية (الشكل 86)

تزداد السرعة بانتظام من السكون (شكل 86) $a = \frac{v}{t} = const \hat{=} \tan\beta$

السرعة بعد زمن t أو حسب المسافة المقطوعة s $v = at = \sqrt{2as}$

المسافة المقطوعة في الزمن t $s = \frac{vt}{2} = \frac{at^2}{2}$

السرعة المتوسطة $\bar{v} = \frac{v}{2} = \frac{at}{2} = \frac{s}{t}$

الحركة المتسارعة المنتظمة مع سرعة ابتدائية (الشكل 87)

تزداد السرعة بانتظام $a = \frac{v - v_0}{t} = Const \hat{=} \tan\beta$

السرعة بعد زمن t أو المسافة المقطوعة s $v = v_0 + at = \sqrt{{v_0}^2 + 2as}$

المسافة المقطوعة في الزمن t $s = v_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{t}{2}(v_0 + v)$

السرعة الوسطية $\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} = v_0 + \frac{at}{2} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

ملاحظة: في الحركات المتباطئة يتخذ التسارع a إشارة سالبة.

2.1 السقوط والقذف

السقوط الحر

سرعة السقوط بعد زمن t أو ارتفاع السقوط $v = gt = \sqrt{2gh}$ [1]

ارتفاع السقوط، المسافة المقطوعة في الزمن t $h = \frac{vt}{2} = \frac{gt^2}{2}$

القذف الشاقولي[2]

السرعة بعد زمن t، أو ارتفاع القذف $v = v_0 + gt = \sqrt{{v_0}^2 + 2gh}$

ارتفاع السقوط بعد زمن t $h = v_0 t + \frac{gt^2}{2} = \frac{t}{2}(v_0 + v)$

---

[1] يجب اعتبار مقاومة الهواء

[2] انتبه عند القذف إلى أعلى يجب تعويض g بإشارة سالبة

الارتفاع الأقصى عند القذف إلى الأعلى $h_{max} = -\frac{v_0^2}{2g}$

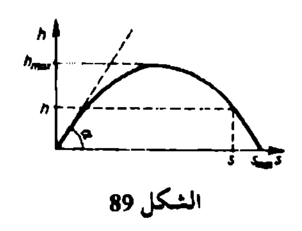
الزمن اللازم لبلوغ الارتفاع الأقصى $t_{max} = -\frac{v_0}{g} = \frac{2h_{max}}{v_0}$

القذف الأفقي (الشكل 88)

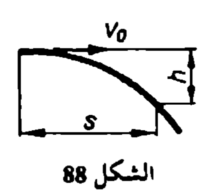
المسافة بالاتجاه الأفقي $s = v_0 t = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$

المسافة بالاتجاه الشاقولي $h = \frac{gt^2}{2}$

سرعة المسار بعد مرور الزمن t $v_B = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$



الشكل 89



الشكل 88

القذف المائل للأمام (شكل 89)

مسافة القذف بعد مرور الزمن t $s = v_0 t \cos \alpha$

ارتفاع القذف بعد مرور الزمن t $h = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$

سرعة المسار $v_B = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$

أكبر مسافة للقذف $s_{max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

الزمن اللازم لبلوغ المسافة s_{max} $t_s = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$

أكبر ارتفاع للقذف $h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

الزمن اللازم لبلوغ الارتفاع h_{max} $t_h = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$

3.1 الحركة الدورانية

(φ) زاوية الدوران — المسافة (s)

(ω) السرعة الزاوية — السرعة (v)

(α) التسارع الزاوي — التسارع (a)

الحركة الدورانية المنتظمة (شكل 90)

السرعة الزاوية وعدد الدورات ثابت

f التردد بالهرتز $Hz = s^{-1}$

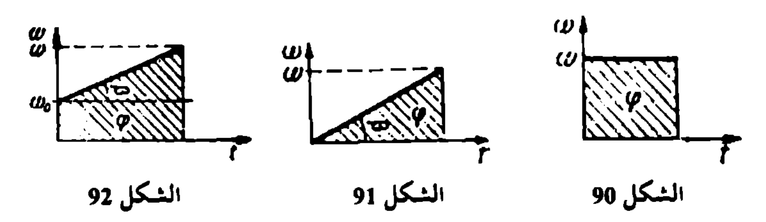
$$\omega = \frac{\varphi}{t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{r}$$

T زمن الدوران

v السرعة المحيطية على بعد r

$$\omega / s^{-1} = \frac{\pi}{30} n / min^{-1}$$

n عدد دورات بـ min^{-1}



الشكل 92 الشكل 91 الشكل 90

الحركة الدورانية المتسارعة بانتظام بدون سرعة ابتدائية (الشكل 91)

a التسارع على المحيط وعلى بعد r $\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{a}{r} \hat{=} \tan\beta$

يزداد عدد الدورات والسرعة الزاوية من السكون بانتظام

السرعة الزاوية بعد مرور الـــزمن t أو $\omega = \alpha t = \sqrt{2\alpha\varphi}$
الدوران حول الزاوية φ

الزاوية الممسوحة في الزمن t $\varphi = \frac{\omega t}{2} = \frac{\alpha t^2}{2}$

السرعة الزاوية الوسطية $\overline{\omega} = \frac{\alpha t}{2} = \frac{\varphi}{t}$

الحركة الدورانية المتسارعة بانتظام مع سرعة ابتدائية (الشكل 92)

تزداد السرعة الزاوية وعدد الدورات بانتظام $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \hat{=} \tan\beta$

السرعة الزاوية بعد زمن t أو الدوران الزاوي φ $\omega = \omega_0 + \alpha t = \sqrt{\omega_0^2 + 2\alpha\varphi}$

الزاوية المقطوعة في الزمن t $\varphi = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} = (\omega_0 + \omega)$

السرعة الزاوية الوسطية $\overline{\omega} = \frac{\omega_0 + \omega}{2} = \omega_0 + \frac{\alpha t}{2} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

انتبه: عندما تكون الحركة متباطئة ينبغي أن تكون α سالبة.

العلاقات بين ω، T، f، v

في أي زمن عشوائي t نطبق العلاقات التالية في جميع أنواع الحركة الدورانية:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{r}$$

$$\omega / s^{-1} = \frac{\pi}{30} n / min^{-1}$$

$$= 0.105 n / min^{-1}$$

f التردد $Hz = s^{-1}$

T زمن الدورة

v السرعة المحيطية على بعد r

مثلاً سرعة مقطوعة

n عدد الدورات min^{-1}

الحركة المحيطية

$$s = \varphi r$$
$$v = \omega r$$
$$a = \alpha r$$

r هي المسافة بين مركز الدوران والنقطة التي يتم من أجلها تحديد a, v, s

2. القوانين الأساسية في الديناميك

F القوة مقاسة بالواحدة N

G قوة الثقالة مقاسة بالواحدة N

m الكتلة مقاسة بالواحدة kg

P الاستطاعة مقاسة بالواحدة W

s البعد بين نقطة المركز، ونقطة الدوران مقاس بالواحدة m

J عزم عطالة الكتلة الدوارة $kg.m^2$

J_s عزم العطالة بالنسبة لمحور مار من مركز الثقل

J_A عزم العطالة بالنسبة لمحور الدوران الموازي للمحور المار من مركز الثقل والواقع على بعد s

W العمل والقدرة مقاسة بالواحدة J

1.2 الحركة الانسحابية

$F = ma$ القانون الأساسي في التحريك

$G = mg$ القوة F وقوة الثقالة G مقاسة بالواحدة N

الطاقة، العمل، والاستطاعة

$W_p = Gh = mgh$ الطاقة الكامنة مقاسة بالواحدة J

$W_k = \frac{mv^2}{2}$ الطاقة الحركية مقاسة بالواحدة J

$\Delta W_k = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2}$ التغير في الطاقة الحركية

$W = F.s$ العمل مقاس بالواحدة J، في حال تغير القوة F بانتظام يتم تعويض القوة الوسطية

$W = F.s \cos \alpha$ العمل، في حال القوة والاتجاه يشكلان زاوية α

$W = \int_{s1}^{s2} F \cos \alpha \, ds$ العمل، عندما تكون القوة غير ثابتة، وإنما تابعة للمسافة

$P = \frac{W}{t} = F_v$ الاستطاعة مقاسة بالواحدة W

$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$ المردود

الدفع

$p = mv$ الدفع مقاس بالواحدة kg m/s، قيمة الحركة

$\Delta p = m \, \Delta v = F \, \Delta t$ تغير الدفع = التشغيل، قوة الصدم مقاسة بالواحدة Ns

$(m_1 + m_2) v = m_1 v_1 + m_2 v_2$ مجموع دفع نظام مغلق يبقى ثابت (قانون حفظ الدفع)

الصدم المركزي المستقيم

مرن جزئياً

سرعة الجسم (1) بعد الصدم $w_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_2(v_1 - v_2)k}{m_1 + m_2}$

سرعة الجسم (2) بعد الصدم $w_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_1(v_1 - v_2)k}{m_1 + m_2}$

تغير العمل = الضياع في الطاقة الحركية $\Delta W = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)}(v_1 - v_2)^2(1 - k^2)$

عامل الصدم من التجربة؛ h_1 ارتفاع بعد الصدم، h ارتفاع السقوط $k = \sqrt{\frac{h_1}{h}};\quad 0 < k < 1$

غير مرن (بلاستيكي) $k = 0$

السرعة المشتركة بعد الصدم $w = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

تغير العمل = الضياع في الطاقة الحركية $\Delta W = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\frac{(v_1 - v_2)^2}{2}$

المرن، حيث $k = 1$

سرعة الجسم m_1 بعد الصدم $w_1 = \frac{2(m_1 v_1 + m_2 v_2)}{m_1 + m_2} - v_1$

سرعة الجسم m_2 بعد الصدم $w_2 = \frac{2(m_1 v_1 + m_2 v_2)}{m_1 + m_2} - v_2$

2.2 الحركة الدورانية

عزم الدوران

هذه العلاقة تطبق في السكون والحركة $M = F.r$

تطبق في الحركة الدورانية المتسارعة $= J\alpha = J\frac{\Delta\omega}{t}$

$\Delta\omega$ تغير السرعة الزاوية خلال الزمن t

عزم العطالة الكتلي

$J = \sum mr^2 = \frac{M}{\alpha} = \frac{Mt}{\Delta\omega}$ تطبق دائماً

$J = mr^2$ تطبق للنقطة المادية والحلقات الدائرية الرقيقة

قانون Steiner، لتحويل حساب

$J_A = J_s + ms^2$ عزم العطالة الكتلي بالنسبة لمحور يبعد مسافة s من محور مركز الثقل.

المحاور يجب أن تكون متوازية

العمل والاستطاعة

$W_r = \frac{J\omega^2}{2}$ طاقة الدوران مقاسة بالواحدة J

$\Delta W_r = \frac{J({\omega_2}^2 - {\omega_1}^2)}{2}$ تغير الطاقة بالحركة الدورانية المتسارعة

مثلاً: عملية تغير السرعة لمحور يدور بـــ ω_1 مقارنة مع محور ساكن

$$\Delta W_r = \frac{1}{2}\frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2}{\omega_1}^2; \quad \omega_2 = 0$$

$W = M\varphi$ العمل (J)، في حال تغير M بانتظام، ينبغي تعويض القيمة الوسطية لها. φ (rad)

$W = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M \, d\varphi$ قانون العمل عندما يكون عزم الدوران غير ثابت وإنما تابع للزاوية

$P = \frac{W}{t} = M\omega$ الاستطاعة مقاسة بالواحدة W

$P/W = \frac{\pi}{30} M/Nm.n/min^{-1}$ الاستطاعة W حيث n عدد الدورات min^{-1}

الدفع الدوراني

$L = J\omega$ الدفع الدائري، بـــ $kg\ m^2\ s^{-1}$

$\Delta L = J\omega = Mt = Frt$ التغير في الدفع الدائري = عزم التشغيل

$(J_1 + J_2)\ \omega = J_1\omega_1 + J_2\omega_2$ إن مجموع الدفع الدوراني لنظام مغلق هو ثابت.

$$\omega_{tot} = \frac{J_1\omega_1}{J_1 + J_2}$$

(قانون حفظ الدفع الدوراني) مثلاً عملية تغيير السرعة حيث ω_{tot} هي السرعة الدورانية المشتركة $(\omega_2 = 0)$

القوة الطاردة المركزية

$$a_z = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$ التسارع المركزي r البعد عن مركز الثقل

$$F_z = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$ القوة الطاردة المركزية N، على بعد r عن مركز الثقل

$C = 2\ mu\omega$ قوة Coriolis بالـــ N

u السرعة القطرية، هذا يعني السرعة عند الحركة مـــن نقطة الدوران

3. الاهتزازات والموجات

l بعد مركز النقل عن نقطة التعليق، m

s بعد مركز النقل عن نقطة الدوران، m

T دور الاهتزاز s، $T = \frac{1}{f}$

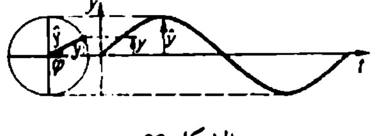
$\hat{y}$ السعة = عرض الاهتزاز بأكبر سعة.

c سرعة الموجة

f التردد $Hz = s^{-1}$ حيث $f = \frac{1}{T}$

1.3 الاهتزازات التوافقية (الحرة، غير المتخامدة)

y سعة في الزمن t



الشكل 93

زاوية الطور في الزمن t — $\varphi = \omega t + \varphi_0$

φ_0 زاوية الطور الابتدائية في الزمن $(t = 0)$

السعة في الزمن t — $y = \hat{y} \sin \varphi$

سرعة الاهتزاز في الزمن t — $v = \hat{y}\omega \cos\varphi$

أعلى سرعة للجسم المهتز عند بلوغه الموقع الوسطي — $\hat{v} = \hat{y}\,\omega$

التردد الدائري — $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$

تسارع الجسم المهتز في الزمن t — $a = -\hat{y}\omega^2 \sin\varphi = -y\omega^2$

التسارع الأعظمي في نقطتي العودة — $\hat{a} = -\hat{y}\omega^2$

القوة المؤثرة على الجسم المهتز في الزمن t، قوة الإرجاع — $F = -m\hat{y}\omega^2 \sin\varphi = -my\omega^2$

2.3 الاهتزاز المرن

الاهتزازات الخطية

دور الاهتزاز بالثانية s — $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{D}}$

القيمة الحقيقية = ثابت النابض k بواحدة N/m ، أي القوة المناسبة لاستطالة $\Delta l = 1\ m$ — $D = \dfrac{F}{\Delta l} = k$

التردد الدائري بـــ s^{-1}

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

الاهتزازات الدورانية

دور الاهتزاز بالثانية s

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D^*}}$$

J عزم العطالة الكتلي بالنسبة لمحور الدوران $kg\,m^2$

القيمة الحقيقية للزاوية مقاسة بواحدة Nm، أي عزم الدوران M اللازم لدورة زاوية مقدارها (1 rad)

$$D^* = \frac{M}{\varphi}$$

التردد الدائري s^{-1}

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{D^*}{J}}$$

3.3 اهتزاز النواس

النواس الرياضي

يطبق للكتل ذات التمدد الضعيف للخيوط عديمة الوزن في الإزاحات الزاوية الصغيرة

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

النواس الفيزيائي

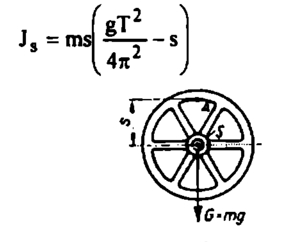
J_A يجب أن تكون منطيقة على محور النواس (قاعدة Steiner) يصلح فقط في الإزاحات الزاوية الصغيرة.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J_A}{mgs}}$$

يفيد تجريبياً في تبين العزم العطالي الكتلي لأي جسم، بالنسبة للمحور المار من مركز الثقل.

$$J_s = ms\left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - s\right)$$

T هي القيمة المطلـــوب قياســـها لـــدور الاهتزاز لجسم النواس. (شكل 94)



الشكل 94

طول النواس المكافئ، حيـث أن طـول النواس الرياضي يساوي دور الاهتزاز $l' = \frac{J_A}{ms}$

4.3 الاهتزاز التوافقي المتخامد

$y = a\, e^{-\delta t} \sin \varphi$ سعة في الزمن t

$\delta = \frac{\beta}{2m}$ عامل التخامد

$\beta = \frac{F_D}{v}$ ثابت التخامد، و F_D قوة التخامد

$\Lambda = \delta T$ التناقص اللوغاريتمي

$e^{\delta T} = \hat{y}_n : \hat{y}_{n+1}$ نسبة سعتين متجاورتين

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ التردد الدائري لاهتزاز متخامد

ω_0 التردد الدائري للاهتزاز غير المتخامد

5.3 الموجات

$\lambda = \frac{c}{f}$ طول الموجة

f تردد موجة التهييج (المؤثرة)

$y = \hat{y} \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$ سعة جزئية على بعد x من مركز التأثير بعد زمن t

4. ميكانيك الموائع (الميكانيك الهيدروليكي)

A مساحة المقطع m^2

F قوة المكبس N

G قوة الوزن N

G_F قوة الوزن عند الغطس التام في المائع $(G - F_A)$

G'_F قوة وزن الجسم الإضافي في المائع

G''_F قوة وزن الجسم والجسم الإضافي في المائع

h ارتفاع عمود المائع

μ عامل الجريان

ρ الكثافة = m/V، وتقاس بواحدة kg/m^3

v سرعة التدفق بـــ m/s

1.4 الموائع الساكنة

الضغط

ضغط الثقالة بواحدة $Pa = N\ m^2$ — $P = \rho g h$

ضغط المكبس بواحدة $Pa = N/m^2$ — $p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$

تتناسب قوة المكبس مع مساحة المقطـــع تناســـباً طردياً (مبدأ الضغط الهيدروليكي).

الرفع

قوة الرفع بواحدة N — $F_A = V\rho g$

V حجم المائع المزاح

ρ كثافة المائع

$G < F_A$: الجسم يصعد حتى توازن الطفو

$G > F_A$: الجسم يغطس

$G = F$: الجسم يطفو

توازن الطفو

$$\frac{\text{كثافة الجسم العائم}}{\text{كثافة المائع}} = \frac{\text{حجم المائع المزاح}}{\text{الحجم الكلي}}$$

تحديد الكثافة للأجسام الصلبة (بمساعدة الرفع)

تطبق للأجسام الصلبة ذات الكثافة النوعية الأثقل من المائع $\rho = \frac{\rho_F G}{G - G_F}$

تطبق للأجسام الصلبة ذات الكثافة النوعية الأخف من المائع ويجب أن تضاف إليها أثقال إضافية $\rho = \frac{\rho_F G}{G + G'_F - G''_F}$

تحديد كثافة الموائع

تحدد الكثافة بواسطة المقارنة مع مائع آخر وجسم صلب لا يطفو على كلا المائعين $\rho_{F1} = \rho_{F2} \frac{G - G_{F1}}{G - G_{F2}}$

4.2 الموائع المتحركة (المتدفقة)

المتفرعة

$\mu \approx 1.0$ في تفرع ذو أطراف مدورة بشكل جيد $v = \mu\sqrt{2gh}$

$\mu \approx 0.6$ في تفرع ذو أطراف حادة $\frac{V}{t} = \mu A\sqrt{2gh}$

غير المتفرعة (ذوات المقطع)

تدفق المائع (بدون احتكاك) $V = Avt$

إن جداء السرعة والمقطع دائماً ثابت $v_1 A_1 = v_2 A_2$ (معادلة الاستمرار)

الضغط في الموائع المتدفقة

قانون Bernoulli: مجموع الضغط الستاتيكي وضغط التوقف في الأنابيب الشاقولية دائماً ثابت

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = Const$$

p: الضغط الستاتيكي مقاس بالواحدة $Pa = N/m^2$

قابلية الانضغاط

تغيير الحجوم عند فرق الضغط Δp

$$\Delta V = - x \, \Delta p \, V$$

x قابلية الانضغاط مقاسة بالواحدة $Pa^{-1} = m^2 N^{-1}$

V حجم المائع

الاحتكاك الداخلي في التدفق الصفحي (شكل 95)

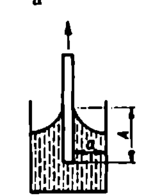
الاحتكاك الداخلي مقاس بالواحدة N

$$F_a = \frac{\eta A v}{a}$$

η اللزوجة الديناميكية مقاسة بالواحدة $Pa\,s = Ns/m^2$

A المساحة الغاطسة مقاسة بالواحدة m^2

a بعد الصفيحة – جدار الوعاء مقاس بالواحدة m



الشكل 95

$1\ (cP) = 10^{-3}\ Ns\ m^{-2}$ (P: بويز)

اللزوجة الحركية مقاسة بالواحدة m^2/s

$$v = \frac{\eta}{\rho}$$

$1\ (cSt) = 1\ mm^2/s$ (St : ستوكس)

حجم المتدفق في الأنبوب، m^3

$$V = \frac{\pi \Delta p t r^4}{8 \eta l}$$

(قاعدة Hagen-Poiseuille)

Δp فرق الضغط بين كلا الأنبوبين، $Pa = N/m^2$

l طول الأنبوب m

r نصف قطر الأنبوب m

القوة على كرة محاطة بتيار صفحي بواحدة N

$F_R = 6\pi\eta r v$

r نصف قطر الكرة، m

(قانون Stokes)

سرعة غطس كرة صغيرة

$v = \frac{2(\rho_K - \rho_M)gr^2}{9\eta}$

ρ_K كثافة الكرة kg/m^3

ρ_M كثافة الوسط المحيط

مقاومة الجريان في التيار المضطرب

مقاومة الجريان بواحدة N

$F_w = cA\frac{\rho}{2}v^2$

c عامل المقاومة، يتعلق بشكل الجسم

استطاعة التدفق بالواط W

$P = cA\frac{\rho}{2}v^3$

رقم Reynolds

الأجسام التي لها نفس رقم Reynold لها أيضاً نفس عامل المقاومة c

$Re = \frac{l\rho v}{\eta} = \frac{lv}{\nu}$

l للأجسام المميزة الطول (نصف قطر كرة، قطر أنبوب، ... الخ).

عند ازدياد v يصبح رقم $Re_{critical}$ حرجاً، ويقلب الجريان من صفحي إلى مضطرب.

5. علم الحرارة

A_1 المساحة قبل التسخين	Q كمية الحرارة بواحدة J (kcal)
A_2 المساحة بعد التسخين	ρ كثافة الغاز kg/m^3
ΔA تغير المساحة	R ثابتة الغاز بواحدة J/kg.K (kpm/kgK)
α عامل التمدد الحراري K^{-1}	T درجة الحرارة المطلقة بـ K
c السعة الحرارية النوعية	T_0 درجة حرارة الصفر بالمقياس المئوي
γ عامل التمدد الفراغي K^{-1}	= 273.15 K
l_1 الطول قبل التسخين	t درجة الحرارة بواحدة القياس C° $t = T - T_0$
l_2 الطول بعد التسخين	Δt تغير درجة الحرارة K
Δl تغير الطول	V_1 الحجم قبل التسخين (أو في الحالة m الكتلة بالكغ kg الأولى)
p_1 الضغط في الحالة 1 الضغط في الحالة 2	V_2 الحجم بعد التسخين (أو في الحالة p_2 الثانية)
p ضغط الغاز $Pa = N/m^2$ (kp/m^2)	ΔV التغير الحجمي

(بين قوسين هي واحدات قديمة لم تعد صالحة)

1.5 تمدد الأجسام الصلبة

الطول

قيم الأعداد من أجل α انظر الجدول (1) وهي صالحة مع دقة كافية في المجال C° (100 .... 0).
عند التبريد تكون Δt سالبة

$$\Delta l = l_1 \alpha \Delta t$$

$$l_2 = l_1 (1 + \alpha \Delta t)$$

المساحة

$$\Delta A = A_1 \, 2\alpha \, \Delta t$$

$$A_2 = A_1 (1 + 2\alpha \, \Delta t)$$

الحجم

إن تمدد الحجوم الفراغية يـــتم حــسب القواعد النظامية المتساوية

$$\Delta V = V_1 \, 3\alpha \, \Delta t$$

$$V_2 = V_1 (1 + 3\alpha \, \Delta t)$$

تمدد الأجسام المائعة

إن قيم الأعداد من أجل γ (انظر الجـــدول 2) وهي تصلح مع دقة كافية في المجال 40 °C 0

$$\Delta V = V_1 \, \gamma \, \Delta t$$

$$V_2 = V_1 (1 + \gamma \, \Delta t)$$

تغير الكثافة

تطبق أيضاً للأجسام الصلبة عندما γ تعـــوض بالتقسيم على 3α عند التبريد تكون Δt سالبة

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \gamma \Delta t}$$

تمدد الأجسام الغازية

معادلة الحالة للغازات

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$pV = mRT$$

R قيمة ثابت الغازات العام

حساب كثافة الغاز

الكثافات الموجودة في الجداول هي للحالة النظامية (الدرجة صفر مئوية والضغط 101.325 kPa ـ 760 عمود ماء).

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2}$$

يتم تحويل الحساب على أية حالة من الحالات.

استنتاج حساب كثافة الغاز من الضغط ودرجة الحرارة

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p}{RT}$$

الجدول (1) عامل التمدد الطولي α (K^{-1})

	10^{-6}		10^{-6}		10^{-6}
ألمنيوم	23.8	إيريديوم	6.5	بلاتين	9.0
رصاص	29.0	كادميوم	41.0	بولي فينول كلوريد	80.0
برونز	17.5	كونستاتان	15.2	بورسلان	3.0
فولاذ كروم	10.0	نحاس	16.5	زجاج الكوارتز	0.5
حديد صب	12.2	مغنيزيوم	26.0	فضة	19.5
زجاج	6.... 9	مانغان	23	فولاذ - V2A	16.0
إلكترونات	24.0	نحاس أصفر	18.4	تنغستين	4.5
حديد صب مختلط	9.0	موليبدن	5.2	توتياء	36.0
ذهب	14.2	فضة جديد	18.0	قصدير	26.7
فولاذ مقسى	1.5	نيكل	13.0		

الجدول (2) عامل التمدد الفراغي γ بـ (K^{-1}) من أجل درجة حرارة (20 °C)

الكحول	0.00110	بترول	0.00096
الأثير	0.00162	القصدير	0.00018
بنزين	0.00106	زيت تربنتيول	0.00100
بترول	0.00123	تولول	0.00111
غليسيرين	0.00050	ماء[1]	0.00021

2.5 الطاقة الحرارية

إن كمية الحرارة J(kcal) ضرورية لتوليد فرق درجات الحرارة Δt في الجسم

$$Q = cm\,\Delta t$$

محتوى الحرارة J (kcal)، الطاقة الحرارية للجسم بالنسبة لنقطة الصفر 0 °C

$$Q_i = cmt$$

[1] في المجال من 4 °C .... 0 سلوك غير طبيعي.

السعة الحرارية بواحدة J/K (kcal/K) وهي كمية الحرارة اللازمة لتسخين الجسم 1 K

$C = cm$

إن السعة الحرارية المطلوبة لتسخين 1 kg من مادة تحتاج 1 K من كمية الحرارة.

c هي السعة الحرارية النوعية (سابقاً: الحرارة النوعية) بواحدة J/kg.K (kcal/kg.K)

في الغازات نلاحظ c_p (التسخين عند ضغط ثابت) وc_v (التسخين تحت حجم ثابت). القيم في الجدول (3)

$c_p - c_v = R$

خلط الحرارة

إن الجسم الساخن يعطي كمية حرارة كبيرة جداً، وهي نفس الكمية التي يأخذها الجسم البارد.

$c_1 m_1 (t_1 - t_m) = c_2 m_2 (t_m - t_2)$

قاعدة خلط Richman

الدليل 1: الجسم الساخن

الدليل 2: الجسم البارد (يجب الانتباه إلى تغير الحالة العامة)

الجدول (3) *السعة الحرارية النوعية (عند درجة حرارة 20 °C)*

المادة	$c / \frac{kJ}{kg\,K}$	$c / \frac{kcal}{kg\,K}$	المادة	$c / \frac{kJ}{kg\,K}$	$c / \frac{kcal}{kg\,K}$
الألمنيوم	0.896	0.214	النحاس الأصفر	0.381	0.091
الكحول الإيتلي	2.43	0.580	الفضة الجديدة	0.40	0.095
الرصاص	0.13	0.031	البلاتين	0.134	0.032
حديد الصب	0.452	0.108	زجاج الكوارتز	0.712	0.170
الزجاج	0.75	0.18	الزئبق	0.138	0.033
غليسرين	2.39	0.571	الفضة	0.234	0.056
الحديد الصب	0.540	0.129	الفولاذ – V2A	0.498	0.119
النحاس	0.385	0.092	الماء	4.183	0.999
بنزين خفيف	2.09	0.5	أحجار القرميد	0.84	0.20
زيت الآلات	1.67	0.4	توتياء	0.385	0.092

قيم التسخين $J\,kg^{-1}$ ($kcal\,kg^{-1}$)

كمية الحرارة J(kcal) التي تنطلق عند حرق 1 kg من المادة، القيم في الجدول (4).

الجدول 4 قيم التسخين

المواد المائعة	MJ/kg	kcal/kg	المواد الصلبة	MJ/kg	kcal/kg
الكحول الإيتلي	26.9	6440	انتراتسيت	≈ 33.5	≈ 8000
بنزين	≈ 42.7	≈ 10200	لوائح الفحم البني	≈ 20.9	≈ 5000
بترول	40.2	9600	خشب، مجفف بالهواء	≈ 12.6	≈ 3000
زيت مازوت (ديزل)	≈ 42.7	≈ 10200	فحم خشبي	≈ 30.6	≈ 7300
زيت تسخين	≈ 41.0	≈ 9800	فحم الكوك	≈ 29.3	≈ 7000
بتروليوم	41.4	9900	فحم بني خام	11.5 حتى 16.7	2750 حتى 4000
زيت خام	41.0	9800	فححم حجري	≈ 29.3	≈ 7000
كحول (سبيرتو)	25.0	5980	فحم نباتي	11.7 حتى 16.3	2800 حتى 3900

الانصهار - التجمد

يرتبط تغير الحالة الفيزيائية للجسم من الصلب إلى سائل أو العكس من سائل إلى صلب بالحجم والخواص الفيزيائية حرارة الانصهار النوعية (حرارة التجمد النوعية) بـ J/kg (kcal/kg)، هي كمية الحرارة المكتسبة (المطروحة) عندما ينصهر أو يتجمد 1 كغ من المادة دون تغير في درجة حرارتها، انظر الجدول (5)

درجة حرارة الانصهار (حرارة التجمد): هي درجة الحرارة المتعلقة بالضغط التي يتم عندها تغير الحالة، عندما يكون الضغط الخارجي 101.325 kPa = (760 Torr)، فتصل إلى نقطة الانصهار.

الغليان - التكثيف

يرتبط تغير الحالة الفيزيائية من سائل ← غاز أو من غاز ← سائل بــتغير الحجــم والخواص الفيزيائية

حرارة التبخر النوعية (حرارة التكثيف النوعية) بــ J/kg (kcal/kg): هــي كميــة الحرارة المكتسبة (المفقودة) عندما يتبخر (يتكاثف) 1 كغ من المادة دون تغــيير في درجة الحرارة انظر الجدول (5)

درجة حرارة الغليان (درجة حرارة التكثيف): هي درجة الحرارة المتعلقة بالضغط بشكل كبير والتي يتم عندها تغير الحالة، عندما يكون الضغط الخارجي 101.325 kPa (= 76070 Torr)، ثم تغلي.

التبخير (التطاير): عملية تبخير تحدث تحت نقطة الغليان.

التصعيد

تغير الحالة الفيزيائية للمادة من الحالة الصلبة إلى الحالة الغازية وبالعكس.

الجدول 5

نقطة الانصهار وحرارة الانصهار النوعية			
	°C	kcal/kg	kcal/kg
الكحول الإيتلي	-114.2	108.0	25.8
الألمنيوم	659	396	94.6
الرصاص	327.3	24.7	5.9
الحديد، الصافي	1535	270	64.6
الفولاذ المقسى	1500	-	-

نقطة الغليان وحرارة التبخر النوعية			
	°C	MJ/kg	kcal/kg
الكحول الإيتلي	78.4	0.842	201
الألمنيوم	2500	11.72	2800
الأمونياك	-33.4	1.37	326.8
الأسيتون	56.2	0.519	124
بترول	80	0.394	94

نقطة الانصهار وحرارة الانصهار النوعية			
الذهب	1063	65.7	15.7
حديد صب الرمادي	1200	-	-
النحاس	1083	205	48.9
النحاس الأصفر	920	-	-
البرافين	54	-	-
البلاتين	1773	113	27
زئبق	-38.8	11.3	2.7
الفضة	960.5	105	25.1
الماء	0.0	334	79.7
التوتياء	419.5	109	26
القصدير	232	58.6	14
تنغستين	3380	193	46

نقطة الغليان وحرارة التبخير النوعية			
حديد، الصافي	2880	6.36	1520
(فريون 13) (CF_3Cl)	-81.5	0.148	35.3
غليسرين	290	-	-
هليوم	-268.9	0.0251	6
بلاتين	3800	2.51	600
زئبق	357	0.301	72
أكسجين	-183.0	0.213	50.9
أكسيد الكبريت	-10	0.390	93.1
نتروجين، آزوت	-195.8	0.199	47.6
الماء	100	2.26	538.9
مواد مائية	-252.8	0.0486	11.6
القصدير	2400	2.6	620

الجدول *(6) الكثافات بـ kg/dm^3 (عند درجة حرارة 20 °C)*

الألمنيوم	2.7	زجاج النوافذ	2.5
الكحول الإيتلي	0.789	خشب الشربين، مجفف بالهواء	0.47
الأسيتون	0.791	غليسرين	1.261
بنزين	0.72	ذهب	19.29
بترول	0.879	غرانيت	2.8
رصاص	11.34	الصب الرمادي	7.2
زيت ديزل	0.85	فولاذ	8.1
دور المنيوم	2.8	الفحم الكوك	0.9

خشب البلوط، مجفف بالهواء	0.86	الفلين	0.2 ..... 0.35
جليد (0 °C)	0.917	النحاس	8.92
حديد	7.8	مغنزيوم	1.74
المعادن الإلكترونية	1.8	نحاس أصفر	8.5
الحليب	1.03	بتروليوم	0.81
بلاتين	21.5	فولاذ الصب الأحمر	8.8
الزئبق	13.55	صخر رملي	2.4
حموض كبريتية	1.834	ماء البحيرات	1.02
فحم حجري	1.4	تيتان	4.52
تنجستين	19.3	قصدير	7.14

6. علم الصوتيات

$\hat{y}$ السعة مقاسة بالواحدة m

ω التردد الدائري = $2\pi f$ مقاس بالواحدة s^{-1}

f التردد مقاس بالواحدة $Hz = s^{-1}$

p ضغط الصوت مقاس بالواحدة Pa = 10 μbar

J شدة الصوت مقاسة بالواحدة W/m^2

v سرعة الصوت مقاس بالواحدة m/s

1.6 سرعة الصوت c

في الأجسام الصلبة m/sec

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

E مودول المرونة (المطيلية) N/m^2 (عامل يونغ)

ρ الكثافة تتعلق بدرجة الحرارة kg/m^3

في الأجسام المائعة m/s

x قابلية الانضغاط m^2/N

ρ تتعلق بدرجة الحرارة kg/m^3

$$c = \sqrt{\frac{1}{x\rho}}$$

الجدول (7) سرعة الصوت c مقاسة بالواحدة m/s (عند درجة حرارة 20 °C)

500	الفلين	1300	رصاص
331,8	الهواء (0 °C)	5500	زجاج
3500	الملاط (جدار)	54	مطاط
5000	الفولاذ	4000	غرانيت
1485	الماء	4000	خشب
1286	مواد مائية (0 °C)	258	أكسيد الفحم

في الغازات m/s

R ثابت الغازات العام J/kg K

T درجة الحرارة المطلقة K

$$c = \sqrt{xRT}$$

$x = c_p/c_v$ للغاز

في الهواء m/s

t درجة الحرارة °C

$$c = (331.6 + 0.6\, t/°C)\ m/s$$

2.6 اثر Doppler

يطبق لمستقبل متحرك ومرسل متحرك.

v_E و v_S هما موجبتان للتعويض، عندما يكون لها نفس اتجاه السرعة c، وغير ذلك فسالب.

$$f_E = f_s \frac{c - v_E}{c - v_S}$$

f_E تردد المستقبل

f_S تردد المرسل

c سرعة الصوت

عندما يكون المستقبل ساكن فإن $v_E=0$، v_E سرعة المستقبل

أو المرسل ساكن فإن $v_S = 0$. v_S سرعة المرسل

3.6 قيم الحقل الصوتي

سرعة الصوت

السرعة اللحظية للجزيء المهتز m/s $v = y\omega = 2\pi f y$

القيمة العظمى (سعة السرعة) $\hat{v} = \hat{y}\omega = 2\pi f\hat{y}$

ضغط الصوت

انحراف الضغط اللحظي ضمن موجة الصوت $p = \rho c v \quad N/m^2 = Pa$

القيمة العظمى (سعة الضغط) $\hat{p} = \rho c\hat{v}$

ρ كثافة الوسط kg/m^3، تتعلق بالضغط ودرجة الحرارة

c سرعة الصوت m/s

شدة الصوت

شدة الصوت في موقع معين من حقل الصوت، تعطينا استطاعة الصوت الناتجة لكل m^2

ρ الكثافة kg/m^3

c سرعة الصوت m/s

$$J = \frac{\rho}{2}\hat{v}^2 C \quad W/m^2$$
$$= \frac{\hat{p}^2}{2\rho c}$$
$$= \frac{\hat{p}\hat{v}}{2} = \tilde{p}\tilde{v}$$

مستوى الصوت النسبي

الواحدة (dB)

$$L = 20\lg\frac{p_1}{p_2} = 10\lg\frac{J_1}{J_2}$$

1 dB = 0.115 Neper (Np)

مستوى الصوت المطلق

$$L = 20\lg\frac{\hat{p}}{\sqrt{2}\tilde{p}_0} = 10\lg\frac{J}{J_0}\ \text{dB}$$

$$\tilde{p}_0 = 2\times10^{-5}\,N/m^2$$

$$J_0 = 10^{-12}\ W/m^2$$

شدة الضجيج

$$\Lambda = 20\lg\frac{\hat{p}}{\sqrt{2}\tilde{p}_0} = 10\lg\frac{J}{J_0}$$

(فون)

$\hat{p}$ ضغط صوت الطنين متساوي الحساسية 1000-Hz-Tones

تخامد الصوت

$$D = 10\lg\frac{J_1}{J_2}\quad \text{dB}$$

يفهم من هذا التعبير تضعيف الصوت عند اختراقه جدار ما

D التخامد

J_1 شدة الصوت قبل الجدار

J_2 شدة الصوت بعد الجدار

الجدول (8) قيم التخامد لمواد البناء

	السماكة مقاسة بالواحدة cm	قيم التخامد مقاسة بالواحدة dB
حجر آجري، مطلي بزريقة		
1/4 حجر	9	42
1/2 حجر	15	44
1/1 حجر	27	50
صفائح قطعية خشبية	2.5	35
خشب مانع مدهون بمادة لكر	0.5	19
زجاج	0.7	29
باب بسيط		15 ... 20

	السماكة مقاسة بالواحدة cm	قيم التخامد مقاسة بالواحدة dB
باب مزدوج		30 ... 40
نافذة مفردة		15 ... 25
نافذة مزدوجة		25 ... 35
جدار بيتوني	16	48

7. البصريات

a البعد الحقيقي

b بعد الصورة

B طول الصورة

c سرعة الضوء

M مركز التحدب عند الانعكاس: في العدسات هو نقطة نهاية المسافة 2f (مقاسة من العدسة)

f بعد المحرق

f_1 بعد محرق الجسم

f_2 بعد محرق العدسة

G الطول الحقيقي

n رقم الانكسار

r نصف قطر الانحناء لسطح كرة

1.7 المرايا والعدسات

قانون الانعكاس

تقاس الزوايا بين الشعاع والشاقول

$$\alpha = \beta$$

قانون الانكسار

$c_0 = 299793$ km/s، سرعة الضوء في الفراغ

c سرعة الضوء في الوسط

n رقم الانكسار

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_0}{c} = n$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}$$

الدليل 1: للوسط الأول

الدليل 2: للوسط الثاني

الزاوية الحدية للانعكاس الكلي

الانعكاس الكلي عند الانتقال من الأوساط الكثيفة للأوساط الرقيقة

$$\sin\alpha = \frac{1}{n}; \quad n = \frac{c_{\text{رقيقة}}}{c_{\text{كثيفة}}}$$

قانون التشكيل

يطبق لجميع حالات المرايا الكروية والعدسات

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}; \quad \frac{G}{B} = \frac{a}{b}$$

يطبق في المرايا الكروية

$$f = \frac{r}{2}$$

يطبق للعدسات الكروية الرقيقة

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

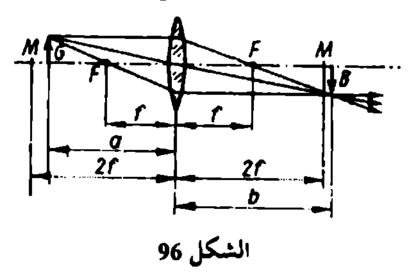
r_1 نصف قطر العدسة المحدبة القوية

r_2 نصف قطر العدسة المحدبة الضعيفة

انتباه: في العدسات المقعرة والمرايا المحدبة تكون f سالبة

تكوين الصور

خلال العدسات المقعرة أو المرايا المحدبة (شكل 96)



الشكل 96

النوع	الصورة	الموقع	حالة الموقع	
معكوسة حقيقية	مصغرة	بين F و M	قبل M	1
معكوسة حقيقية	نفس القيمة	في M	في M	2
معكوسة حقيقية	مكبرة	خلف M	بين F و M	3
—	كبيرة لا نهائية	في اللا نهاية	في F	4
خيالي	مكبرة	قبل العدسة خلف المرآة	ضمن f	5

في الحالة 5 تكون b سالبة

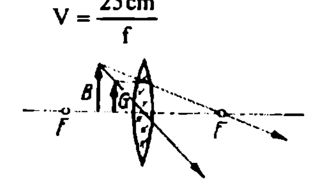
2.7 الأجهزة البصرية

العدسات المكبرة (شكل 97)

$$V = \frac{25\,cm}{f}$$

V التكبير الخطي

f بعد المحرق cm



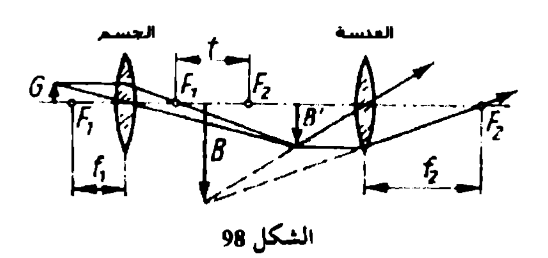
الشكل 97

المجهر (الشكل 98)

$$V = V_{\text{للجسم}} \cdot V_{\text{للعدسة}} = \frac{25\,cm.f}{f_1 f_2}$$

V التكبير الخطي

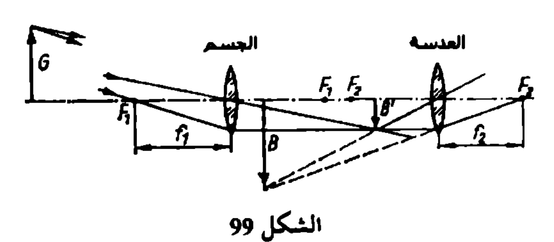
f_1, f_2, t مقاسة بالواحدة cm



الشكل 98

المنظار (شكل 99)

V التكبير الخطي $V = \frac{f_1}{f_2}$



الشكل 99

التصوير الفوتوغرافي

نسبة الفتحة $\frac{1}{x}$ = $\frac{\text{قطر العدسة المؤثرة } d}{\text{البعد المحرقي } f}$

3.7 هندسة الإضاءة

شدة الضوء I مقاسة بالواحدة Candela (cd) $I = \frac{\Phi}{\omega}$

Φ تدفق الضوء مقاسة الواحدة Lumen (lm)

ω زاوية الفراغ مقاس بالواحدة (sr) Steradian

$\omega = \frac{\text{مساحة الكرة}}{(\text{نصف قطر الكرة})^2}$

E شدة الإضاءة Lux

$E = \frac{\Phi}{A} = \frac{I \cos\varepsilon}{r^2}$

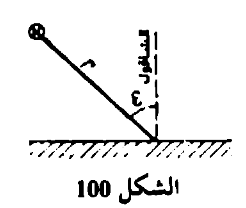
Φ تدفق الضوء الظاهر lm (Lumen)

A المساحة المضاءة m^2

I شدة الضوء للمصباح مقاسة بالواحدة cd

r بعد منبع الضوء مقاس بالواحدة m

ε الزاوية بين الأشعة والشاقول



الشكل 100

كثافة الإضاءة L مقاسة بالواحدة cd/m^2

I شدة الضوء مقاسة بالواحدة cd

A المساحة المضاءة m^2

$$L = \frac{I}{A}$$

الجدول (9) تدفق الضوء الكلي من المصابيح بـــ (lm)

مصابيح النيون، بيضاء				المصابيح العادية 220 V		
910	عمود 20 W	31 W	205		25 W
1440	عمود 25 W	33 W	400	D (لفة مضاعفة)	40 W
2400	عمود 40 W	52 W	685	D (لفة مضاعفة)	60 W
3840	عمود 65 W	79 W	910	D (لفة مضاعفة)	75 W
5400	عمود 120 W	144 W	1350		100 W
1180	على شكل U - 25 WU	33 W	1980		150 W
1990	على شكل U − 40 WU	52 W	2740		200 W

الجدول (10) أطوال موجات الضوء

حتى 390 nm تحت البنفسجية

390 .... 435 nm بنفسجية

435 .... 495 nm أزرق

630 .... 790 nm أحمر

495 .... 570 nm أخضر

570 .... 590 nm أصفر

590 .... 630 nm برتقالي

790 .... nm تحت الحمراء

8. الفيزياء الذرية

A النشاط الإشعاعي s^{-1}

M الكتلة الذرية النسبية (قيمة الكتلة)

c_0 سرعة الضوء في الفراغ $\approx 3\times10^8$ m/s

v التردد $Hz = s^{-1}$

λ ثابت التفكك s^{-1} $T_{1/2}$ نصف القيمة الزمنية

W الطاقة J

1.8 الجزيئات الأولية الهامة

Electron: هو جزيء ذو شحنة سالبة في مدار الذرة. الشحنة: $-e = -1.602 \times 10^{-19}$ C؛ كتلة السكون $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg

Proton: جزيء ذو شحنة موجبة في نواة الذرة. الشحنة: +e؛ الكتلة الساكنة $1836\ m_e$، الرمز: p.

Neutron: جزيء حيادي كهربائي في نواة الذرة. كتلة السكون: $1839\ m_e$، الرمز n.

Nukleon: هو تعبير مشترك للبروتون والنيترون.

Positrino: إلكترونات موجبة، الشحنة: +e؛ كتلة السكون m_e.

Neutrino ، Antineutrino: جزيئات بدون كتلة ساكنة وشحنة، تنشأ عند تفكك أشعة β

Mesonen: جزيئات ثقيلة ذات أنواع مختلفة في الإشعاعات العالية الثانوية. الشحنة +e، -e وأيضاً 0، الكتلة: 200 .... 1500 m_e، مدى العمر الوسطي: 10^{-23} s ...... 10^{-6}.

2.8 بنية الذرة

تتألف كل ذرة من نواة (بروتونات ونيوترونات) ومدارات (إلكترونات)

والترتيب Z = عدد البروتونات (أيضاً عدد شحنات النواة)

رقم الكتلة A = عدد النيوكلونات، أي بروتونات + نيوترونات.

J^{127}_{53} هذا يعني: عنصر اليود، رقم الترتيب 53، رقم الكتلة 127، أي 53 بروتونات، (127-53) نيوترونات.

1.2.8 مقادير وكتلة الذرة

r_e نصف قطر الإلكترون $r_e \approx 1.4 \times 10^{-15}$ m

r_k نصف قطر النواة $r_K \approx r_e \sqrt[3]{M}$

N_A ثابت Avogadro، يعطي عدد الذرات لكل kmol $N_A = \frac{6.022 \times 10^{26}}{kmol}$

m_a كتلة الذرة في kg $m_a = M\ 1.66 \times 10^{-27}$ kg

N عدد الذرات في الكتلة m $N = \frac{m}{M 1.66kg} 10^{27}$

الجدول (11)، نظرة عامة

الاسم	الرمز	تتكون من			A	M
		بروتونات	نيوترونات	إلكترونات		
إلكترون	e	0	0	1	0	0.000549
نيوترون	n	0	1	0	1	1.008665
بروتون	p	1	0	0	1	1.007276
ذرات الهيدروجين	H	1	0	1	1	1.007825
دويوترون	d	1	1	0	2	2.01354
جزيئات α	α	2	2	0	4	4.001488

2.2.8 الكتلة والطاقة

الكتلة - الطاقة - العلاقة

علاقة Einstein للربط بين الكتلة مقاسة بواحدة kg والطاقة مقاسة بواحدة J

$W = mc_0^2$

W_B طاقة ربط النواة

$W_B = \Delta mc_0^2$

Δm فرق الكتلة

$1\,kg \hat{=} 8.988 \times 10^{16}\,J$

الإشعاع

الطاقة الكمية للإشعاع

$W = hv$

ثابت Planck

$h = 6.626 \times 10^{-34}\,Js$

الكتلة الكمية للإشعاع، تسمى Photon، وليس لها أي كتلة ساكنة

$m = \frac{hv}{c_0^2}$

الكتلة المتحركة

تزداد الطاقة مع السرعة وأيضاً كتلة الجسم. في حال كون السرعة تساوي الصفر، عندها تكون الكتلة ساكنة m_0 تزداد بقيمة الطاقة الإضافية التابعة لقيمة الكتلة لتصل للكتلة الكلية m.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}}$$

v: سرعة الجسم

3.8 النشاط الإشعاعي

أشعة - α

تتكون أشعة α من جزيئات α (نواة الهليوم) وقابلة للتأرجح في الحقول الكهربائية والمغناطيسية. تبلغ السرعة الابتدائية حوالي 10^7 m/s.

$${}^{A}_{Z}K_1 \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}K_2 + {}^{4}_{2}\alpha$$

(K_1 تفكك النواة - α)

تأثير أيوني بشكل قوي

أشعة β –

تتكون أشعة β من إلكترونات ذات سـرعة ابتدائية كبيرة جداً ولكن ليست موحدة. يتم تأرجحها في الحقول الكهربائية والمغناطيـسية بشكل معاكس لجزئيات α.

$${}^{A}_{Z}K_1 \rightarrow {}^{A}_{Z+1}K_2 + {}^{0}_{-1}e$$

(K_1 تفكك النواة – β)

أشعة γ

كمية الإشعاع ذات طول موجة قـصيرة جداً (10^{-15} m ... 10^{-13}) وقدرة نفوذية عالية

تنشأ كظاهرة ناجمة عن تفككات كثيرة من α و β.

قانون التفكك

N_0 رقم تفكك النواة الموجودة سابقاً

N رقم تفكك النواة الموجودة لاحقاً

λ ثابت التفكك s^{-1}

$$N = N_0\, e^{-\lambda t}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

الفاعلية (النشاط)

N رقم تفكك النواة

T1/2 زمن القيمة النصفي S

$$A = \lambda N = \frac{0.693N}{T_{1/2}} \quad B_q = s^{-1}$$

3.7×10^{10} Bq = 1 Ci (كوري)

امتصاص أشعة γ

I_0 الشدة أمام الممتص

I الشدة خلف الممتص

$$I = I_0\, e^{-\mu d}$$

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0.693}{\mu}$$

d سماكة الممتص بواحدة cm

μ عامل التصفيف الخطي cm^{-1}، يتعلق بطاقة الإشعاع والممتص.

$d_{1/2}$ سماكة القيمة النصفية cm

امتصاص أشعة β

f كثافة المساحة dρ بواحدة g/cm^2	$I = I_0 e^{-\mu' f}$
μ' عامل التصفيف الكتلي مقاسة بالواحدة cm^2/g. تتعلق بالطاقة الأعظمية W_m للإلكترونات	$\mu' = \frac{22}{W_m^{1.333}}$ (من أجل $W_m > 0.5$ MeV)
سماكة القيمة النصفية	$f_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu'} = \frac{0.693}{\mu'}$
العرض الأعظمي < 0.8 MeV	$f_m = 0.407\ W_m^{1.38}$
عندما W_m 0.8 MeV $<$	$f_m = 0.542\ W_m - 0.133$

الجدول (12) الثوابت الفيزيائية (مختارات)

تسارع السقوط الطبيعي	$g_n = 9.80665\ m/s^2$
ثابت الجاذبية	$\gamma = 6.672 \times 10^{-11}\ m^3/kg.s^2$
ثابت الغازات العام	$R = 8314.4$ J/kmol.K
	$= 848$ kpm/kmol.k
ثابت Avogadro	$N_A = 6.02205 \times 10^{26}$ 1/kmol
ثابت Loschmidt	$N_L = 2.6868 \times 10^{25}\ m^{-3}$
ثابت Boltzman	$k = 1.38066 \times 10^{-23}$ J/K
ثابت الإشعاع	$\sigma = 5.6703 \times 10^{-8}\ W/m^2.K^4$
	$= 4.8703 \times 10^{-8}\ kcal/h.m^2.K^4$
سرعة الضوء (في الفراغ)	$c_0 = 299792.5 \times 10^3$ m/s
ثابت الحقل الكهربائي	$\varepsilon_0 = 8.85419 \times 10^{-12}$ F/m
ثابت الحقل المغناطيسي	$\mu_0 = 1.256637 \times 10^{-6}$ H/m
ثابت Faraday	$F = 9.6485 \times 10^7$ C/kmol
شحنة العناصر الكهربائية	$e = 1.60219 . 10^{-19}$ C
كتلة الإلكترون	$m_e = 9.1095 . 10^{-31}$ kg
ثابت Plank	$h = 6.6262 . 10^{-34}$ Js

الميكانيك الهندسي

1. توازن الأجسام الصلبة

1.1 القوى في نظام مركزي مستوي

في نظام قوى مركزي تتقاطع خطوط تأثير القوى في نقطة ما.

1.1.1 التأثير المشترك لقوتين (محصلة قوتين)

الشكل 101

المعطيات: F_1، F_2، α

المطلوب: F_R، β، γ

الحل الحسابي

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

$$\sin\beta = \frac{F_2}{F_R}\sin\alpha$$

$$\sin\gamma = \frac{F_1}{F_R}\sin\alpha$$

من أجل $\alpha = 90°$

الحل التخطيطي بطريقة

a) مضلع القوى

الشكل 102

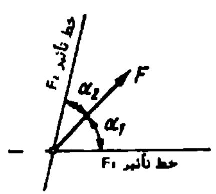
b) مثلث القوى

الشكل 103

$$F_R = \sqrt{F_1^{\,2} + F_1^{\,2}}$$

$$\tan\beta = \frac{F_2}{F_1}; \quad \tan\gamma = \frac{F_1}{F_2}$$

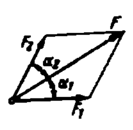
تحليل قوة إلى مركبتين



الشكل 104

المعطيات: F، α_1، α_2

المطلوب: F_1، F_2



الشكل 105

الحل الحسابي

$$F_1 = F\frac{\sin\alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

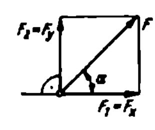
$$F_2 = F\frac{\sin\alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

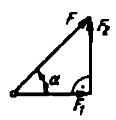
أهم حالات تحليل القوى من أجل:

$\alpha_1 + \alpha_2 = 90°$:

$F_1 = F_x = F \cos\alpha$

$F_2 = F_y = F \sin\alpha$

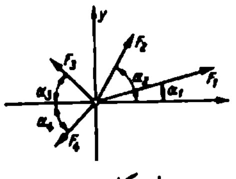




الشكل 106

2.1.1 محصلة عدة قوى

الحل التخطيطي مع مثلث القوى



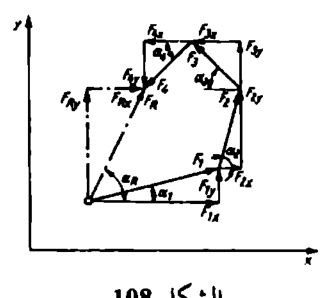
الشكل 107

المعطيات: F_1 حتى F_4، α_1 حتى α_4

المطلوب: F_R، α_R

تحديد موقع α_R كتابع لإشارة F_{Ry}، F_{Rx}

F_{Ry} F_{Rx}	+ +	+ -	- -	- +	
α_R im	I.	II.	III.	IV.	الأرباع



الشكل 108

$$F_{Rx} = \sum F \cos\alpha$$

$$F_{Ry} = \sum F \sin\alpha$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + R_{Ry}^2}$$

$$\tan\alpha_R = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{\sum F \sin\alpha}{\sum F \cos\alpha}$$

$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} - F_{3x} - F_{4x}$$

$$F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} - F_{4y}$$

2.1 تركيب قوى في نظام قوى مستوية عام

في نظام قوى عام لا تتقاطع خطوط التأثير في نقطة.

1.2.1 عزم قوة بالنسبة لنقطة O

إن العزم هو متجه حر.

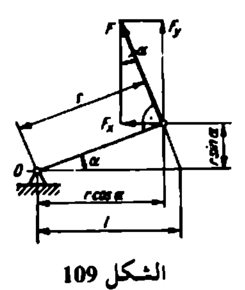
إن القوة هي متجه.

$$M = Fr = Fl \cos\alpha$$

$$M = F_y r \cos\alpha + F_x r \sin\alpha$$

$$F_y = F \cos\alpha$$

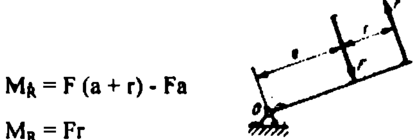
$$F_x = F \sin\alpha$$



الشكل 109

2.2.1 عزم عدة قوى

تسمى قوتين لهما نفس القيمة ومتوازيتين مع اتجاه متعاكس بمزدوجة القوى (انظر الشكل 110).



$$M_R = F(a + r) - Fa$$

$$M_R = Fr$$

الشكل 110

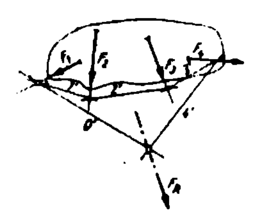
ليس للبعد a أي تأثير على قيمة عزم مزدوجة القوى هذا يعني أن قيمة مزدوجة القوى لا تتعلق بموقع النقطة المرجعية 0.

يمكن أن يتم انزلاق عشوائي لزوج القوى في مستوي بدون أن يتغير تأثيرها.

عزم عدة قوى $M_R = \sum Fr = F_1 r_1 + F_2 r_2 + \ldots$

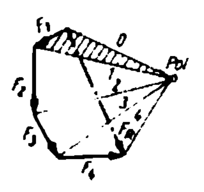
3.2.1 محصلة قوى عشوائية في المستوي

الحل التخطيطي مع مخطط القوى والمضلع الحبلي



الشكل 111

مخطط الموقع مع المضلع الحبلي



الشكل 112

مخطط القوى مع مثلث الأقطاب

نحصل على قيمة واتجاه المحصلة من مخطط القوى. موقع المحصلة في نقطة التقاطع الأولى (0') والأخيرة (4') للشعاع الحبلي. إن الموازيات لثلاثة خطوط (قوة وشعاعي

أقطاب) والتي تكون مثلثاً في زاوية القطب، تتقاطع في المضلع الحبلـــي في نقطـــة واحدة.

الحل الحسابي

$$F_{Rx} = \sum F \cos \alpha$$

$$F_{Ry} = \sum F \sin \alpha$$

قيمة المحصلة

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^{\ 2} + F_{Rx}^{\ 2}}$$

اتجاه المحصلة

$$\tan \alpha_R = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{\sum F \sin \alpha}{\sum F \cos \alpha}$$

موقع المحصلة

$$r_R = \frac{M_R}{F_R} = \frac{1}{F_R} \sum Fr$$

عزم محصلة القوى أو بتعبير آخـــر المحصلة بالنسبة لأي نقطة مرجعة.

$$M_R = F_R r_R = \sum Fr$$

$$M_R = F_1 r_1 + F_2 r_2 + \ldots..$$

4.2.1 تحليل قوة وفق ثلاث اتجاهات معطاة مسبقاً.

المسألة واضحة تماماً وقابلة للحل، عندما لا تتقاطع خطوط التأثير في نقطة واحدة أو أكثر، عندها يكون خطي تأثير قوتين متوازيين.

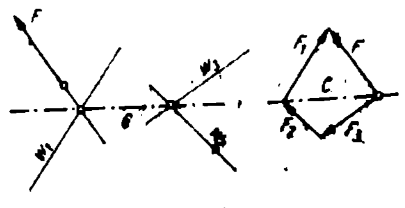
مثال:

المعطيات: F، w_1، w_2، w_3

المطلوب: F_1، F_2، F_3

C مستقيم كولمان المساعد

w_1، w_2، w_3 خطوط تأثير القوى المطلوبة



الشكل 113

إن المستقيم C المار من نقاط التقاطع لكل من خطي تأثير القوتين يمثــل مــستقيم كولمان المساعد.

إن القوة المعطاة F تتحلل إلى F_1 وقوة مساعدة C في اتجاه C. وبعدها تتحلل C إلى F_2 وF_3، عند تغيير إشارة المركبات الثلاث المتحللة تشكل القوى مع القوة المعطاة حالة توازن.

يُرمز لـــ F بـــ F_R

ونحل المسألة بالمعادلة المذكورة جانباً

$$F_R \cos \alpha = \sum F \cos \alpha$$

$$F_R \sin \alpha = \sum F \sin \alpha$$

$$F_R r_R = \sum F r$$

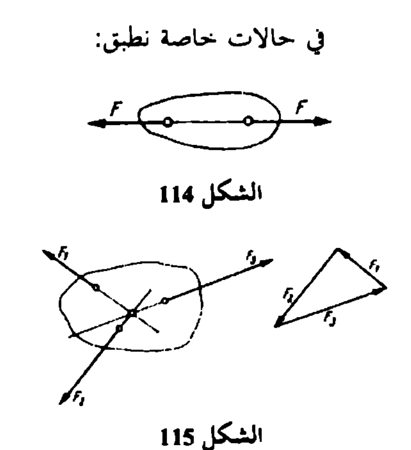
3.1 توازن القوى

1.3.1 توازن القوى المستوية

تكون القوتان في حالــة تــوازن فقط، عندما تقع خطوط تأثيرها على خط واحد وتكون متعاكسة بالاتجاه ومتساوية بالقيمة

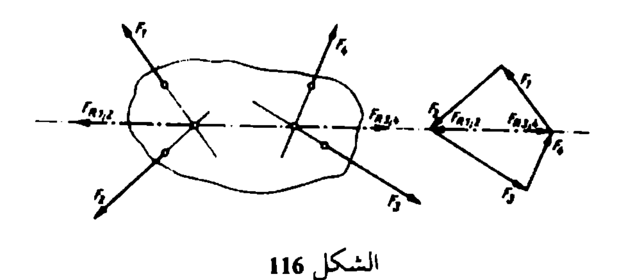
تكون ثلاث قوى في حالة توازن فقط، عندما تتقــاطع خطــوط تأثيرها في نقطة واحدة، ويكون مثلث القوى مغلقاً.

في حالات خاصة نطبق:



الشكل 114

الشكل 115



الشكل 116

تكون أربعة قوى في حالة توازن فقط، عندما تقع محصلة كل قوتين منها متعاكسة بالاتجاه على خط تأثير واحد.

يكون خط التأثير المشترك لكلا المحصلتين هو خط كولمان المساعد.

نطبق بشكل عام

نظام القوى	حسابياً	تخطيطياً
مركزي، مستوي (انظر صفحة 148)	1. $\sum F_x = 0$ 2. $\sum F_y = 0$ } $F_R = 0$	مثلث قوى مغلق $F_R = 0$
عام، مستوي (انظر صفحة 150)	1. $\sum F_x = 0$ 2. $\sum F_y = 0$ } $F_R = 0$ 3. $\sum M = M_R = 0$	مثلث قوى مغلق $F_R = 0$ مثلث حبلي مغلق $M_R = 0$

3.2.1 توازن القوى الفراغية

نظام القوى	حسابياً	تخطيطياً
مركزي، فراغي	1. $\sum F_x = 0$ 2. $\sum F_y = 0$ } $\vec{F}_R = 0$ 3. $\sum F_z = 0$	مثلث قوى مغلقاً، فراغياً ($\vec{F}_R = 0$)

نظام القوى	حسابياً	تخطيطياً
عام، فراغي	1. $\sum F_x = 0$ 2. $\sum F_y = 0$ $\vec{F}_R = 0$ 3. $\sum F_z = 0$ 4. $\sum M_x = \sum (F_z y - F_y z) = 0$ 5. $\sum M_y = \sum (F_x z - F_z x) = 0$ 6. $\sum M_z = \sum (F_y x - F_x y) = 0$ x، y، z إحداثيات نقاط تلاقي القوى	

4.1 تحديد مركز الثقل

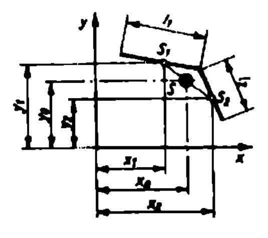
1.4.1 مركز الثقل لخط متجانس

مركز ثقل خط متعرج منكسر (انظر الشكل 117)

$$x_0 = \frac{\sum(lx)}{\sum l}; \qquad y_0 = \frac{\sum(ly)}{\sum l}$$

$$x_0 = \frac{l_1 x_1 + l_2 x_2 + l_3 x_3 + \ldots}{l_1 + l_2 + l_3 + \ldots}$$

$$y_0 = \frac{l_1 y_1 + l_2 y_2 + l_3 y_3 + \ldots}{l_1 + l_2 + l_3 + \ldots}$$



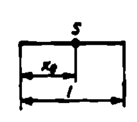
الشكل 117

في القطع المستقيمة يقـــع مركـــز الثقـــل في منتصف المسافة (الشكل 118)

$$x_0 = \frac{1}{2}$$

قطعة من قوس دائرة α (rad) (الشكل 119)

$$y_0 = \frac{r\sin\alpha}{\alpha} = \frac{rs}{b}$$



الشكل 118

قوس نصف الدائرة $\left(\alpha = \frac{\pi}{2}\right)$ (الشكل 119)

$$y_0 = \frac{2r}{\pi} \approx 0.637r$$

قوس ربع الدائرة $\left(\alpha = \frac{\pi}{4}\right)$ (الشكل 119)

$$y_0 = \frac{2r\sqrt{2}}{\pi} \approx 0.900r$$

قوس سدس الدائرة $\left(\alpha = \frac{\pi}{6}\right)$ (الشكل 119)

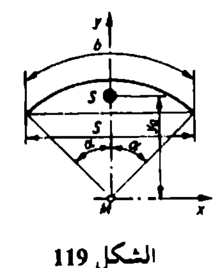
$$y_0 = \frac{3r}{\pi} \approx 0.955r$$

قوس دائرة مسطح (الشكل 120)

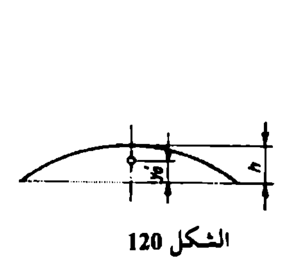
$$y'_0 \approx \frac{2}{3}h$$

قوس ربع دائرة حسب (الشكل 121)

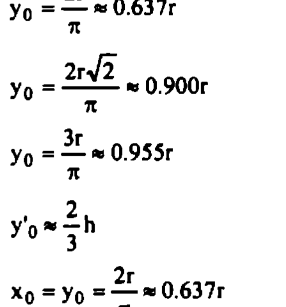
$$x_0 = y_0 = \frac{2r}{\pi} \approx 0.637r$$



الشكل 119



الشكل 120



الشكل 121

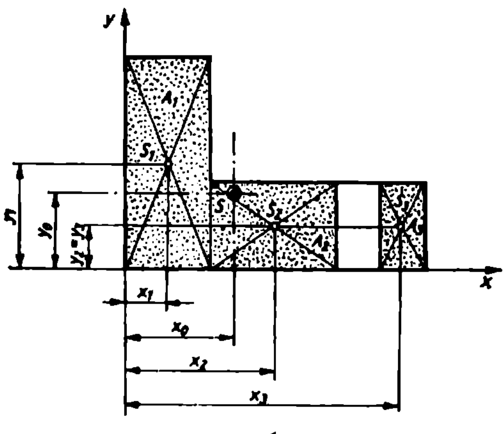
2.4.1 مركز ثقل السطوح

إحداثيات مركز ثقل سطح مكون من عدة سطوح (الشكل 122)

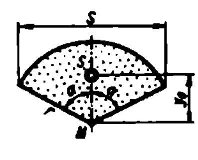
$$x_0 = \frac{\sum(Ax)}{\sum A} \qquad y_0 = \frac{\sum(Ay)}{\sum A}$$

$$x_0 = \frac{A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

$$y_0 = \frac{A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3 \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$



الشكل 122



الشكل 123

قطاع دائري

α بالراديان (قياس القوس)

b طول القوس

(الشكل 123)

$$y_0 = \frac{2r\sin\alpha}{3\alpha}$$

$$y_0 = \frac{2rs}{3b}$$

سطح نصف الدائرة

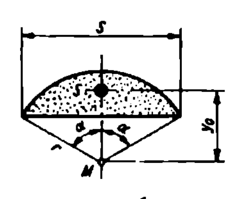
$\left(\alpha = \frac{\pi}{2}\right)$

$$y_0 = \frac{4r}{3\pi} \approx 0.424r$$

سطح ربع الدائرة

$\left(\alpha = \frac{\pi}{4}\right)$

$$y_0 = \frac{4\sqrt{2}r}{3\pi} \approx 0.6r$$



الشكل 124

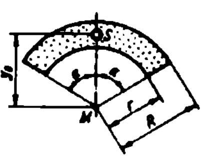
قطاع دائري

α الراديان (قياس القوس)

$$y_0 = \frac{s^3}{12A}$$

$$y_0 = \frac{2r\sin^3\alpha}{3(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)}$$

A مساحة المقطع الشكل (124)

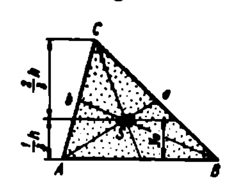


الشكل 125

مقطع من حلقة دائرية

انظر الشكل (125)

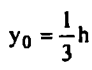
$$y_0 = \frac{2}{3}\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$



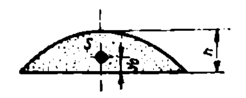
الشكل 126

المثلث

انظر الشكل (126)



$$y_0 = \frac{1}{3}h$$



الشكل 127

مقطع كروي مسطح

شكل (127)

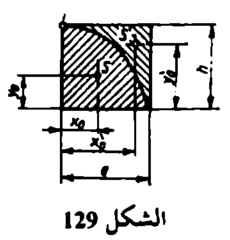
$$y_0 = \frac{2}{5}h$$

الشكل 128

مقطع قطعي (من قطع) كامل

الشكل (128)

$$y_0 = \frac{2}{5}h$$



الشكل 129

مقطـــع قطعـــي نـــصفي والمساحة المتبقية. الـــشكل (129)

$$x_0 = \frac{3}{8}a$$

$$x_0' = \frac{3}{4}a$$

$$y_0 = \frac{2}{5}h$$

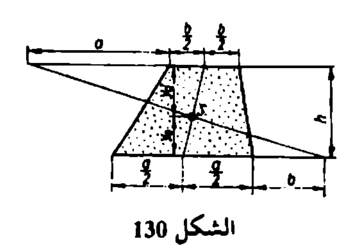
$$y_0 = \frac{7}{10}h$$

شبه المنحرف

الشكل (130)

$$y_0 = \frac{h}{3}\frac{a+2b}{a+b}$$

$$y_0' = \frac{h}{3}\frac{2a+b}{a+b}$$



الشكل 130

5.1 ردود الأفعال في المساند

1.5.1 ردود أفعال المساند في الجوائز المقررة ستاتيكيا

تكون الجوائز مقررة ستاتيكياً ظاهرياً، عندما تكون ردود أفعال المساند قابلة للتحديد من شروط التوازن. المسند إما أن يكون متحرك أو ثابت حسب الشكل (131).

$F_{Rx} = F_R \cos\alpha$

$F_{Ry} = F_R \sin\alpha$

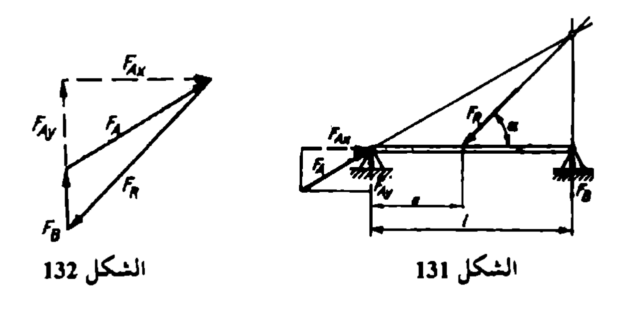
الحلول مع شروط التوازن.

$$\sum M_A = 0 : F_R \sin\alpha \, a \quad F_B l = 0 \quad \Rightarrow F_B = \frac{a}{l} F_R \sin\alpha$$

$$\sum F_y = 0 : F_{Ay} \quad F_R \sin\alpha + F_B = 0 \Rightarrow F_{Ay} = \frac{l \quad a}{l} F_R \sin\alpha$$

$$\sum F_x = 0 : F_{Ax} \quad F_R \cos\alpha = 0 \qquad \Rightarrow F_{Ax} = F_R \cos\alpha$$

$$F_A = \sqrt{F_{Ay}^2 + F_{Ax}^2}$$



الشكل 132 الشكل 131

2.5.1 ردود افعال المساند في الجوائز غير المقررة ستاتيكيا

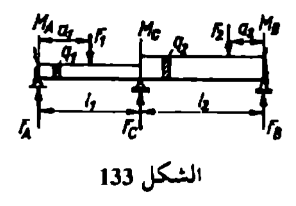
عندما يكون هناك أكثر من ثلاث مساند غير مقررة. فإنه بالإضافة إلى شـــروط التوازن الثلاثة، هناك معادلات أخرى تشكل من تغير العمل، انظر (مقاومة المواد)

معادلات تحديد القوى F_B للمسند غير المقرر ستاتيكياً $0 = \frac{\partial W_B}{\partial F_F}$

معادلات تحديد العزم M_B للمسند غير المقرر ستاتيكياً $0 = \frac{\partial W_F}{\partial M_B}$

تطبيق معادلات العزوم الثلاثة للجوائز

تطبق معادلات كلايبيرون التالية للعزوم الثلاثة في عزوم العطالة غير المتغيرة والـــتي تنتج عن تقسيم الجائز إلى عدة حقول 1 و2، الشكل (133)



الشكل 133

الحل التخطيطي مع مخطط القوى لجائز محمل مع ثلاث مساند حـــسب الـــشكل (133) نطبق:

$M_A = 0$؛ $M_B = 0$

$$2M_c(l_1 + l_2) = \frac{F_1 a_1}{l_1}(l_1^2 \quad a_1^2) \quad \frac{F_2 a_2}{l_2}(l_2^2 \quad a_2^2) \quad \frac{1}{4}(q_1 l_1^3 + q_2 l_2^3)$$

نحصل من هذه العلاقة على Mc

قوى المساند من شروط العزوم

$$F_A l_1 \quad F_1(l_1 \quad a_1) \quad q_1 \frac{l_1^2}{2} \quad M_c = 0 \Rightarrow F_A$$

$$F_B l_2 \quad F_2(l_2 \quad a_2) \quad q_2 \frac{l_2^2}{2} \quad M_c = 0 \Rightarrow F_B$$

في الجوائز ذات الحمولة الثابتة وترتكز على ثلاثة مساند حسب الشكل 134

الشكل 134

العزم في C والحمولة موزعة بانتظام $M_c = \frac{q}{8} \frac{l_1^3 + l_2^3}{l_1 + l_2}$

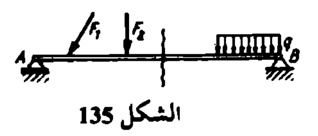
القوة في المسند A $F_A = \frac{q l_1}{2} + \frac{M_c}{l_1}$

القوة في المسند B $F_B = \frac{q l_2}{2} + \frac{M_c}{l_2}$

6.1 ردود أفعال المقاطع في الجوائز

القوى الطولية، والقوى العرضية، وعزم العطالة

مصطلح اتجاه ردود أفعال المقاطع الموجبة



الشكل 135

الشكل 136

القوة الطولية F_L: إن محصلة القوى الخارجية مع اتجاه القضيب في مقطع الجائز متوازن مع القوة الطولية.

القوة العرضية F_B: إن محصلة القوى الخارجية عمودية على اتجاه الجائز في الجائز المقطوع تتوازن مع القوى العرضية

العزم M: إن عزوم القوى الخارجية في مقطع الجائز تتوازن مع العزم في المكان المقطوع

بعد إنزال ردود أمثال المقاطع الموجبة تعين ردود الأفعال للمقاطع من شروط التوازن

العلاقات بين الحمولة الموزعة، القوى العرضية، وعزم الانعطاف

الشكل 137

إن ازدياد خط القوة العرضية في الموقع x يساوي القيمة السالبة للحمل في نفس الموقع

$$\frac{dF_Q(x)}{dx} = -q(x)$$

إن ازدياد خط العزم في الموقع x يساوي القوة العرضية في نفس الموقع.

$$\frac{dM(x)}{dx} = F_Q(x)$$

$$\frac{d^2M(x)}{dx^2} = \frac{dF_Q(x)}{dx} = -q(x)$$

القيمة الأعظمية لخط العزوم (M_{max})

إن اختراق خط القوة العرضية من الصفر يحدد الموقع الذي تقع فيه القيمة الحدية للعزم.

$$\frac{dM(x)}{dx} = F_Q = 0$$

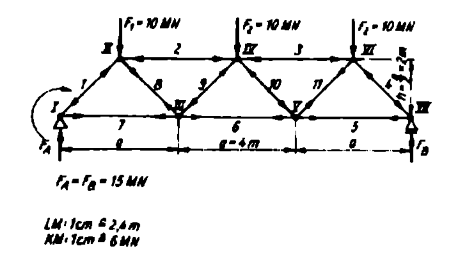
1.7 تحديد قوى القضبان في الجوائز الشبكية المستوية

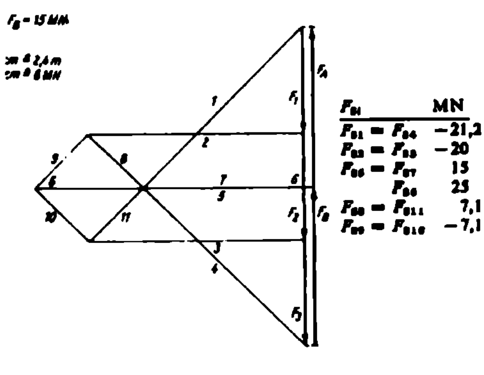
1.7.1 بطريقة مخطط القوى (مخطط Cremon). حسب الشكل (138)

بعد تحديد الاصطلاح الاتجاهي لمخطط القوى المحمل والقوى المضجعية بطريقة الرسم، يرسم مخطط القوى بنفس الاتجاه لنقاط العقد المنفردة.

إن نقطة العقدة تختار بقوتين مجهولتين، أما القوى التي تتلاقى في مخطط الموقع في نقطة واحدة فهي تشكل بمخطط Cremon مضلع قوى مغلق.

إن قوى القضبان التي تشكل مضلع القضبان، تتقاطع في مخطط Cremon في نقطة واحدة. عند الحفاظ على الاصطلاح الاتجاهي تظهر كل قوة في مخطط القوى مرة واحدة فقط.





F_{Si}	MN
$F_{S1} = F_{S4}$	−21,2
$F_{S2} = F_{S3}$	−20
$F_{S6} = F_{S7}$	15
F_{S5}	25
$F_{S8} = F_{S11}$	7,1
$F_{S9} = F_{S10}$	−7,1

الشكل 138

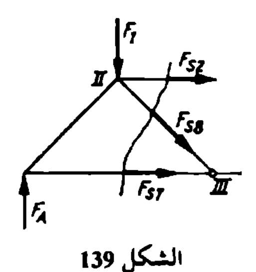
2.7.1 طريقة القاطع بطريقة Ritter (الشكل 139)

تفصل الجائز بمقطع بحيث تكون كل ثلاث قوى في القضبان مجهولة، ولا تتلاقى في نقطة واحدة.

في موقع المقطع تطبق قوى الشد، التي تكون متوازنة مع القوى الخارجية وبشروط التوازن تحسب القوى المتولدة في القضبان.

تطبق معادلة العزوم في نقطة الموقع لقضبان مقطوعة مرتين، بذلك تحسب القـــوة الثالثة بشكل غير مباشر.

مثال: مقطع في القضبان 2, 8, 7



الشكل 139

$\Sigma M_{III} = 0$:

$F_A\, 4\text{ m} - F_1\, 2\text{ m} + F_{s2}\, 2\text{ m} = 0$

$F_{s2} = -20$ MN (قوة ضغط)

$\Sigma M_{II} = 0$:

$F_A\, 2\text{ m} - F_{s7}\, 2\text{ m} = 0$

$F_{s7} = F_A = 15$ MN

$\Sigma F_y\ 0$: $F_A - F_1 - F_{s8} \sin 45° = 0$

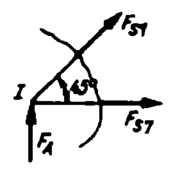
$F_{s8} = 5\sqrt{2}$MN

3.7.1 طريقة نقطة العقد (مقطع دائري)

يمكن فصل العقد من ربطة العقد، وتطبيق قوة الشد في موقع المقطع. ينتج مباشرة من شروط التوازن قوى القضبان لنقاط العقد بقضيبين مجهولين.

إن القوى الحاصلة في القضبان ترتبط بالعقد المجاورة وتحدد بالتسلسل حسب كل قوى القضبان.

مثال: مقطع حول العقدة I



الشكل 140

$\sum F_y = 0$:

$F_A + F_{s1} \sin 45° = 0$

$F_{s1} = -15\sqrt{2} MN$

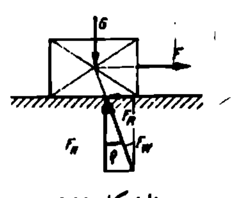
$\sum F_x = 0$:

$F_{s7} + F_{s1} \cos 45° = 0$

$F_{s7} = 15\ MN$

1.8 الاحتكاك

الاحتكاك بين سطحين مستويين



الشكل 141

μ عامل احتكاك الانزلاق

μ_0 عامل احتكاك

ρ زاوية الاحتكاك

F_N القوة الناظمية

F_W قوة المقاومة

F_R قوة الاحتكاك في الحركة المنتظمة — $F_R = \mu F_N$

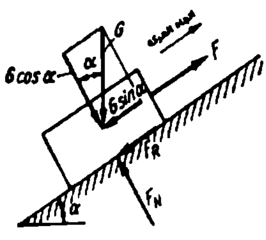
F_{R0} قوة الاحتكاك في حالة السكون (احتكاك التماسك) — $F_{R0} \leq \mu_0 F_N$

$$\mu = \tan\rho = \frac{F_R}{F_N}$$

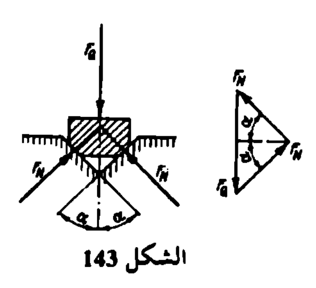
F_W قوة المقاومة — $F_W = \sqrt{F_R{}^2 + F_N{}^2}$

الجدول 13 عوامل الاحتكاك

جملة المواد	من أجل الانزلاق		من أجل التماسك	
	جاف	مصقول (مدهون)	جاف	مصقول
فولاذ - فولاذ	0.10 ... 0.12	0.04 ... 0.07	0.15 ... 0.3	0.1 ... 0.12
غرافيت - فولاذ	0.15 ... 0.2	0.05 ... 0.1	0.18 ... 0.2	0.1 ... 0.2
برونز - فولاذ	0.15 ... 0.2	0.05 ... 0.1	0.18 ... 0.2	0.1 ... 0.2
غرافيت - غرافيت	0.15 ... 0.25	0.02 ... 0.1	0.2 ... 0.3	0.1 ... 0.15



الشكل 142



الشكل 143

F قوة الرفع (+) في حركة الرفع المنتظمة (الشكل 142) $F = G(\sin\alpha \pm \mu\cos\alpha)$

F قوة التوقف (-) في حركة الرفع المتباطئة على سطح مائل

F_0 قوة التماسك ضد الانزلاق $F_0 = G(\sin\alpha - \mu_0\cos\alpha)$

الاحتكاك في الصواميل الشكل (143)

F_R قوة الاحتكاك أثناء حركة الحمل F_Q

$$F_R = \frac{\mu}{\sin\alpha}F_Q = \mu' F_Q$$

μ' عامل الاحتكاك في الصامولة

$$\mu' = \frac{\mu}{\sin\alpha}$$

F_1 القوة اللازمة لتحريك الخابور (الشكل 144)

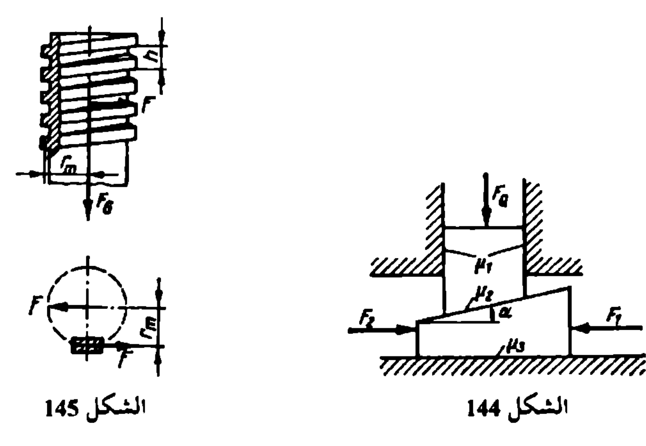
$$F_1 = F_Q\frac{\sin(\alpha+\rho_2+\rho_3)\cos\rho_1}{\cos(\alpha+\rho_1+\rho_2)\cos\rho_3}$$

F_2 القوة اللازمة لنـــزع الخابور   من أجل $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho$ نطبق:

القوة اللازمة لحشر الخابور $F_1 = F_Q \tan(\alpha + 2\rho)$

القوة اللازمة لنـــزع الخابور $F_2 = F_Q \tan(\alpha - 2\rho)$

شرط الكبح الذاتي $\alpha \leq 2\rho_0$



الشكل 145   الشكل 144

الاحتكاك في البراغي

α زاوية التقدم؛ h الخطوة $\tan\alpha = \dfrac{h}{2r_m\pi}$

r_m نصف قطر الحلزون الوسطي

تطبق الصيغ التالية للحلزون المسطح، في حالة الحلزون ذو شبه المنحرف والمثلثـــي يجب تعويض ρ' بدلاً من ρ

ρ' زاوية الاحتكاك لقمة الحلزون $\tan\rho' = \mu' = \dfrac{\mu}{\cos(\beta/2)}$

β الزاوية الجانبية

القوة المحيطية، + للرفع، - لإنزال الحمل F_Q $F = F_Q \tan(\alpha \pm \rho)$

العزم المطبق (+ لرفع الحمل F_Q، - لإنـــزال الحمل F) $M = Fr_m = F_Q r_m \tan(\alpha \pm \rho)$

مردود حركة البرغي $\eta = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha+\rho)}$

في حال ظهور الكبح الذاتي $\alpha \le \rho$

الاحتكاك في الخوابير الطويلة (الشكل 146)

عزم الاحتكاك لخابور طويل (الشكل 146) $M_R = \frac{2}{3}\mu_1 F_Q \frac{r_a^3 - r_i^3}{r_a^2 - r_i^2}$

عزم الاحتكاك لخابور كامل $r_i = 0$ $M_R = \frac{2}{3}\mu_1 F_Q r$

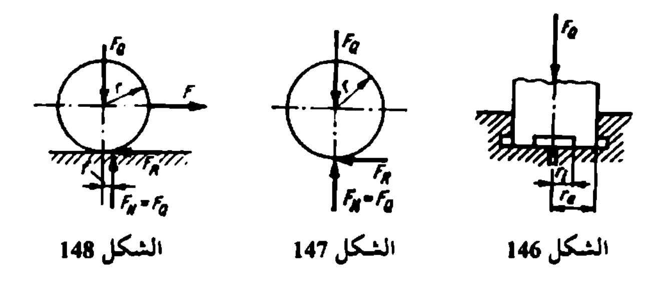
μ_1 عامل احتكاك الخابور يحدد من نسب التشغيل وشكل المضجع.

الاحتكاك في خابور الحمل

قوة الاحتكاك $F_R = \mu_1 F_Q$

عزم الاحتكاك $M_R = \mu_1 F_Q r$

μ_1 عامل احتكاك الخابور قيمته غير ثابتة، وتتغير مع شروط التشغيل



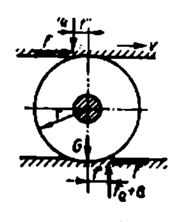
الشكل 148 الشكل 147 الشكل 146

احتكاك التدحرج (شكل 148)

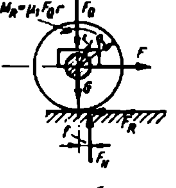
مقاومة التدحرج $F_R = \frac{f}{r} F_Q$

عزم احتكاك التدحرج $M = Fr = F_Q f$

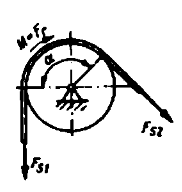
ذراع في احتكاك التدحرج $f = \frac{F}{F_Q} r$



الشكل 149



الشكل 150



الشكل 151

قوة التشغيل للجسم المتدحرج بين سطحين متحركتين (شكل 149) $F = F_R = (F_Q + G)\frac{f}{2r} + F_Q \frac{f'}{2r}$

قوة التشغيل حسب الشكل (149)، عندما $f' = f$ و $G = 0$ $F = F_R = \frac{f}{r} F_Q$

مقاومة الإقلاع عند مقاومة التدحرج واحتكاك الخابور (شكل 150) $F = F_R = \frac{(F_Q + G)f + \mu_1 F_Q r}{R}$

احتكاك الحبال (شكل 151)

قوة محيطية = قوة احتكاك الحبل $F = F_{s1} - F_{s2}$

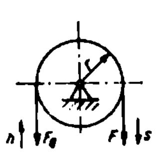
معادلة احتكاك الحبل $F_{s1} > F_{s2}$ لأن $e^{\mu\alpha} > 1$ $F_{s1} = F_{s2} e^{\mu\alpha}$

μ عامل احتكاك الحبل $\mu = Const$

α زاوية الإحاطة rad (مقياس القوس)

9.1 البكرات وأنواعها

البكرة الثابتة

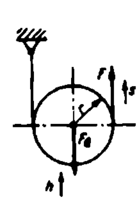

الشكل 152

قوة الرفع $F = \frac{F_Q}{\eta_f}$

مردود البكرة الثابتة $\eta_f \approx 0.95$

بعد القوة = بعد الحمل $s = h$

البكرة الحرة


الشكل 153

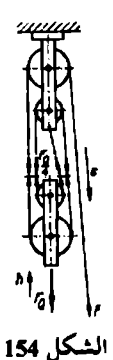
قوة الرفع $F = \frac{F_Q}{2\eta}$

مردود البكرة الحرة $\eta = 0.95 \ldots 0.97$

s بعد القوة $s = 2h$

h بعد الحمل

البكرات المتعددة


الشكل 154

قوة الرفع اللازمة $F = \frac{F_Q}{n\eta}$

n عدد البكرات

s بعد القوة $s = nh$

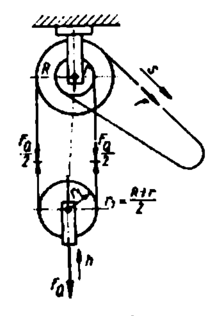
من أجل بكرتين $\eta = 0.91 \ldots 0.94$

من أجل أربع بكرات $\eta = 0.86 \ldots 0.90$

من أجل ست بكرات $\eta = 0.80 \ldots 0.87$

من أجل ثمان بكرات $\eta = 0.76 \ldots 0.83$

النظام التفاضلي لمجموعة البكرات (شكل 154)



الشكل 155

قوة الرفع $F = F_Q \frac{R - r}{\eta 2R} = \frac{F_Q}{\eta} i$

بعد القوة $s = h \frac{2R}{R - r} = \frac{h}{i}$

نسبة النقل $i = \frac{R - r}{2R}$

$\eta = 0.4 \ldots 0.5$

η_z في حال الرفع بالمسننات $\eta_z = 0.8 \ldots 0.9$

2. التحريك

1.2 الحركة الانتقالية - مبدأ d'Alembert

القانون الأساسي في التحريك $F = ma$

F محصلة كافة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم

m كتلة الجسم

a التسارع

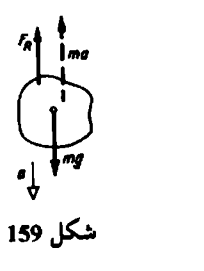
من خلال إسقاط قوة d'Alembert المساعدة (قوة عطالة) ma-، المعاكسة لاتجاه التسارع، يمكن أن تطبق للعملية الديناميكية شروط التوازن (الشكل 156)

$F + (-ma) = 0$

الشكل 156

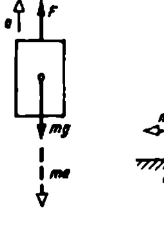
الحركة المتسارعة على مسار أفقي (شكل 157)

القوة المطلوبة مع اعتبار احتكاك الانزلاق $F = m(a + \mu g)$

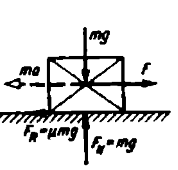


شكل 159

سقوط حر مع اعتبار مقاومة الهواء



الشكل 158



الشكل 157

الحركة المتسارعة على مسار شاقولي عند السقوط الحر

الشكلين (158 و159)

القوة المطلوبة دون اعتبار مقاومة الهـــواء (+ إلى الأعلى، - إلى الأسفل)

$$F = m(g \pm a)$$

F_R مقاومة الجريان مقاسة بالواحدة N

$$F_R = c_w \frac{\rho}{2} A v^2 = k v^2$$

k عامل الجريان Ns^2/m^2

ρ كثافة الهواء kg/m^3

A إسقاط المقطع العرضي عمودياً بالنسبة لاتجاه الحركة m^2

$$k = c_w \frac{\rho}{2} A = const$$

v السرعة بـــ m/s

c_w عامل المقاومة (لا بعدي)

معادلة الحركة للسقوط الحـــر باعتبـــار مقاومة الهواء. (انظر الشكل 159)

$$ma + kv^2 - mg = 0$$

السرعة الأعظمية عندما $a = 0$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

السرعة عند الزمن t، من أجل t = 0 تكون v = 0

$$v = v_{max} \tanh \frac{gt}{v_{max}}$$

المسافة المقطوعة في الزمن t، من أجل t = 0 تكون v = 0

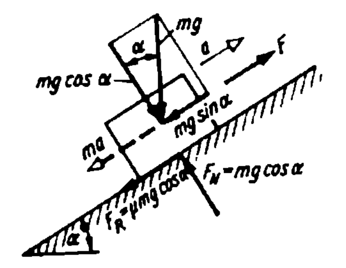
$$s = \frac{v^2_{max}}{g} \ln\left(\cosh \frac{gt}{v_{max}}\right)$$

$$t = \frac{m}{2kv_{max}} \ln \frac{v_{max} + v}{v_{max} - v}$$

الحركة المتسارعة على مسار مائل مع احتكاك (الشكلين 160، 161)

القوة للحركة المتسارعة $F = m (g \sin \alpha \pm a \pm \mu g \cos \alpha)$

+ للأعلى، - للأسفل (شكل 160)



الشكل 160

حركة متسارعة للأعلى مع اعتبار الاحتكاك

معادلة الحركة للحركة للأعلى (شكل 160) بشروط ابتدائية $s(0) = s_0$ و $v(0) = v_0$

$$a = \frac{F}{m} - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

$$v = \left[\frac{F}{m} - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\right]t + v_0$$

$$s = \left[\frac{F}{m} - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\right]\frac{t^2}{2} + v_0 t + s_0$$

معادلة حركة جسم بتأثير وزنه الذاتي على مستو مائل (الشكل 161)

$$ma + \mu\, mg \cos\alpha - mg \sin\alpha = 0$$

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

بشروط ابتدائية، من أجـــل $t = 0$
تكون $s = 0$ و $v = 0$

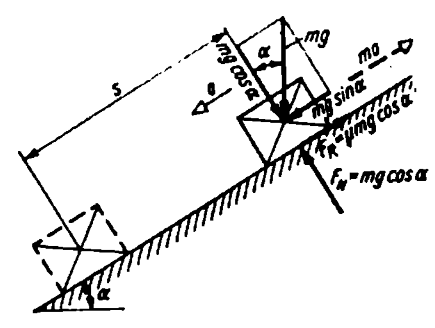
$$v = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\, t$$

$$s = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\frac{t^2}{2}$$

معادلة الحركة من معادلة الطاقــة للشكل 161

$$m\frac{v^2}{2} = mgs\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\frac{t^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2sg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$$



الشكل 161

حركة جسم بتأثير وزنه الذاتي على مستو مائل

2.2 الحركة الدورانية حول محور ثابت (الشكل 162)

القانون الأساسي للديناميك في الحركة الدورانية

$$M = J_A\alpha = J_A\ddot{\varphi}$$

M عزم الدوران الخارجي مقاس بالواحدة N.m

$\alpha = \ddot{\varphi}$ التسارع الزاوي s^{-2}

m كتلة الجسم kg

J_A عزم العطالة الكتلي بالنسبة لمحور الدوران A مقـــاس بالواحدة $kg.m^2$

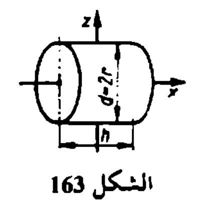
الشكل 162

قانون Steiner

J_S	عزم العطالة الكتلي بالنسبة للمحور المــواز لـــــ A والمار من مركز الثقل S مقاس بالواحدة $kg\ m^2$	$J_A = J_S + s^2 m$
s	البعد بين المحاور A وS مقاس بالواحدة m	
i	نصف قطر العطالة بـــ m، وهو المسافة التي تكـــون فيها الكتلة كنقطة مادية مرتبة مع عزم العطالة الكتلي كما لو كان توزيع الكتلة حقيقيا.	$i = \sqrt{\frac{J}{m}}$ $J = mi^2 = m\frac{D_i^2}{4}$
D_i	قطر العطالة m	$D_i = 2i$
m_{red}	الكتلة المختزلة هي الكتلة الواقعة على بعد r، كنقطة أو كتلة على شكل حلقي m_{red} بنفس عزم العطالـــة الكتلي كما في توزيع الكتلة الحقيقي	$m_{red} = \frac{J}{r^2}$ $J = m_{red}\, r^2$
	عزم الاهتزاز مقاس بالواحدة $kg\ \ m^2$، المعادلة صالحة للصفائح الدوارة	$m\, D_i^2 = 4J$

3.2 عزوم العطالة الكتلية

1. الاسطوانة



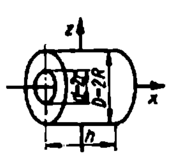
الشكل 163

$$J_x = \frac{1}{8}md^2 = \frac{1}{2}mr^2$$

$$i_x = r\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$J_z = \frac{1}{4}m\left(r^2 + \frac{h^2}{3}\right)$$

2. الاسطوانة المفرغة



الشكل 164

$$J_x = \frac{1}{2} m(R^2 + r^2)$$

$$i_x = \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}}$$

$$J_z = \sqrt{\frac{1}{4}} m\left(R^2 + r^2 + \frac{h^2}{3}\right)$$

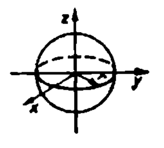
الاسطوانة المفرغة ذات الجدران الرقيقة $R \approx r \approx r_m$

$$J_x = m r_m^2$$

$$J_z = \frac{1}{2} m\left(r_m^2 + \frac{h^2}{6}\right)$$



3. الكرة



الشكل 165

$$J_x = J_y = J_z = \frac{2}{5} m r^2$$

$$i = r\sqrt{0.4}$$

الكرة المفرغة

$$J_x = J_y = J_z = \frac{2}{5} m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$$

$$i = \sqrt{\frac{2}{5} \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}}$$

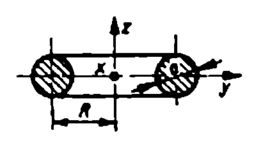
الكرة المفرغة ذات الجدران الرقيقة $R \approx r \approx r_m$

$$J_x = J_y = J_z = \frac{2}{3} m r_m^2$$

4. الحلقة

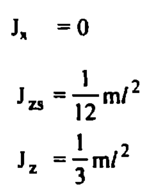
$$J_x = J_y = \frac{m}{2}\left(R^2 + \frac{5}{4}a^2\right)$$

$$J_z = m\left(R^2 + \frac{3}{16}a^2\right)$$



الشكل 166

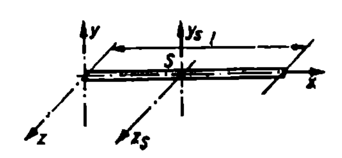
5. العصا الرقيقة



$$J_x = 0$$

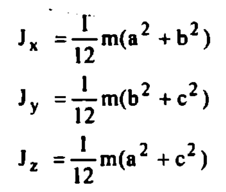
$$J_{zs} = \frac{1}{12}ml^2$$

$$J_z = \frac{1}{3}ml^2$$



الشكل 167

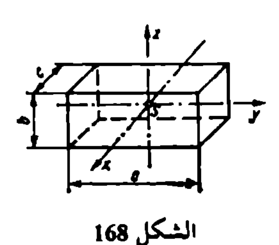
6. المكعب



$$J_x = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$$

$$J_y = \frac{1}{12}m(b^2 + c^2)$$

$$J_z = \frac{1}{12}m(a^2 + c^2)$$



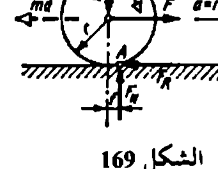
الشكل 168

2.4 الحركة العامة - الحركة الانتقالية والدورانية

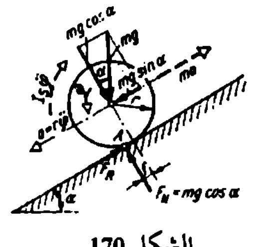
في الحركة العامة يمكن إيجاد علاقات الحركة الانتقالية لمركز الثقل والحركة الدورانية حول مركز الثقل S للجسم الصلب.

الطاقة الكامنة في الحركة العامة

$$W = \frac{mv_S^2}{2} + \frac{J\omega_S^2}{2}$$



الشكل 169



الشكل 170

حركة التدحرج على مستو أفقي (الشكل 169)

معادلة الحركة أثناء التدحرج على مستو أفقي، $M_A = 0$ (الشكل 169)

$$Fr - mar - mgf - J_S\ddot{\varphi} = 0$$
$$J_S = m_{red}r^2; a = r\ddot{\varphi}$$

قوة الشد في حركة التدحرج المتسارعة مع اعتبار مقاومة التدحرج.

$$F = m\left(a + g\frac{f}{r}\right) + m_{red}a$$

قوة الشد في التدحرج المثالي من أجل $f = 0$ يصبح $J_S\ddot{\varphi} = \mu mgr$ مع $0 < \mu \leq \mu_0$

$$F = ma + m_{red}a = m(a + \mu g)$$

حركة التدحرج على مستو مائل (الشكل 170)

$$\sum M_A = 0: mgr\sin\alpha - mar - mgf\cos\alpha - J_S\ddot{\varphi} = 0$$
$$J_S\ddot{\varphi} = m_{red}r^2\ddot{\varphi} = m_{red}ra$$

التسارع أثناء حركة الجسم المتدحرج إلى أسفل مع اعتبار مقاومة التدحرج (الشكل 170)

$$a = \frac{mg\left(\sin\alpha - \frac{f}{r}\cos\alpha\right)}{m + m_{red}}$$

التسارع أثناء التدحرج المثالي على مستو مائل $f = 0$

$$a = \frac{mg\sin\alpha}{m + m_{red}}$$

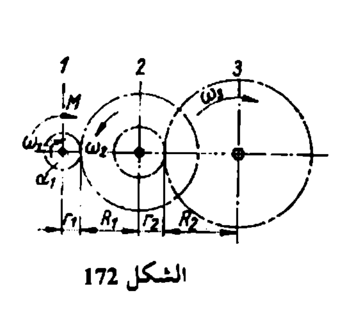
عزم التسارع مقاس بالواحـــدة N.m من أجل نظام حسب الشكل (171)

$$M = mar + mgr + J_S\alpha$$

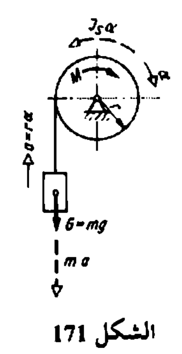
$$M = (m + m_{red})\,ar + mgr$$

عزم التسارع لآليـــة دوارة حـــسب الشكل (172)

$$M = J_1\alpha_1 + J_2\alpha_2\frac{r_1}{R_1} + J_3\alpha_3\frac{r_1}{R_1}\frac{r_2}{R_2}$$



الشكل 172



الشكل 171

$$\alpha_2 = \frac{r_1}{R_1}\alpha_1$$

$$\alpha_3 = \frac{r_2}{R_2}\alpha_2 = \frac{r_1}{R_1}\frac{r_2}{R_2}\alpha_1 = \frac{n_3}{n_1}\alpha_1$$

$$M = \left[J_1 + J_2\left(\frac{r_1}{R_1}\right)^2 + J_3\left(\frac{r_1}{R_1}\right)^2\left(\frac{r_2}{R_2}\right)^2\right]\alpha_1$$

$$= \left[J_1 + J_2\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + J_3\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2\right]\alpha_1$$

W: الطاقة الحركية للآلية الدوارة حسب الشكل (172)

$$W = \left(J_1 + J_2\left(\frac{r_1}{R_1}\right)^2 + J_3\left(\frac{r_1}{R_1}\right)^2\left(\frac{r_2}{R_2}\right)^2\right)\frac{\omega_1^2}{2}$$

$$W = \left(J_1 + J_2\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + J_3\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2\right)\frac{\omega_1^2}{2}$$

i_1 نسبة النقل من المسنن 1 إلى 2

$$i_1 = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_1}{r_1}$$

i_2 نسبة النقل من المسنن 2 إلى 3

$$i_2 = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{n_2}{n_3} = \frac{R_2}{r_1}$$

i_{Ges} نسبة النقل الكلية للآلية

$$i_{Ges} = i_1 i_2 = \frac{n_1}{n_3}$$

3. علم مقاومة المواد

1.3 مصطلحات أساسية

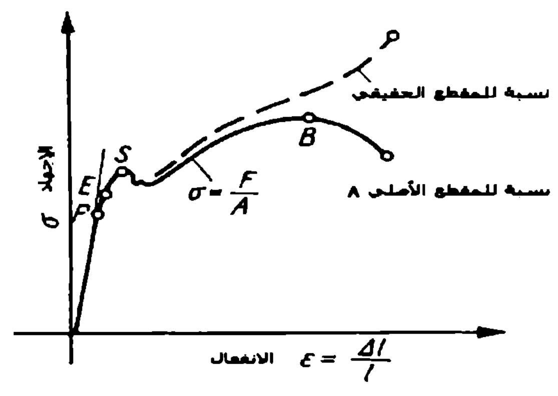
1.1.3 الإجهادات الحدية (انظر الشكل 173)

σ_p الإجهاد في الحدود النسبية

σ_E الإجهاد في الحدود المرونة

σ_S الإجهاد في حدي السيلان والانفعال

σ_B الإجهاد في حد الانكسار – مقاومة الشد



(الشكل 173) مخطط الإجهاد والانفعال لفولاذ مرن عند الشد

σ_B إجهاد الشد

F_{max} الحمل الأعظمي

A المقطع العرضي قبل الحمل

$$\sigma_B = \frac{F_{max}}{A}$$

2.1.3 الإجهادات والانفعالات أثناء الشد والضغط

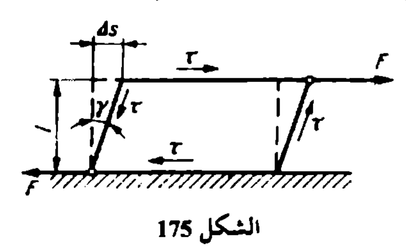
الجدول 14 القيمة الوسطية لمودول المرونة ومودول الانزلاق ($1\ MPa = 1\ N/mm^2 \approx 10\ kp/cm^2$)

المادة	E (MPa)	G (MPa)
فولاذ، فولاذ صب	210000	81000
حديد صب رمادي	100000	38500
ألمنيوم	72000	28000
نحاس أصفر	80000	31000
أخشاب أبرية	10000	3900

الشكل 174

الانفعال	$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l_1 - l}{l}$
الانفعال المئوي %	$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} 100\%$
قانون Hook يطبق حتى حدود النسبية $\sigma \le \sigma_p$	$\sigma = \varepsilon E$
E مودول المرونة (عامل يونغ) (انظر الجدول 14) α عامل التمدد	$E = \frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$
Δl تغير الطول	$\Delta l = \varepsilon l = \frac{\sigma}{E} l = \frac{F l}{AE}$
ε_q التمدد العرضي	$\varepsilon_q = \frac{\Delta d}{d} = \frac{d_1 - d}{d}$
m ثابت Poisson، للفولاذ $m = \frac{10}{3}$	$m = \frac{1}{\mu} = \left\| \frac{\varepsilon}{\varepsilon_q} \right\|$
μ عامل الانكماش العرضي	$\varepsilon_q = -\mu\varepsilon = -\mu\frac{\sigma}{E}$ $\varepsilon_q = -\frac{\sigma}{mE}$
W عمل تغير الشكل مقاس بالواحدة J	$W = \frac{1}{2} F \Delta l = \frac{1}{2}\frac{F^2 l}{EA}$
w العمل المبذول لتغير الشكل النوعي J/cm^3	$w = \frac{W}{V} = \frac{\sigma\varepsilon}{2} = \frac{\sigma^2}{2E}$

3.1.3 الإجهادات والانفعالات أثناء الانسحاب



الشكل 175

γ الانزياح أو زاوية الإزاحة للحالات العملية حيث $\gamma = \frac{\Delta s}{l}$

نعوض $tg\,\gamma \approx \gamma$

قانون Hook لإجهادات الدفع، وهو صالح ضمن مجال النسبية $\tau = \gamma G$

G مودول الانزلاق (انظر الجدول 14) $G = \frac{1}{\beta}$

β عامل الدفع

Δs الإزاحة $\Delta s = \gamma l = \frac{\tau l}{G}$

W العمل اللازم لتغيير الشكل مقاس بالواحدة J $W = \frac{1}{2} F \Delta s = \frac{1}{2} \frac{F^2 l}{GA}$

w العمل النوعي لتغيير الشكل مقاس بالواحدة J/cm³ $w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \tau\gamma = \frac{1}{2} \frac{\tau^2}{G}$

العلاقة بين مودول الانزلاق G ومودول المرونة E $G = \frac{E}{2(1+\mu)} = \frac{mE}{2(m+1)}$

يطبق للمعادن بـ $m = \frac{10}{3}$ $G \approx 0.38E$

4.1.3 الإجهادات المسموح بها

σ_{alla} الإجهاد المسموح به $\sigma_{alla} = \frac{\sigma_B}{S_B}$

S_B الأمان المحدد بالمقارنة مع مقاومة الشد للمواد القصفة $\sigma_{alla} = \frac{\sigma_S}{S_S}$

$S_B = 3 \ldots 6$

S_S الأمان المحدد بالمقارنة مع حد التمدد للمواد القاسية $S_S = 1{,}3 \ldots 3$ $\sigma_{avai} \le \sigma_{alla}$

5.1.3 الأمان

الأمان المتوفر ضد الانهيار القسري، مقاومة الشد $\sigma_{B_{avaith}} = \frac{\sigma_B}{\sigma_{avaith}}$

الأمان المتوفر ضد التشوه اللدن، حدود التمدد

$$\sigma_{S\,avaith} = \frac{\sigma_S}{\sigma_{avaith}}$$

الأمان المتوفر ضد الانهيار الدائم

$$S_{D\,avaith} = \frac{\sigma_A Kxq}{\sigma_B \beta_K \varphi}$$

6.1.3 *المقاومة الدائمة*

في الحمولة المتناوبة وظهور أعظم إجهاد في الشكل الخــارجي وحالــة الــسطح الخارجي والحزوز يعين الأمان v_0 عند الإجهادات الدائمة.

F_v قوة الشد الأولية

$$F_{max} = F_v + F_a$$

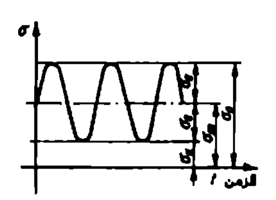
F_a قوة الاهتزاز، تتراوح بين - و+

$$\sigma_o = \frac{F_v + F_a}{A} = \sigma_m + \sigma_a$$

$$\sigma_u = \frac{F_v - F_a}{A} = \sigma_m - \sigma_a$$

$$\sigma_m = \frac{F_v}{A} = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2}$$

$$\sigma_u = \frac{F_a}{A} = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2}$$



الشكل 176

$v_{D\,avaith}$ الأمان المتوفر ضد الانهيار الدائم

$$v_{D\,avaith} = \frac{\sigma_{form}}{\sigma_a}$$

σ_a إزاحة الإجهاد الاسمي

$$\sigma_a = \sigma_n$$

(مثلاً تحسب من $\frac{F_a}{A}, \frac{M_b}{W}, \frac{M_t}{W_t}$)

إزاحة مقاومة الهيكل

$$\sigma_{form} = \frac{\sigma_A Kxq}{\beta_k \varphi}$$

الإجهاد المختزل للمقاومة الدائمة

$$\sigma_{A\,red} = \sigma_A Kxq$$

إزاحة الإجهاد في عمق الحز

$$\sigma_{ak} = \sigma_a \beta_k \varphi$$

$$S_{D\,avai} = \frac{\sigma_{A\,red}}{\sigma_{ak}}$$

$$S_{D\,avai} = \frac{\sigma_A Kxq}{\sigma_a \beta_k \varphi}$$

σ_A إزاحة إجهاد المقاومة الدائمة للإجهاد الوسطي المعطى σ_m من مخطط المقاومة الدائمة.

K عامل تأثير القيم

k عامل المساحة

q عامل المقطع، من أجل المقطع الدائري $q = 1$

φ عامل الصدم

β_k عامل تأثير الحز $\quad \beta_k = c(\beta_{k0} - 1) + 1$

α_k عامل الشكل $\quad \beta_k = 1 + (\alpha_K - 1)\,\eta_K$

η_k عامل حساسية الحز

الأمان المتوفر عند تأثير الإجهاد

$$S_{Davai} = \frac{\sigma_A kxq}{\sigma_{sk\,ges}}$$

إزاحة الإجهاد في عمق الحز أثناء إجهاد الانعطاف والشد

$$\sigma_{ak\,tot} = (\sigma_{ax}\,\beta_{kz} + \sigma_{ab}\,\beta_{kb})\,\varphi$$

مقارنة الإجهاد حسب مبدأ العمل الافتراضي عند الانعطاف والفتل في عمق الحز

$$\sigma_{ak\,tot} = \varphi\sqrt{(\sigma_{ab}\beta_{kb})^2 + (\tau_{at}\beta_{kt})^2}$$

عند تأثير الإجهادات المركبة يمكن تحديد عام الأمان من عوامل الأمان المختلفة ν_t و ν_b

$$S_{Davai} = \sqrt{\frac{\nu_b^2 \nu_t^2}{\nu_b^2 + \nu_t^2}}$$

2.3 إجهادات الضغط والشد وحيدة المحور

إجهاد الضغط أو الشد المطبق (+ للشد، - للضغط) $\sigma_{z,d} = \pm \frac{F}{A}$

تغير الطول لجسم هرمي ثابت المقطع $\Delta l = \frac{Fl}{AE}$

تغير الطول بتغير المقطع A(x) $\Delta l = \frac{F}{E}\int_0^l \frac{dx}{A(x)}$

تغير الطول تبعاً لتغير طيفيف في درجة الحــرارة، وقيم α_t تؤخذ من الجدول (1) قسم الفيزياء. $\Delta l = \alpha_t l \Delta t$

الإجهادات الحرارية عند منع تغيرات الطول الحرارية $\sigma_t = \alpha_t E \Delta t$

القوة الداخلية عند منع تغيرات الطول الحرارية $F = A \alpha_t E \Delta t$

طول تحميل قضيب جائز ثابت المقطع عنــدما F = 0، حيث ρ كثافة المادة، g التسارع الأرضي $l_{carr} = \frac{\sigma_{alla}}{\rho g}$

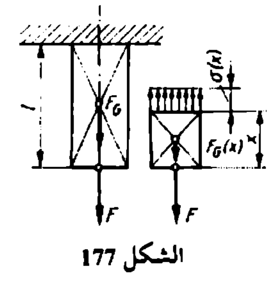
طول تشقق الجائز بثبوت المقطع F = 0 $l_{reiB} = \frac{\sigma_B}{\rho g}$

$\sigma_{(x)}$ إجهاد الشد في الموقع x مع اعتبار الوزن الذاتي (الشكل 177) $\sigma(x) = \frac{F}{A} + \frac{F_G(x)}{A} = \frac{F}{A} + \rho g x$

σ_{max} إجهاد الشد الأعظمي مع اعتبار الوزن الذاتي $\sigma_{max} = \frac{F + F_G}{A} = \frac{F}{A} + \rho g l$

ρ كثافة القضيب

g التسارع



الشكل 177

3.3 ضغط السطوح

ضغط سطح التلامس المستوي $p = \frac{F}{A}$

ضغط السطح الوسطي عند سطوح التلامس المقوسة، مثلاً خابور، l طول الخابور، d القطر $p = \frac{F}{dl}$

الإجهاد في جسم مثقوب، ضغط السطح الوسطي عندما يكون لدينا ضغط مزدوج، مثلاً، روابط البراغي $\sigma_l = \frac{F}{ds}$

ضغط السطوح بين السطوح المقوسة حسب هرتز (Hertz)

تطبق على الضغط بين $p_{max} = 0.388\sqrt[3]{\frac{FE^2}{r^2}}$

أ) كرة بنصف قطر r وسطح مستوي.

ب) كرة بنصف قطر r_1 مع كرة بنصف قطر r_2

تطبق على الضغط بين $p_{max} = 0.418\sqrt{\frac{FE}{lr}}$

أ) أسطوانة ذات قطر r وسطح مستوي

ب) أسطوانة ذات قطر r_1 وأسطوانة ذات قطر r_2

l طول التلامس بين الأسطوانتين $r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$

r القطر الحسابي لأنصاف أقطار مختلفة

E مودول المرونة الحسابي لمواد مختلفة $E = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}$

3.4 مقاومة القص

τ_a إجهاد القص $\tau_a \leq \tau_{a\,allo}$ $\tau_a = \frac{F}{A}$

τ_{aB} مقاومة القص $\tau_{aB} = \frac{F_{max}}{A} \approx 0.8\sigma_B$

في تصميم الآلات يمكن الحساب

للحمل الساكن $\tau_{a\,alla} = \frac{\sigma_s}{1.5}$

للحمل المتأرجح $\tau_{a\,alla} = \frac{\sigma_s}{2.2}$

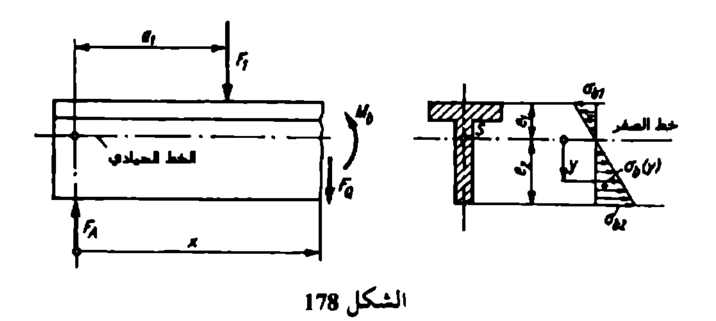
للحمل المتناوب $\tau_{a\,alla} = \frac{\sigma_s}{3}$

5.3 الانعطاف

1.5.3 انعطاف الجوائز المستقيمة

فرضيات حساب إجهادات الانعطاف

1. المقطع المتناظر.
2. تؤثر القوى الخارجية باتجاه خط تناظر المقطع.
3. إن المقاطع العرضية تكون صغيرة بالمقارنة مع طول الجائز لذا يمكن إهمال إجهاد الانسحاب.
4. تحتفظ المقاطع العرضية بهيكلها المستوي.
5. يطبق قانون Hook على المادة عند التحميل.



الشكل 178

إجهاد الانعطاف على بعد y من خــط الــصفر (الخط الحيادي) (انظر الشكل 178) $\sigma_b(y) = \frac{M_b}{I} y$

إجهاد الطرف العلوي، لعزم الانعطاف الموجب $\sigma_{b1} = -\frac{M_b}{I} e_1 = -\frac{M_b}{W_1}$

إجهاد ضغط الانعطاف الأعظمي بـــ $\sigma_{b1} \le \sigma_{d\,alla}$

إجهاد الطرف السفلي، لعزم الانعطاف الموجب $\sigma_{b2} = +\frac{M_b}{I} e_2 = +\frac{M_b}{W_2}$

إجهاد ضغط الانعطاف الأعظمي بـــ $\sigma_{b2} \le \sigma_{z\,alla}$

نطبق من أجل $e = e_{max}$ وكذلك $W = W_{min}$ $\sigma_{b\,alla}$ $\sigma_{b\,max} = \frac{|M_b|}{W} \le \sigma_{b\,alla}$

W عزم المقاومة cm^3 $W = \frac{I}{e}$

I عزم العطالة cm^4

W_{erf} عزم المقاومة المطلوب cm^3 $W_{erf} \ge \frac{|M_b|}{\sigma_{b\,alla}}$

عزوم مقاومة وعطالة المساحات

(انظر أيضاً تطبيقات حساب التكامل)

الجدول 15 محوري[1] عزوم المقاومة والعطالة للمقاطع البسيطة

المقطع	عزوم العطالة	عزوم المقاومة
(مستطيل b × h، المحاور x، y، g)	$I_x = \frac{bh^3}{12}$ $I_y = \frac{hb^3}{12}$ $I_g = \frac{bh^3}{3}$	$W_x = \frac{bh^2}{6}$ $W_y = \frac{hb^2}{6}$

[1] تعرف أيضاً بعزوم المقاومة والعطالة القطبية

المقطع	عزوم العطالة	عزوم المقاومة
	$I_x = I_y = \frac{a^4}{12}$	$W_x = W_y = \frac{a^3}{6}$
	$I_x = I_y = \frac{a^4}{12}$	$W_x = W_y = 0.118a^3$
	$I_x = \frac{gh^3}{36}$ $I_{\bar{x}} = \frac{gh^3}{4}$ $I_g = \frac{bh^3}{12}$	$W_x = \frac{gh^2}{24}$ من أجل $e = \frac{2}{3}h$
	$I_x = I_y = \frac{\pi}{64}d^4$ $= \frac{\pi}{4}r^4$	$W_x = W_y = \frac{\pi}{32}d^3$ $= \frac{\pi}{4}r^3$
	$I_x = I_y$ $= \frac{\pi}{64}\left(d_a{}^4 - d_i{}^4\right)$	$W_x = W_y$ $= \frac{\pi}{32}\frac{d_a{}^4 - d_i{}^4}{d_a}$
	من أجل $s << d$ $I_x = I_y \approx \frac{\pi}{8}sd_m^3$	من أجل $s << d$ $W_x = W_y \approx \frac{\pi}{4}sd_m^2$
	$I_x = \frac{\pi}{4}a^3b$ $I_y = \frac{\pi}{4}ab^3$	$W_x = \frac{\pi}{4}a^2b$ $W_y = \frac{\pi}{4}ab^2$
		$I_x = \frac{BH^3 + bh^3}{12}$ $W_x = \frac{BH^3 + bh^3}{6H}$

عزوم المقاومة	عزوم العطالة	المقطع
$I_x = \frac{BH^3 - bh^3}{12}$ $W_x = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$		
$I_x = \frac{1}{3}\left(Be_1^3 - bh^3 + ae_2^3\right)$ $e_1 = \frac{1}{2}\frac{aH^2 + ba^2}{aH + ba}$ $e_2 = H - e_1$		

قانون Steiner

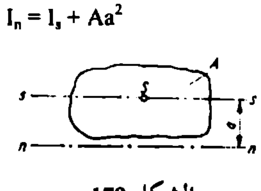
I_n عزم العطالة بالنسبة للمحور n مقاس بالواحدة cm^4

$$I_n = I_s + Aa^2$$

I_s عزم العطالة بالنسبة للمحور s المار من مركز الثقل والموازي للمحور n.

A المساحة مقاس بالواحدة cm^2

a البعد بين المحور s والمحور n مقاس بالواحدة cm



الشكل 179

إن عزوم عطالة المساحات المستقلة يمكن أن تضاف أو تطرح لعزم العطالة للمساحة الكلية، عندما تحسب كلها بالنسبة لمحور مشترك.

$$I_n = I_{n1} \pm I_{n2} \pm I_{n3} \pm \ldots$$

مثال: *تحديد عزم العطالة I_s لمقطع ذو مساحات متعددة حسب الشكل (180)*

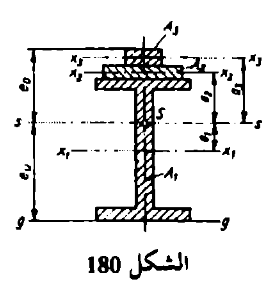
1. طريقة أولى

I_1، I_2، I_3 عزوم عطالة المساحات المستقلة بالنسبة للمحور S المواز والواقع على محور مركز الثقل نفسه، انظر الشكل 180

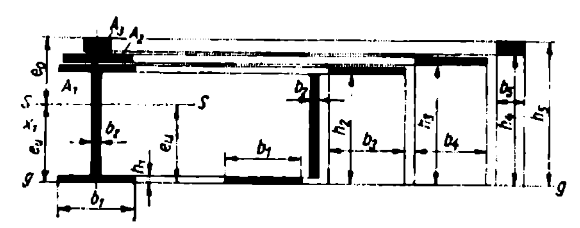
$$I_s = I_1 + A_1a_1^2 + I_2 + A_2a_2^2 + I_3 + A_3a_3^2$$

2. طريقة ثانية (قارن الشكل 181)

$$I_g = \frac{1}{3} b_1 h_1^3 + b_2(h_2^3 - h_1^3)$$
$$+ b_3(h_3^3 - h_2^3)$$
$$+ b_4(h_4^3 - h_3^3)$$
$$+ b_5(h_5^3 - h_4^3)$$
$$I_s = I_g - Ae_u$$



الشكل 180



الشكل 181

إن عزم العطالة القطبي I_p يساوي إلى مجموع كلا عزمي العطالة المحوريين، والمتعامدين

$$I_p = I_x + I_y$$

تحديد عزوم العطالة الرئيسية

عزم الطرد المركزي بالنسبة للمحورين x, y

$$I_{xy} = -\int_A xy\,dA$$

$I_{xy} = 0$ للمحور الرئيسي أو عندما يكـــون محور متناظر مع الآخر

قانون Steiner لعزوم العطالة للمحاور x, y (الشكل 182)

$$I_{xy} = I_{\bar{x}\bar{y}} - x_s y_s A$$

إن I_I و I_{II} عزوم العطالة الرئيسية التي تكون فيها محاور العطالة الرئيسية I وII عمودية على بعضها هي العزم النابذي المركـــزي ويساوي الصفر.

$$I_{I,II} = I_{\substack{max \\ min}} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}$$

معادلة التأكد لفحص القيم I_I و I_{II}

$$I_p = I_x + I_y = I_I + I_{II}$$

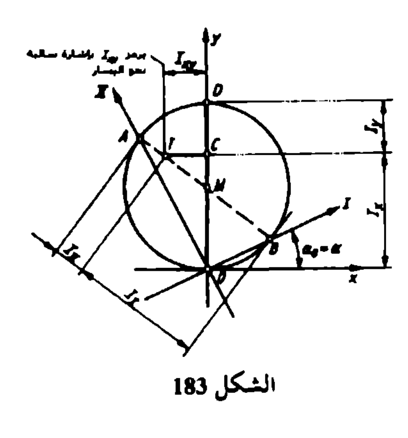
$$I_I I_{II} = I_x I_y - I_{xy}$$

α الزاوية بين المحور x والمحور الرئيـــسي، ويمكن أن يكون I أو II

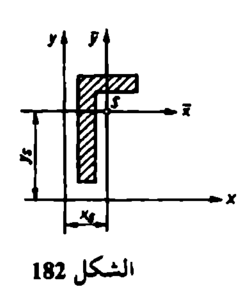
$$\tan 2\alpha = \frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}$$

α_0 زاوية الاتجاه للمحور x عكس المحور I الموجب

$$\tan \alpha_0 = \frac{I_{max} - I_x}{I_{xy}}$$



الشكل 183



الشكل 182

يتم التمثيل التخطيطي لعزوم العطالة الرئيسة وموقع محاور العطالة الرئيسة بـــدائرة العطالة من دائرة Mohr (الشكل 183)

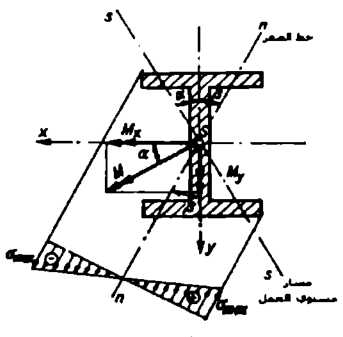
2.5.3 الانعطاف ثنائي المحور - الانعطاف المائل

a) المقاطع المضاعفة المتناظرة مع غلاف مستطيل (الشكل 184)

$$\sigma_{max} = \pm(\sigma_{bx} + \sigma_{by})$$

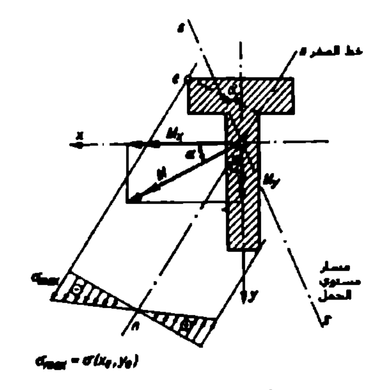
$$\sigma_{max} = \pm\frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y}$$

تطبق هذه العلاقات للمقاطع الزاوية المفرغة والمصمتة وللجوائز على شكل I. تؤثر σ_{max} في زوايا الغلاف المستطيل الذي يأخذ أبعد مسافة عن خط الصفر.

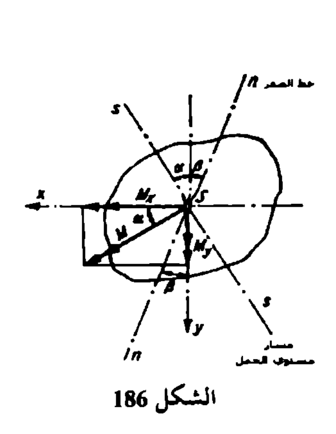


الشكل 184

b) المحاور x، y وهما محاور العطالة الرئيسة (الشكل 185)



الشكل 185



الشكل 186

تكون العزوم M_x وM_y موجبة، عندما تتوجه أسهم العزوم (قاعدة اليد اليمنى) بالاتجاه الموجب للمحور x أو y

$$M_x = M\cos\alpha$$

$$M_y = M\sin\alpha$$

$\sigma(x,y)$، إجهاد الانعطاف في النقطة $P(x,y)$ للمقطع

$$\sigma(x,y) = \frac{M_x}{I_x}y - \frac{M_y}{I_y}x$$

إن الإجهادات الأعظمية تظهر في نقاط المقطع التي تكون في أقصى بعد من خط الصفر

معادلة خط الصفر - الإجهاد

$$\sigma(x,y) = M\left(\frac{\cos\alpha}{I_x}y - \frac{\sin\alpha}{I_y}x\right)$$

$$y = \frac{I_x}{I_y}\tan\alpha\, x$$

زاوية خط الصفر مع المحور y

$$\tan\beta = \frac{x}{y} = \frac{I_y}{I_x}\cot\alpha$$

c) إن المحوران x وy ليسا محاور عطالة أساسية

1. إن I_I وI_{II} هما غير معلومتان كعزوم عطالة رئيسية

$\sigma(x,y)$ هما توزيع الجهد عبر المقطع

$$\sigma(x,y) = \frac{M_x I_{xy} - M_y I_x}{I_x I_y - I_{xy}^2}x + \frac{M_x I_y - M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2}y$$

معادلة خط الصفر

$$y = \frac{I_x\tan\alpha - I_{xy}}{I_y - I_{xy}\tan\alpha} = \cot\beta\, x$$

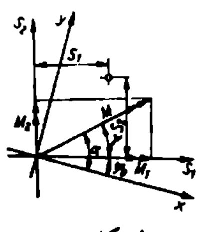
2. I_I وI_{II} عزوم عطالة رئيسية وφ_0 معاليم

$$\gamma = \alpha - \varphi_0$$

$$M_1 = M \cos \gamma$$

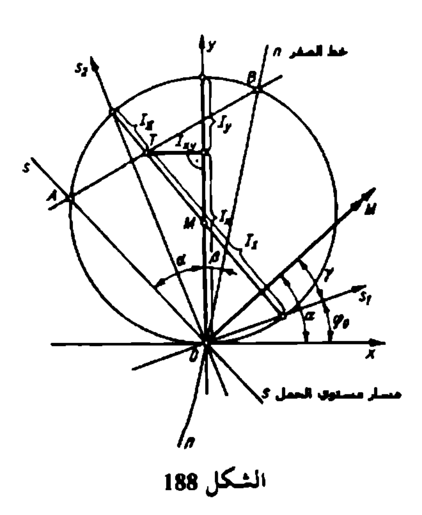
$$M_2 = M \sin \gamma$$

$$\sigma(s_1, s_2) = \frac{M_1}{I_I} s_2 - \frac{M_2}{I_{II}} s_1$$



الشكل 187

تعيين خط الصفر تخطيطياً حسب Mohr – الشكل 188



الشكل 188

يمثل شعاع العزم حسب الاتجاه. من خلال OA ينطلق من مسار مستوي الحمـــل، الذي يكون عمودياً على M من A وخلال النقطة الرئيسية للعزم T يسحب خط، بعد ذلك نحصل على B. إن اتجاه OB هو موقع خط الصفر.

3.5.3 الجوائز ذات إجهاد الانعطاف المتساوي

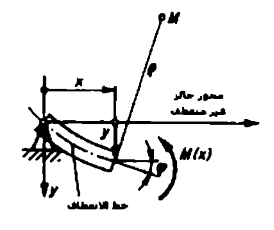
أبعاد المقطع f التدلي في النقطة A	شكل الجائز الحمل F في نهاية الجائز
$y=\sqrt{\frac{6F}{b\sigma_{balla}}x}=h\sqrt{\frac{x}{l}}$ $h=\sqrt{\frac{6F}{b\sigma_{balla}}l}$ $f=\frac{8Fl^3}{bEh^3}$	b = const.
$y=\frac{6F}{h^2\sigma_{balla}}x=\frac{b}{l}x$ $b=\frac{6Fl}{h^2\sigma_{balla}}$ $f=\frac{6Fl^3}{bEh^3}$	h = const.
$y=\frac{3F}{h^2\sigma_{balla}}\frac{x^2}{l}=b\frac{x^2}{l^2}$ $b=\frac{3Fl}{h^2\sigma_{balla}}$ $f=\frac{3Fl^3}{bEh^3}$	$F=ql$ موزع بانتظام على الجائز h = const.

$$\frac{x^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2}+\frac{y^2}{h^2}=1$$

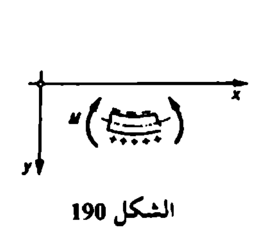
$$h=\sqrt{\frac{3Fl}{4b\sigma_{b\,alla}}}$$

$$f=\frac{3}{16}\frac{Fl^3}{bEh^3}$$

4.5.3 تغيرات شكل الجوائز المنعطفة (المجهدة بالانعطاف)



الشكل 189



الشكل 190

انحناء خط الانعطاف

$$k=-\frac{1}{\rho}=-\frac{M_b}{EI}$$

المعادلة التفاضلية لخط الانعطاف

$$y''=\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{M_b}{EI}$$

التكامل الأول يعطي زاوية ميل خط الانعطاف $(\varphi \approx \tan\varphi \approx y')$

$$y'=\int y''dx=-\int\frac{M_b}{EI}dx+C_1$$

التكامل الثاني يعطي تدلي y في الموقع x من الجائز

$$y=-\int\left(\int\frac{M_b}{EI}dx\right)dx+C_1x+C_2$$

تحدد ثوابت التكامل C_1 وC_2 من الشروط الابتدائية. ويتم حساب العزوم بمساعدة مبدأ القطع.

إن العزوم في الشكل (190) هي إيجابية، وتولد في أطراف الجــائز، في الاتجــاه y الموجب إجهادات شد.

تغيرات الشكل أثناء الانعطاف حسب Castigliano

عمل تغييرات الشكل أثناء الانعطاف

$$W_F = \frac{1}{E}\int_0^l \frac{M_b^2}{2I} dx$$

إن الانسحاب في اتجاه وفي موقع القوى الخارجية F_n يساوي المشتق الجزئي لتغيير شكل العمل للقوة F_n. في حال عدم تأثير أية قوة خارجية في الموقع، يمكن تعويض قوة مساعدة $F_0 = 0$

$$y_n = \frac{\partial W_F}{\partial F_n}$$

$$y_n = \frac{1}{E}\int_0^l \frac{M_b}{I}\frac{\partial M_b}{\partial F_n} dx$$

إن دوران φ_n باتجاه عزم خــارجي M_n يــساوي المشتق الجزئي لتغيير شكل العمل للعــزم M_n. في حال عدم تأثير أي عزم في الموقع. يمكن تعــويض عزم مساعد $M_0 = 0$

$$\varphi_n = \frac{\partial W_F}{\partial M_n}$$

$$\varphi_n = \frac{1}{E}\int_0^l \frac{M_b}{I}\frac{\partial M_b}{\partial M_n} dx$$

معادلة تعيين قوة المضجع المجهولة الستاتيكية F_B

$$y_B = \frac{\partial W_F}{\partial F_n} = 0$$

$$0 = \int_0^l \frac{M_b}{I}\frac{\partial M_b}{\partial F_B} dx$$

معادلة تعيين عزم الإجهاد المجهول الستاتيكي M_B

$$\varphi_B = \frac{\partial M_F}{\partial M_B} = 0$$

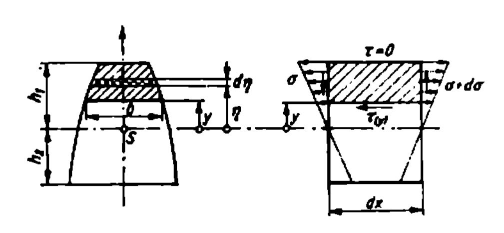
$$0 = \int_0^l \frac{M_b}{I}\frac{\partial M_b}{\partial M_B} dx$$

5.3 عزم وتدلي الانعطاف للجوائز ثابتة المقطع

6.5.3 إجهادات الانسحاب أثناء الانعطاف

$\tau(y)$ إجهاد الانسحاب y في المقطع الشاقولي والأفقي

$$\tau(y) = \frac{F_Q S(y)}{I b(y)}$$



الشكل 191

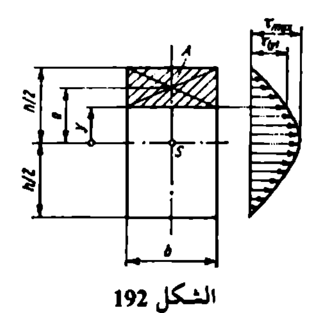
$S(y)$ العزم الستاتيكي للمقطع الواقــع فــوق y (المظلل) بالنسبة لخط الصفر.

$$S(y) = \int_y^{h_1} \eta dA$$

F_Q القوة العرضية في المقطع المطلوب.

I عزم العطالة للمقطع الكلي، بالنــسبة لخــط الصفر.

$b(y)$ عرض المقطع على بعد y من خط الصفر



الشكل 192

العزم الستاتيكي للمساحة المــستطيلة حــسب الشكل (192)

$$S(y) = \int_y^{h/2} \eta dA = Aa$$

$$S(y) = \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - y\right)\left(\frac{h}{2} + y\right)b$$

إجهاد الانزياح على بعد y من المقطع المستطيل (الشكل 192)

$$\tau(y) = \frac{3}{2}\frac{F_Q}{bh}\left[1 - \left(\frac{2y}{h}\right)^2\right]$$

أكبر إجهاد انزياح في المقطع المــستطيل $y = 0$ (الشكل 192)

$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{F_Q}{A}$$

أكبر إجهاد انزياح في المقطع الدائري

$$\tau_{max} = \frac{4}{3}\frac{F_Q}{A}$$

أكبر إجهاد انزياح في المقطع الدائري الحلقي

$$\tau_{max} = 2\frac{F_Q}{A}$$

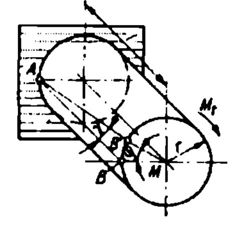
إجهاد الانزياح الوسطي في شق أحد المقــاطع على شكل I في الشقوق الضيقة يمكن تعــويض $\tau_{ave} \approx \tau_{max}$ للمقطع I

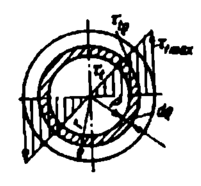
A_{St} مساحة الشق

$$\tau_{ave} = \frac{F_Q}{A_{St}}$$

6.3 إجهاد الفتل للقضبان الهرمية

1.6.3 *قضبان الفتل ذات المقطع الدائري*





الشكل 193

$\tau_{t\rho}$ إجهاد الفتل عند نصف القطر ρ

$$\tau_{t\rho} = \frac{\rho}{r}\tau_{t\,max}$$

$\tau_{t\,max}$ إجهاد الفتل الأعظمي $\tau_{t\,max} \le \tau_{t\,alla}$

$$\tau_{t\,max} = \frac{M_t}{W_p}$$

W_p عزم المقاومة القطبي ، I_p عزم العطالة القطبي

$$W_p = \frac{I_p}{r}$$

d_{erf} قطر المحور المطلوب لمقطع دائري مصمت

$$d_{req} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi}\frac{M_t}{\tau_{talla}}} \approx \sqrt[3]{5\frac{M_t}{\tau_{talla}}}$$

الصيغة المستخرجة لمقطع دائري مصمت

$$* d_{erf} = 16\sqrt[3]{\frac{P}{n}}$$

و $\tau_{talla} = 120\frac{kp}{cm^2} = 11.8\frac{N}{mm^2}$

d_{erf}	P	n
cm	kW	$\frac{1}{min}$

عزوم وخطوط الانحناء (التدلي) للجوائز ثابتة المقطع

M_x	عزم الانعطاف مقاس بالواحدة N cm في الموقع x في نقطة التغيير لخط الانعطاف تكون $M = 0$.
x, y	إحداثيات نقطة خط الانعطاف مقاسة بالواحدة cm
y	التدلي في الموقع x مقاس بالواحدة cm
f	تدلي تحت الحمل المنفرد F مقاس بالواحدة cm
f_{max}	التدلي الأعظمي مقاس بالواحدة cm
$\varphi = y'$	زاوية الانعطاف مقاسة بالواحدة rad (قياس القوس)
I	عزم عطالة المقطع مقاس بالواحدة cm^4
W_{erf}	عزم المقاومة المطلوب مقاس بالواحدة cm^3
$\sigma_{b\,alla}$	الإجهاد المسموح به N/cm^2

1. الجوائز المقررة ستاتيكياً

معادلة خط الانعطاف التدلي	قوى المضاجع، عزوم الانعطاف	
$y = \frac{Fl^3}{3EI}\ 1\ \frac{3}{2}\frac{x}{l} + \frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}$ $f_{max} = f = \frac{Fl^3}{3EI}$ $\varphi_A = \frac{Fl^2}{2EI} = \frac{3f}{2l}$	$F_B = F$ $M_B = M_{max} = Fl$ $M_x = F_x$ $W_{req} = \frac{Fl}{\sigma_{b\,alla}}$	

1. الجوائز المقررة ستاتيكياً

	قوى المضاجع، عزوم الانعطاف	معادلة خط الانعطاف التدلي
	$F = ql$ الحمولة الكلية $F_B = ql$ $M_B = M_{max} = \frac{ql^2}{2}$ $M_x = \frac{qx^2}{2}$ $W_{erf} = \frac{ql^2}{2\sigma_{b\,zul}}$	$y = \frac{ql^4}{8EI} \; 1 \quad \frac{4x}{3l} + \frac{1}{3}\frac{x^4}{l^4}$ $f = f_{max} = \frac{ql^4}{8EI}$ $\varphi_A = \frac{ql^3}{6EI} = \frac{4}{3}\frac{f}{l}$
	$F_A = F_B = \frac{F}{2}$ $M_{max} = \frac{Fl}{4}$ $M_x = \frac{F}{2}x$ $W_{erf} = \frac{Fl}{4\sigma_{b\,alla}}$	$y = \frac{Fl^3}{16EI} \quad \frac{x}{l} \quad \frac{4}{3}\frac{x^4}{l^4}$ $f = f_{max} = \frac{Fl^3}{48EI}$ $\varphi_A = \varphi_B = \frac{Fl^2}{16EI} = \frac{3f}{l}$

1. الجوائز المقررة ستاتيكياً

معادلة خط الانعطاف التدلي	قوى المضاجع، عزوم الانعطاف	
$y = \frac{Fl^3}{6EI}\frac{a}{l}\frac{b^2}{l^2}\frac{x}{l} \quad 1+\frac{l}{b} \quad \frac{x^2}{ab}$ $y_1 = \frac{Fl^3}{6EI}\frac{b}{l}\frac{a^2}{l^2}\frac{x_1}{l} \quad 1+\frac{l}{a} \quad \frac{x_1^2}{ab}$ $f = \frac{Fl^3}{3EI}\frac{a^2}{l^2}\frac{b^2}{l^2}$ $f_{max} = f\frac{l+b}{3b}\sqrt{\frac{l+b}{3a}}$ عندما $a > b$ تصبح x_m عند f_{max} $x_m = a\sqrt{\frac{l+b}{3a}}$ من أجل $a < b_1$ يجب تبديل a و b كما في x، x_1	$F_A = \frac{Fb}{l}$ $F_B = \frac{Fa}{l}$ من أجل AC: $M_x = \frac{Fbx}{l}$ من أجل BC: $M_{x1} = \frac{Fax_1}{l}$ $M_{max} = \frac{Fab}{l}$ $W_{req} = \frac{Fab}{l\sigma_{b\ alla}}$	

1. الجوائز المقررة ستاتيكياً		
معادلة خط الانعطاف التدلي	قوى المضاجع، عزوم الانعطاف	
$y = \frac{ql^4}{24EI} \; \frac{x}{1} \;\; 2\frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4}$ $f_{max} = \frac{5ql^4}{384EI}$ $\varphi_A = \varphi_B = \frac{ql^3}{24EI} = \frac{16f}{5l}$	$F = ql$ الحمولة الكلية $F_A = F_B = \frac{ql}{2}$ $M_{max} = \frac{ql^2}{8}$ $M_x = \frac{ql}{2} x \;\; 1 \;\; \frac{x}{l}$ $W_{req} = \frac{ql^2}{8\sigma_{b\,alla}}$	

2. الجوائز غير المقررة ستاتيكياً

معادلة خط الانعطاف، التدلي	قوى المضاجع، عزوم الانعطاف	
$f = \frac{7}{768}\frac{Fl^3}{EI}$ $f_{max} = \frac{1}{\sqrt{5}48}\frac{Fl^3}{EI}$	$F_A = \frac{5}{16}F$ $F_B = \frac{11}{16}F$ $M_F = \frac{5}{32}Fl$ $M_{max} = M_B = \frac{3}{16}Fl$ $W_{erf} = \frac{3}{16}\frac{Fl}{\sigma_{balla}}$	
$y = \frac{Fl^3}{16EI}\ \frac{x^2}{l^2}\ \frac{4x^3}{3l^3}$ $f = f_{max} = \frac{1}{192}\frac{Fl^3}{EI}$	$F_A = F_B = \frac{F}{2}$ $M_A = M_B = \frac{Fl}{8}$ $M_F = \frac{Fl}{8}$ $M_{max} = \frac{Fl}{8}$ $W_{req} = \frac{Fl}{8\sigma_{balla}}$	

2. الجوائز غير المقررة ستاتيكياً

	قوى المضاجع، عزوم الانعطاف	معادلة خط الانعطاف، التدلي
	$F = ql$ الحمولة الكلية $F_A = \frac{3}{8}ql$ $F_B = \frac{5}{8}ql$ $M_{max} = M_B = \frac{ql^2}{8}$ $M_C = \frac{9}{128}ql^2$ $W_{req} = \frac{ql^2}{8\sigma_{balla}}$	$y = \frac{ql^3x}{48EI}\ 1\ \ 3\frac{x^2}{l^2}+2\frac{x^3}{l^3}$ $f_{max} = \frac{ql^4}{185EI}$
	$F = ql$ الحمولة الكلية $F_A = F_B = q\frac{1}{2}$ $M_{max} = M_A = M_B = -\frac{ql^2}{12}$ $M_m = \frac{ql^2}{24}$ $W_{req} = \frac{ql^2}{12\sigma_{balla}}$	$y = \frac{1}{24}\frac{ql^2x^2}{EI}\ 1\ \ 2\frac{x}{l}+\frac{x^2}{l^2}$ $f_{max} = \frac{1}{384}\frac{ql^4}{EI}$

2. الجوائز غير المقررة ستاتيكياً

معادلة خط الانعطاف، التدلي	قوى المضاجع، عزوم الانعطاف	
$f = \frac{7}{768}\frac{Fl^3}{EI}$ $f_{max} = \frac{1}{\sqrt{5}48}\frac{Fl^3}{EI}$	$F_A = F_C = \frac{5}{16}F$ $F_B = \frac{11}{8}F$ $M_{max} = M_B = \frac{3}{16}Fl$ $M_r = \frac{5}{32}Fl$ $W_{req} = \frac{3Fl}{16\sigma_{balla}}$	
من أجل x $y = \frac{ql^3x}{48EI}\; 1 \;\; 3\frac{x^2}{l^2}+2\frac{x^3}{l^3}$ $f_{max} = \frac{ql^4}{185EI}$	$F = 2ql$ الحمولة الكلية $F_A = F_C = \frac{3}{8}ql$ $F_B = \frac{5}{4}ql$ $M_{max} = M_B = \frac{ql^2}{8}$ $M_m = \frac{q}{128}ql^2$ الحد الأقصى النسبي	

العلاقة بين عزم الدوران، الاستطاعة وعدد الدورات

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2\pi n}$$

$$* M_t = 9550\frac{P}{n}$$

M_t	P	n
Nm	kW	$\frac{1}{min}$

$$* M_t = 97400\frac{P}{n}$$

M_t	P	n
kpcm	kW	$\frac{1}{min}$

زاوية الفتل للمقطع الدائري

زاوية الفتل مقاسة بالواحدة rad (قياس القوس)

$$\varphi = \frac{M_t l}{G I_p}$$

زاوية الفتل مقاسة بالواحدة grad

$$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi}\frac{M_t l}{G I_p}$$

زاوية الفتل بالدرجات للمحاور

$$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi}\frac{M_t}{G}\sum\frac{l}{I_p}$$

زاوية الفتل النسبية

$$\vartheta = \frac{\varphi}{l}$$

قطر المحور المطلوب لمقطع دائري مصمت عند زاوية فتل مسموح بها φ_{zul}

$$d_{erf} = \sqrt[4]{\frac{32\times180}{\pi^2}\frac{M_t l}{G\varphi_{alla}}}$$

الصيغة المستخرجة لمحور فــولاذي $\varphi_{alla} = 1/4^\circ$ لكل 100 cm طول المحور

$$* d_{ref} = 13\sqrt[4]{\frac{P}{n}}$$

d_{erf}	P	n
cm	kW	$\frac{1}{min}$

G مودول الانزلاق

I_p عزم العطالة القطبي

2.6.3 قضبان الفتل ذات المقطع غير الدائري

W_t مقاومة الفتل $\tau_{t\,max} = \frac{M_t}{W_t}$

I_t عزم عطالة الفتل $\varphi = \frac{M_t l}{G I_t}$

الجدول 16. عزوم المقاومة والعطالة ضد الفتل للمقاطع البسيطة

المقطع	عزم العطالة ضد الفتل	عزم المقاومة ضد الفتل
	$I_p = \frac{\pi}{32} d^4 \approx \frac{d^4}{10}$	$W_p = \frac{\pi}{16} d^3 \approx \frac{d^3}{5}$
s, y, x, d_m, d_a	$I_p = \frac{\pi}{32}(d_a{}^4 - d_i{}^4)$	$W_p = \frac{\pi}{16} \frac{d_a{}^4 - d_i{}^4}{d_a}$
	من أجل $s << d_m$ $I_p = \frac{\pi}{4} s d_m{}^3$	من أجل $s << d_m$ $W_p = \frac{\pi}{2} s d_m{}^2$
1, 2, 2a, 2b	$I_t = \frac{\pi a^3 b^3}{a^2 + b^2}$	$W_t = \frac{\pi}{2} a b^2$ $\tau_{t1} = \frac{M_t}{W_t}$ عند المواقع 1 $\tau_{t2} = \frac{b}{a} \tau_{t1}$ عند المواقع 2
a, a	$I_t = 0.141 a^4$	$W_t = 0.208 a^3$ τ_t في وسط الأضلاع
1, 2, h, b	$I_t = c_3 h b^3$	$W_t = c_2 h b^2$ $\tau_{t1} = \frac{M_t}{W_t}$

المقطع	عزم العطالة ضد الفتل	عزم المقاومة ضد الفتل
		عند المواقع 1 $\tau_{t2} = c_1 \tau_{t1}$ عند المواقع 2

h/b	1	1.5	2	3	4	6	8	10	∞
c_1	1.000	0.858	0.796	0.753	0.745	0.743	0.743	0.743	0.743
c_2	0.208	0.231	0.246	0.267	0.282	0.299	0.307	0.313	0.333
c_3	0.140	1.96	0.229	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333

المقطع	عزم العطالة ضد الفتل	عزم المقاومة ضد الفتل
	$I_t = \frac{a^4}{46.19} = \frac{h^4}{26}$	$W_t = \frac{a^3}{20} = \frac{h^3}{13}$ τ_{tmax} في وسط الأضلاع
	$I_t = 0.533\rho^2 A$ $= 1.847\rho^4$	$W_t = 0.4363\rho A$ $= 1.511\rho^3$ τ_{tmax} في وسط الأضلاع
	$I_t = 2(A_a + A_i)$ $\delta \frac{A_m}{L_m}$ للجدران الرقيقة ذات المقطع المفرغ $I_t = 4A_m^2 \frac{\delta}{L_m}$	$W_t = (A_a + A_i)\delta$ للجدران الرقيقة ذات المقطع المفرغ $W_t = 2A_m\delta$

A_a المساحة المحدودة بخط المحيط الخارجي

A_i المساحة المحدودة بخط المحيط الداخلي

A_m المساحة المحدودة بالخط الوسطي

L_m طول الخط الوسطي

عند سماكات جدران مختلفة يمكن تعويض δ_{min} بدلاً من $\tau_{t\,max}$

المقاطع	عزم العطالة الالتوائي	عزم المقاومة الالتوائي
المقاطع ذات الجدران الرقيقة والتي لها شكل جوائز أسطوانية	$I_t = \frac{\eta}{3}\sum b_i^3 h_i$ من أجل $b = const.$ $I_t = \frac{b^3}{3}\left(\sum h - xb\right)$	$W_t = \frac{1}{3b_{max}}\sum b_i^3 h_i$ τ_t في وسط المستطيل مع b_{max}

	L	⊏	⊥	I	I (p)	+	Z
η	0.99	1.12	1.12	1.31	1.29	1.17	
x	1.6	2.6	0.9	1.2	1.2	0.15	2.6

7.3 التحنيب

F_K قوة التحنيب، الحمل الحرج $\qquad F_K = \sigma_K A$

F_{alla} قوة التحنيب المسموح بها $\qquad F_{alla} = \frac{F_K}{S_K} = \frac{\sigma_K A}{S_K}$

λ درجة النحافة ، l_K طول التحنيب الحر $\qquad \lambda = \frac{l_K}{i}$

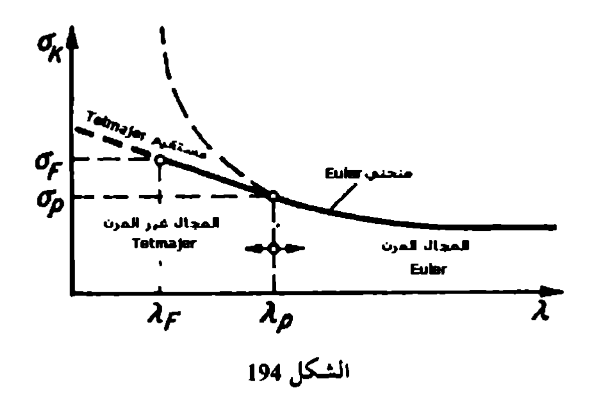
i نصف قطر العطالة $\qquad i = \sqrt{\frac{I}{A}}$

I أصغر عزم عطالة للمقطع $\qquad \lambda_p = \pi\sqrt{\frac{E}{|\sigma_{-P}|}}$

A مساحة المقطع

λ_p حدود درجة النحافة في حدود النسبية (انظر الجدول 17 والشكل 194)

λ_F حدود درجة النحافة في حدود السيلان، (انظر الجدول 17 والشكل 194)



الشكل 194

الشكل 195 حالات التحميل للتحنيب حسب Euler

حائز موثوق من طرف ومنزلق من الطرف الآخر	حائز موثوق من طرف وقابل للدوران من الطرف الآخر	حالة أساسية كلا الطرفين قابلان للدوران	حائز موثوق من طرف وحر من الطرف الآخر
d)	c)	b) الحالة العامة	a)
$l_k = 0.5l$	$l_k = \frac{l}{\sqrt{2}}$	$l_k = l$	$l_k = 2l$
$F_k = \frac{4\pi^2 EI}{l^2}$	$F_k = \frac{2\pi^2 EI}{l^2}$	$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$	$F_k = \frac{\pi^2 EI}{4l^2}$

1.7.3 التحنيب المرن حسب Euler، $\lambda \geq \lambda_p$

F_k قوة التحنيب في المجال المرن $$F_K = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

σ_k إجهاد التحنيب في المجال المرن $$\sigma_K = \frac{F_K}{A} = \frac{\pi^2 EI}{l_K^2 A}$$

منحني القطع لـــ Euler مع $\lambda^2 = \frac{l_K^2 A}{I}$ $$\sigma_K = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

شكل التحميل $$F_{alla} = \frac{F_K}{\nu_K} = \frac{\pi^2 EI}{\nu_K l_K^2}$$

الأمان المتوفر $$\nu_{K\,avai} = \frac{\pi^2 EI}{F l_K^2}$$

الصيغة المستخرجة لتعيين الأبعاد، ثم فحص λ $$I_{req} = \frac{F l_K^2 \nu_K}{\pi^2 E}$$

من أجل $\lambda \geq \lambda_p$ يكون الحساب حسب Euler مع أمان محدد مسبقاً صحيحاً.

من أجل $\lambda_p > \lambda$ يتم الحساب σ_K حسب Termajer بأبعاد من الصيغة المـــستخرجة حسب Euler.

2.7.3 التحنيب غير المرن حسب Tetmajer، $\lambda_F < \lambda < \lambda_p$

إن الحسابات المطلوبة حسب Tetmajer غير ممكنة، يجب تحديد الأبعاد من الصيغة المستخرجة من Euler من أجل $\lambda_p > \lambda$ فحص الإجهادات حسب Tetmajer.

الجدول 17. إجهادات التحنيب حسب Tetmajer ($1\ MPa \approx 10\ kp/cm^2$)

المادة	إجهاد التحنيب σ_K بـ MPa	λ_F	λ_p
فولاذ St 38	* $\sigma_K = 310 - 1.14\lambda$	60	105
فولاذ St 42 ... 50	* $\sigma_K = 335 - 0.62\lambda$	50	89
فولاذ St 52	* $\sigma_K = 589 - 3.82\lambda$	60	110

المادة	إجهاد التحنيب σ_K بـ MPa	λ_F	λ_p
فولاذ النيكل 5%	* $\sigma_K = 470 - 2.3\lambda$	0	86
فولاذ صب رمادي	* $\sigma_K = 776 - 12\lambda + 0.053\lambda^2$	0	80
خشب	* $\sigma_K = 29.3 - 1.19\lambda$	18	100

$$\sigma_{davai} = \frac{F}{A}$$

مراقبة الأمان المطبّق

$$S_{K avaith} = \frac{\sigma_K A}{F} = \frac{\sigma_K}{\sigma_{davaith}}$$

من أجل

$$S_{K avai} = \frac{\sigma_K}{\sigma_{davaith}} < S_{K req}$$

يكون تحديد أكبر مقطع جديد مطلوباً، مع مراقبة نهائية للأمان حتى

$$S_{K\ avai} = \frac{\sigma_K}{\sigma_{davaith}} \geq S_{K req}$$

3.7.3 طريقة *Omega*

من أجل الأبنية الفولاذية (أبنية عالية، بناء الجسور، بناء البـاكر)، التعليمات القانونية تتطلب الحساب للقضبان المضغوطة حسب طريقة ω.

F قوة الضغط، الحمل المطبق

$$\sigma_\omega = \omega \frac{F}{A}$$

A مساحة المقطع

$$\sigma_\omega \leq \sigma_{d\,alls}$$

ω عامل التحنيب، يستخرج من الجداول، كتابع لدرجة النحافة والمادة

3.8 المقاومة المركبة

1.8.3 الإجهادات ذات النوع التماثل

تجمع الإجهادات ذات النوع المتماثل جبرياً، عندما تؤثر بنفس الاتجـاه، وتجمـع هندسياً عندما لا تكون بنفس الاتجاه. مثلاً:

الإجهادات الطبيعية (الاسمية) $\sigma_r = \sigma \pm \sigma_b$

إجهادات القص $\tau_r = \tau_a \pm \tau_t$

الانعطاف مع قوة طولية

الإجهادات الجانبية الناتجة عن الشد والانعطاف $\sigma_{r_{min}^{max}} = \frac{F}{A} \pm \frac{M_b}{W}$

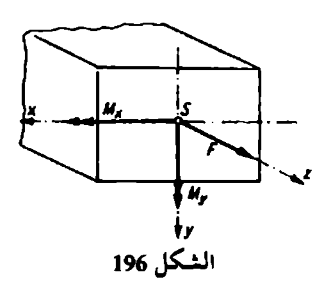
الإجهادات الجانبية الناتجة عن الضغط والانعطاف، $\sigma_{r_{min}^{max}} = \frac{F}{A} \mp \frac{M_b}{W}$
F تكون سالبة أثناء الضغط

s بعد النواة لتعيين مقطع النواة أثناء الضغط غير الوسطي $s = \frac{W}{A}$

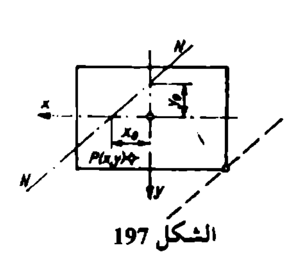
الانعطاف ثنائي المحور مع قوة طولية، x وy هما المحاور الرئيسية

$\sigma(x, y)$ الإجهاد في النقطة $P(x, y)$. $\sigma(x,y) = \frac{F}{A} + \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x$

σ_{max} تظهر في نقاط المقطع التي تقع على أكبر بعد من خط الصفر (انظر الشكل 197)



الشكل 196



الشكل 197

معادلة خط الصفر $y = \frac{M_y}{M_x}\frac{I_x}{I_y} x - \frac{F}{A}\frac{I_x}{M_x}$

مقاطع المحاور لخط الصفر (شكل 197)

$$x_0 = \frac{F}{A}\frac{I_y}{M_y}$$

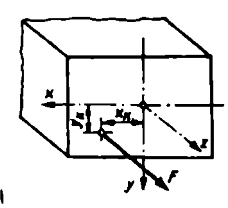
$$y_0 = -\frac{F}{A}\frac{I_x}{M_x}$$

يطبق من أجل قوة طولية غير وسطية حسب الشكل (198)

$$M_x = Fy_K$$

$$M_y = -Fx_K$$

$$\sigma(x, y) = \frac{F}{A} + \frac{Fy_K}{I_x}y + \frac{Fx_K}{I_y}x$$



الشكل 198

معادلة خط الصفر

$$y = -\frac{I_x}{I_y}\frac{x_K}{y_K}x - \frac{F}{A}\frac{I_x}{y_K}$$

2.8.3 *الإجهادات غير المتماثلة - الإجهادات الناظمية والمماسية*

أثناء التحميل بنفس اللحظة من خلال الإجهادات الناظمية والمماسية، يحدد إجهاد المقارنة σ_v حسب الفرضيات التالية

العلاقة لإثبات الإجهاد

$$\sigma_v \le \sigma_{alla}$$

فرضية التمدد تحتم نتائج قابلة للاستخدام في المواد القصفة

$$\sigma_v = 0.35\sigma + 0.65\sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha_0\tau)^2}$$

نسبة الجهود

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{alla}}{1.3\tau_{alla}}$$

فرضية إجهاد القص مخصصة للمواد القاسية وتعطي غالباً قيم أعلى من فرضية تغيير هيئة الطاقة المستخدمة ونكون على طرف الأمان

$$\sigma_{v,mohr} = \sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha_0\tau)^2}$$

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{alla}}{2\tau_{alla}}$$

فرضية تغيير شكل الطاقة، تطبق بشكل أفضل على المواد القاسية (فولاذ).

$$\sigma_{v,form} = \sqrt{\sigma^2 + 3(\alpha_0 \tau)^2}$$

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{alla}}{1.73\tau_{alla}}$$

تطبيق نظرية تغيير شكل الطاقة على المحاور المجهدة بالانعطاف والفتل:

$$\sigma_{v,form} = \sqrt{\left(\frac{M_b}{W}\right)^2 + 3\left(\alpha_0 \frac{M_t}{W_p}\right)^2}$$

$$\sigma_{v,form} = \frac{1}{W}\sqrt{M_b{}^2 + 0.75(\alpha_0 M_t)^2} = \frac{M_{v,Gest}}{W} \le \sigma_{bzul}$$

$$M_{v,form} = \sqrt{M_b{}^2 + 0.75(\alpha_0 M_t)^2}$$

الصيغة المستخرجة التي تعطي الأمان ضد الانهيار في المواقع الخطرة.

$$d_{req} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi}\frac{M_{v,form}}{\sigma_{balla}}} \approx \sqrt[3]{\frac{10M_{v,form}}{\sigma_{balla}}}$$

علم الحرارة الهندسي

T درجة الحرارة المطلقة K

t درجة الحرارة C°

p الضغط $Pa = N/m^2$

V حجم كمية من المادة m^3

V_n الحجم في الشروط النظامية m^3 تحت $(t = 0\ C°, p = 101.3\ kPa)$

m الكتلة (كمية المادة) kg

z الكمية المولية (كمية المادة) kmol

M الكتلة المولية بـ kg/kmol

g تسارع الجاذبية الأرضية m/s^2

v الحجم النوعي m^3/kg

v_n الحجم النوعي في الشروط النظامية m^3/kg

$\bar{v}$ الحجم المولي $m^3/kmol$

$\bar{v}_n$ الحجم المولي في الشروط النظامية

ρ الكثافة kg/m^3

ρ_n كثافة الغاز في الشروط النظامية kg/m^3

Q كمية الحرارة kj

c السعة الحرارية النوعية kj/kg K

c_p السعة الحرارية النوعية بثبوت الضغط kj/kg K

c_v السعة الحرارية النوعية بثبوت الحجم kj/kg K

$\bar{c}$ السعة الحرارية المولية kj/kmol K

R ثابت الغازات العام kJ/kg K

$\overline{R}$ ثابت الغازات المولي kJ/kmol K 8.314

x أس الأزنتروبي يساوي نسب السعات الحرارة النوعية Cp/Pv

n أس البوليتروبي

W عمل التغيير الفراغي kJ

W_t العمل الهندسي kJ

U الطاقة الداخلية kJ

H الانتالبي kJ

S الانتروبي kJ/K

1. تعاريف أساسية

1.1 قيم الحالة الحرارية والواحدات

الحرارة

T درجة الحرارة المطلقة K

T_R درجة الحرارة °R

t درجة الحرارة °C

t_F درجة الحرارة بالفهرنهايت °F

K Kelvin

°C درجة مئوية

F درجة Fahrenheit

R درجة Rankine

$$*T = t + 273$$

$$*T = \frac{5}{9} T_R$$

$$*T_R = t_F + 459.7$$

$$*t = \frac{5}{9}(t_F - 32)$$

$$*t = \frac{5}{9} T_R - 273$$

الضغط وواحداته

$p = \frac{F}{A}$

p الضغط

F القوة الناظمية

A المساحة

واحدات الضغط، انظر بحث القيم والواحدات

ضغط عمود من السائل

$p = h\rho g$

h ارتفاع عمود السائل m

ρ كثافة السائل kg/m^3 انظر الجدول 6 (الفيزياء)

تخفيض عمود السائل h_t بدرجة حرارة t على الشاشة عند درجة حرارة (0 °C)

$h_0 = h_t - \gamma h_t t$

h_0 ارتفاع عمود السائل عند درجة حرارة 0 °C

h_t ارتفاع عمود السائل عند درجة حرارة t °C

γ عامل التمدد الفراغي للسائل. انظر الجدول 2 (الفيزياء)

الضغط المطلق، الضغط المرتفع والمنخفض

يعرف الضغط المطلق عادةً، بأنه الضغط p الناتج عن تأثير القوة الناظميـــة علـــى واحدة السطح.

يقاس الضغط المرتفع أو المنخفض بالمقارنة مع الضغط النسبي المسيطر (غالباً ضغط الهواء).

$p_{ü} = p - p_L$

$p_u = p_L - p$

$p_{ü}$ الضغط المرتفع $(p > p_L)$

p_u الضغط المنخفض $(p < p_L)$

يجب تمييز الضغط المرتفع والضغط المنخفض دومـــاً، هـــذا

التعبير ضغط مرتفع وضغط منخفض

V_a الضغط المنخفض النسبي بـــ % التخلخل $\quad V_a = \frac{p_u}{p_L} 100\%$

الكثافة، الحجم النوعي

الكثافة $\quad \rho = \frac{m}{V}$

الحجم النوعي $\quad v = \frac{V}{m}$

العلاقة بين الكثافة والحجم النوعي $\quad v = \frac{1}{\rho}$

الكثافة، الحجم النوعي، والحجم المولي، في الشروط النظامية

(0 °C و 101.3 kPa)

V_n الحجم في الشروط النظامية $\quad \rho_n = \frac{m}{V_n}$

$\bar{v}_n$ الحجم المولي في الشروط النظامية $\quad \rho_n = \frac{M}{\bar{v}_n} = \frac{M\,kmol}{22.4 m^3}$

إن قيمة $\bar{v}_n = 22.4 m^3/kmol$ لجميع الغازات المثالية $\quad v_n = \frac{V_n}{m}$

M الكتلة المولية في kg/kmol (انظر الجدول 18) $\quad v_n = \frac{\bar{v}_n}{M} = \frac{22.4 m^3}{M\,kmol}$

$$v_n = \frac{1}{\rho_n}$$

الكتلة، الكتلة المولية، والحجم المولي

العلاقة بين الكتلة kg والكتلة المولية M بـــ kg/kmol $\quad m = \rho_n V_n$

$$m = zM$$

العلاقة بين الحجم V بـــ m^3 والحجم المولي $\bar{v}$ بـــ $m^3/kmol$ $\quad V = z\bar{v} = \frac{m}{M}\bar{v}$

z كمية المول (kmol)

2.1 الحرارة والسعة الحرارية النوعية

c_m السعة الحرارية النوعية الوســطية للمــواد السائلة والصلبة، انظر الجدول 3 (الفيزيــاء)، للغازات (الجدول 18، 19)

$$Q = c_m m(t_2 - t_1)$$

انتبه، بأنه يجب التمييز في الغازات بين c_v السعة الحرارية النوعية عند ضغط ثابت وc_v الســعة الحرارة النوعية عند حجم ثابت.

$$Q = \bar{c}_m z(t_2 - t_1)$$

$$Q = m\left[c_m\Big|_0^{t_2} t_2 - c_m\Big|_0^{t_1} t_1 \right]$$

العلاقة بين السعة الحرارية الموليــة kJ/kmol K والسعة الحرارية النوعية kJ/kg K

$$\bar{c}_m = M c_m$$

السعة الحرارية النوعية الوسطية

تتعلق السعة الحرارية النوعية بدرجة الحرارة، ويمكن إهمال تأثيرها بشكل عام أثناء الحسابات الهندسية حتى 200 °C.

$c_m\Big|_{t_1}^{t_2}$ السعة الحرارية النوعية المتوسطة بين درجة الحرارة t_1 وt_2

$c_m\Big|_0^{t_2}$ السعة الحرارية النوعية المتوسطة بين درجة الحرارة 0 °C وt_2[1]

$c_m\Big|_0^{t_1}$ السعة الحرارية النوعية المتوسطة بين درجة الحرارة 0 °C وt_1[1]

$$c_m\Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{c_m\Big|_0^{t_2} t_2 \quad c_m\Big|_0^{t_1} t_1}{t_2 \quad t_1}$$

---

[1] انظر الجدول 19 من احل قيم $c_m\Big|_0^t$

السعة الحرارية C

تعرف السعة الحرارية لجسم أو مادة ما C وتقدر بـــ KJ/K بأنها الحرارة المكتسبة عند ارتفاع درجة حرارة الجسم أو المادة درجة مئوية واحدة.

$$C = mc$$

t_m درجة حرارة المزيج (درجة حرارة التوازن) عند التلامس الداخلي دون أن تطرح أو تكتسب الحرارة من الخارج، وتحدث تحولات كيميائية.

$$t_m = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2 + c_3 m_3 t_3 + \ldots}{c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3 + \ldots}$$

العلاقة بين c_p و c_v

R ثابت الغازات النوعي بـــ kJ/kg K (انظر الجدول 18)

$$x = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_v}$$

$\bar{R}$ ثابت الغازات العام $R = 8.314$ kJ/kmol K

$$R = c_p - c_v = c_v(x-1)$$

x تتعلق بدرجة الحرارة، يمكن لدرجة حرارة المحيط أن تبلغ حتى 200 °C:

$$\bar{R} = \bar{c}_p - \bar{c}_v = \bar{c}_v(x-1)$$

$$x = 1 + \frac{R}{c_v} = 1 + \frac{\bar{R}}{\bar{c}_v}$$

$x = 1.67$ للغازات أحادية الذرة (He ،Ar ،Kr)

$$c_p = \frac{xR}{x-1}$$

$x = 1.41$ للغازات ثنائية الذرة (H_2 ،O_2 ،N_2، هواء)

$$c_v = \frac{R}{x-1}$$

$x = 1.33$ للغازات ثلاثية الذرة (SO_2 ،H_2O ،CO_2)

عند درجات الحرارة المرتفعة تُعين x من القـــوانين المرفقة

الجدول 18 : خواص الغازات الهندسية

نوع الغاز	M الكتلة المولية kg/kmol	R ثابت الغاز العام kJ/(kg K)	ρ_n الكثافة عند الشروط النظامية kg/m^3	c_p السعة الحرارية النوعية عند ضغط ثابت kJ/(kg K)	c_v السعة الحرارية النوعية عند حجم ثابت kJ/(kg K)
هواء $(O_2 + N_2)$	(28.96)	0.287	1.293	1.004	0.715
هيدروجين H_2	2.01	4.124	0.090	14.38	10.26
أكسجين O_2	32	0.260	1.429	0.908	0.649
آزوت N_2	28.01	0.297	1.250	1.039	0.743
أول أكسيد الكربون CO	28.01	0.297	1.250	1.039	0.742
ثاني أكسيد الكربون CO_2	44.01	0.189	1.977	0.821	0.632
هليوم He	4.00	2.077	0.178	5.238	3.161
آرغون Ar	39.94	0.208	1.783	0.532	0.322
النشادر NH_3	17.03	0.488	0.771	2.219	1.717
ميتان CH_4	16.03	0.518	0.717	2.223	1.700
بخار الماء H_2O	18.0	0.462	0.804	1.858	1.397

الجدول 19 : السعة الحرارية النوعية الوسطية $c_{pm}\big|_0^t$

عند ضغط ثابت للغازات المثالية kJ/(kg K)

t °C	هواء	H_2	N_2	O_2	CO	CO_2	H_2O
0	1.004	14.38	1.039	0.9084	1.039	0.8205	1.858
100	1.007	14.40	1.041	0.9218	1.041	0.8689	1.874
200	1.013	14.42	1.044	0.9355	1.046	0.9122	1.894
300	1.020	14.45	1.049	0.9500	1.054	0.9510	1.918
400	1.029	14.48	1.057	0.9646	1.064	0.9852	1.946
500	1.039	14.51	1.066	0.9791	1.075	1.016	1.976
600	1.050	14.55	1.076	0.9926	1.087	1.043	2.008
700	1.061	14.59	1.087	1.005	1.099	1.067	2.041

t °C	هواء	H_2	N_2	O_2	CO	CO_2	H_2O
800	1.072	14.64	1.098	1.016	1.110	1.089	2.074
900	1.082	14.71	1.108	1.026	1.121	1.109	2.108
1000	1.092	14.78	1.118	1.035	1.131	1.126	2.142
1200	1.109	14.94	1.137	1.051	1.150	1.157	2.208
1400	1.124	15.12	1.153	1.065	1.166	1.183	2.271
1600	1.138	15.30	1.168	1.077	1.180	1.206	2.331
1800	1.151	15.48	1.181	1.089	1.193	1.225	2.386
2000	1.162	15.65	1.192	1.099	1.204	1.241	2.437

M و R، انظر الجدول 18 $c_{vm} = c_{pm} - R$ $\bar{c}_{pm} = Mc_{pm}$ $\bar{c}_{pm} = \bar{c}_{pm} - \bar{R}$

3.1 معادلة الحالة الحرارية للغازات المثالية

معادلة الحالة الحرارية لكل 1 kg غاز

$$pv = RT$$

R ثابت الغازات العام kJ/kg K (انظر الجدول 18)

$$\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{T_2} = R$$

معادلة الحالة الحرارية لكمية الغاز m مقاسة بالواحدة kg

$$pV = mRT$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

معادلة الحالة العامة لكل 1 kmol غاز

$$p\bar{v} = \bar{R}T$$

$$\frac{p_1 \bar{v}_1}{T_1} = \frac{p_2 \bar{v}_2}{T_2} = \bar{R}$$

معادلة الحالة العامة لكمية الغاز z مقاسة بالواحدة kmol

$$pV = z\overline{RT}$$

ثابت الغازات العام

$$\bar{R} = MR = 8.314\ kJ/kmol\ K$$

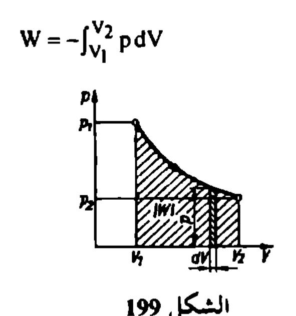
4.1 عمل تغيير الحجم، العمل الهندسي، الطاقة الداخلية الانتالبي، الانتروبي، سحب الطاقة

العمل بتغير الحجم W

عند تغير حجم غاز من V_1 إلى V_2، فإن العمل المبذول يوصف عمل تغيير الحجم - أيضاً العمل الخارجي -.

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV$$

إن عمل تغير الحجم في المخطط p − V هو المساحة المحصورة تحت المنحني، (انظر الشكل 199)



الشكل 199

W إيجابي عند عمل الانضغاط

W سلبي عند عمل التمدد

العمل الهندسي W_t

إن العمل الهندسي الكلي لآلة والذي يتم داخل مجال تغير حالة المادة يوصف كعمل هندسي أو كعمل التشغيل.

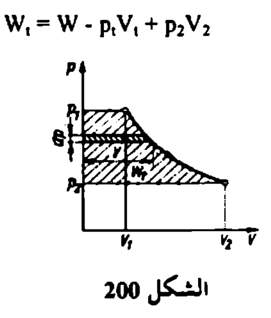
$$W_t = \int_{p_2}^{p_1} V\,dp$$

يتشكل هذا العمل من عمل التعبئة p_1V_1 ومن عمل تغير الحجم W ومن عمل p_2V_2 (انظر الشكل 200)

$$W_t = W - p_tV_t + p_2V_2$$

W_t إيجابي عند اكتساب العمل

W_t سلبي عند طرح العمل



الشكل 200

الطاقة الداخلية U

إن الطاقة الداخلية U لجسم 'v ذو درجة حرارة t هـــي الحرارة (الطاقة) التي تضاف للجسم وتعطيه عمل عندما ترتفع درجة حرارته من 0 °C إلى t تحت حجم ثابت

$$U = c_{vm} m t$$

$$U(t=0) = 0$$

الانتالبي H

إن الانتالبي هو مجموع الطاقة الداخلية وعمل التغير pV

$$H = U + pV$$

$$H = c_{pm} m t$$

$$H(t=0) = 0$$

الانتروبي S

الانتروبي S هو قيم الحالة الحرارية، التي تتعلق باثنين من ثلاث قيم تغيير الحالـــة الحرارية V، T، p وتعرف من خـــلال التفاضل $dS = \frac{dQ}{T}$

$$ds = \frac{dQ}{T}$$

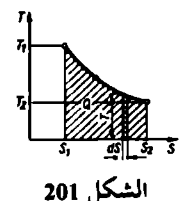
$$dS = \frac{dU + p\,dV}{T}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

$$\Delta S = f(p,V) = S_2 - S_1 = c_v m \ln\frac{p_2}{p_1} + c_p m \ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S = f(T,V) = S_2 - S_1 = c_v m \ln\frac{T_2}{T_1} + Rm \ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S = f(T,p) = S_2 - S_1 = c_p m \ln\frac{T_2}{T_1} + Rm \ln\frac{p_2}{p_1}$$



الشكل 201

تظهر في المخطط T,S الحرارة المسحوبة أو المضافة وهي المساحة المحصورة تحت منحني الحالة (انظر الشكل 201)

$$Q = \int_1^2 T\,dS$$

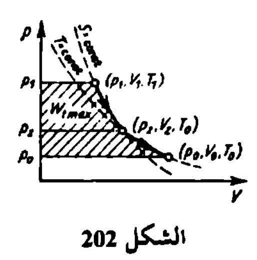
سحب الطاقة E

إن الطاقة المسحوبة E – أيضاً قدرة العمـــل الهندسي – هي العمل الهندسي الأعظمـــي

$$E = H_1 - H_0 - T_0(S_1 - S_0)$$

الذي يصنع بشكل مفيد من المادة.

تنتج القيمة عندما تضاف المادة بشكل ايزونتروبي على درجة حرارة الوسيط المحيطية T_0 وبشكل ايزوترمي على ضغط الوسط المحيط p_0. انظر الشكل (202).



الشكل 202

يصف الدليل 0 الحالة المحيطة، أما الدليل 1 فيصف الحالة الابتدائية.

إضافة الطاقة B

إن إضافة الطاقة B تميز قدر الطاقة (انتالبي H_1) لمادة والتي لا يمكن تمثيلها كطاقة مسحوبة (عمل هندسي)

$$B = H_0 + T_0 (S_1 - S_0)$$

$$B = H_1 - E$$

2. مزج الغازات

نطبق قانون Dalton لمزج الغازات.

1. كل غاز من مزيج غازي يملأ الفراغ، كما لو كانت الغازات الأخرى غير موجودة.
2. كل غاز يؤثر فقط على جزء من الضغط الكلي للمزيج الغازي، الضغط الكلي يساوي لمجموع الضغوط الجزئية.
3. إن نصيب الضغط الجزئي لغاز على الضغط الكلي للمزيج يساوي نصيبه الفراغي.

$$p = \Sigma p_i = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots$$

$$V = \Sigma V_i = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots$$

$$m = \Sigma m_i = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots$$

$$z = \Sigma z_i = z_1 + z_2 + z_3 + \ldots$$

معادلة الحالة الحرارية لغاز وحيد قبل للمــــزج هي في حالة الفصل تأخذ جميع الغازات نفس الضغط p ونفس درجة الحرارة T

$$pV_i = m_i R_i T$$

معادلة الحالة الحرارية لغاز وحيد بعد المزج هي

$$p_i V = m_i R_i T$$

نصيب الفراغ لمركب غازي

$$r_i = \frac{V_i}{V} = \frac{p_i}{p}$$

نصيب الكتلة لمركب غازي

$$\xi_i = \frac{m_i}{m}$$

نصيب المولي لمركب غازي يتصرف كنصيب فراغي

$$r_i = \frac{z_i}{z} = \frac{V_i}{V}$$

كثافة المزيج الغازي

$$\rho_m = \frac{m}{V} = \sum r_i \rho_i$$

ثابت الغاز لمزيج غازي

$$R_m = \sum \xi_i R_i$$

الكتلة المولية الظاهرية لمزيج غازي

$$M_m = \frac{8.314 kJ}{R_m kmol K} = \sum r_i M_i$$

$$R_i M_i = R_m M_m = \overline{R}$$

السعة الحرارية النوعية لمزيج غازي

$$c_p = \sum \xi_i c_{pi}$$

$$c_v = \sum \xi_i c_{vi}$$

العلاقة بين أجزاء الكتلة ξ_i وأجزاء الفراغ r_i

$$\xi_i = \frac{r_i \rho_i}{\rho_m} = r_i \frac{M_i}{M_m} = r_i \frac{R_m}{R_i}$$

$$r_i = \frac{\xi_i v_i}{v_m} = \xi_i \frac{\rho_m}{\rho_i} = \xi_i \frac{M_m}{M_i}$$

الطاقة الداخلية لمزيج غازي

$$U_m = m \sum \xi_i u_i$$

انتالبي المزيج الغازي

$$H_m = m \sum \xi_i h_i$$

تغيير الانتروبي أثناء عملية المزيج

$$\Delta S_{mix} = \frac{pV}{T} \sum \frac{V_i}{V} \ln \frac{V}{V_i}$$

$$\Delta S_{mix} = \sum m_i R_i \ln \frac{1}{r_i}$$

1.2 مزج الغازات تحت حجم غاز ثابت

معادلة الحالة الحرارية لغاز وحيد قبل المزج $p_iV_i = m_iR_iT_i$

معادلة الحالة الحرارية لغاز وحيد بعد المزج $\overline{p}_iV = m_iR_iT$

V_i حجم غاز وحيد قبل المزج $V = \sum V_i = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$

$\overline{p}_i$ الضغط الجزئي لغاز وحيد بعد المزج $p = \sum \overline{p}_i = \overline{p}_1 + \overline{p}_2 + \overline{p}_3 + \dots$

p_i الضغط الجزئي لغاز وحيد قبل المزج

تطبق لعملية المزج بدون تبادل للعمل والحرارة مع الوسط المحيط $c_v mt = \sum c_{vi} m_i t_i$

درجة حرارة المزيج

$$T = \frac{\sum c_{vi} m_i T_i}{\sum c_{vi} m_i}$$

تطبق فقط، عندما تأخذ كل الغازات المنفردة نفس القيمة x_i

$$T = \frac{\sum p_i V_i}{\sum \frac{p_i V_i}{T_i}}$$

ثابت المزيج الغازي $R_m = \sum \xi_i R_i$

ضغط المزيج الغازي

$$p = \frac{mR_mT}{V}$$

$$p = \frac{T}{V}\sum \frac{p_iV_i}{T_i} = \frac{T}{V}\sum m_iR_i$$

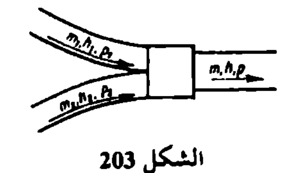
2.2 مزج الغازات المتدفقة

تطبق للمزيج الدائم الجريان بدون تبادل للعمل والحرارة مع الوسط الخارجي

$$m\left(h + \frac{w^2}{2}\right) = \sum m_i\left(h_i + \frac{w_i^2}{2}\right)$$

w سرعة تدفق المادة

لأنه يمكن في أغلب العمليات الهندسية إهمال الطاقة الحركية بالمقارنة مع الانتالبي، تطبق العلاقات التالية:



الشكل 203

$$mh = \sum m_i h_i$$

$$h = \sum g_i h_i$$

$$c_p m t = \sum c_{pi} m_i t_i$$

درجة حرارة المزيج الغازي

$$T = \frac{\sum c_{pi} m_i T_i}{\sum c_{pi} m_i}$$

تطبق فقط عندما تأخذ الغازات الوحيدة نفس القيمة x_i

$$T = \frac{\sum p_i V_i}{\sum \frac{p_i V_i}{T_i}}$$

ثابت المزيج الغازي

$$R_m = \sum \xi_i R_i$$

حجم المزيج الغازي

$$V = \frac{m R_m T}{p}$$

انتبه $\sum V_i \neq V$

$$V = \frac{T}{p} \sum \frac{p_i V_i}{T_i} = \frac{T}{V} \sum m_i R_i$$

3. القانون الأساسي الأول في الترموديناميك

يشتق القانون الأساسي الأول في الترموديناميك من قانون حفظ الطاقة العام:

ولأجل نظام مغلق يطبق:

Q إيجابية عند إضافة الحرارة

Q سلبية عند سحب الحرارة

W إيجابية عند عمل الانضغاط

W سلبية عند عمل التمدد

$$U_2 - U_1 = Q + W$$

ومن أجل نظام مفتوح يطبق:

$H_2 - H_1 = Q + W_t$

W_t إيجابية عند إضافة العمل

W_t سلبية عند سحب العمل

4. تغيرات الحالة للغازات المثالية

1.4 ثبوت الحجم، V = const (الشكل 204)

الشكل 204

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$Q = c_{vm}\, m(t_2 - t_1)$$

$$Q = U_2 - U_1$$

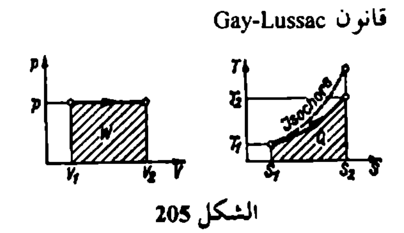
$$W = 0$$

$$W_t = V(p_2 - p_1)$$

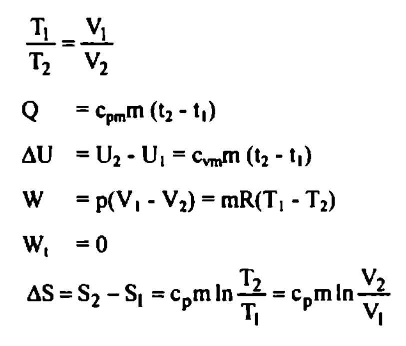
$$\Delta S = S_2 - S_1 = c_v m \ln\frac{T_2}{T_1} = c_v m \ln\frac{p_2}{p_1}$$

4.2 بثبوت الضغط، p = const (الشكل 205)

قانون Gay-Lussac



الشكل 205



$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$Q = c_{pm} m\,(t_2 - t_1)$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = c_{vm} m\,(t_2 - t_1)$$

$$W = p(V_1 - V_2) = mR(T_1 - T_2)$$

$$W_t = 0$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = c_p m \ln\frac{T_2}{T_1} = c_p m \ln\frac{V_2}{V_1}$$

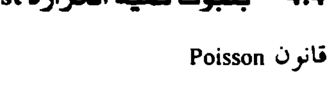
3.4 بثبوت درجة الحرارة (ايزوترم) t = const (الشكل 206)

قانون Boyle-Mariotte

$pV = const.$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q = -W$$



الشكل 206

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 0$$

$$W = p_1 V_1 \ln \frac{p_2}{p_1} = p_1 V_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$W = mRT \ln \frac{p_2}{p_1} = mRT \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$W_t = W$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = mR \ln \frac{p_1}{p_2} = mR \ln \frac{V_2}{V_1}$$

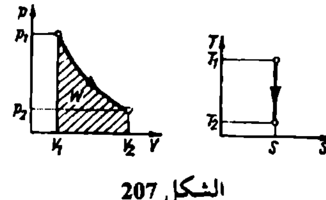
4.4 بثبوت كمية الحرارة S = const، Q = 0 (الشكل 207)

قانون Poisson

$$pV^{x} = const.$$

$$p_1 V_1^{x} = p_2 V_2^{x}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{x} \qquad \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{x}}$$



الشكل 207

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{x-1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{x-1}{x}}$$

$$Q = 0$$

$$U_2 - U_1 = W$$

$$W_t = xW$$

$$W_t = m(h_2 - h_1) = c_p m(t_2 - t_1)$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = 0$$

$$W = \frac{mR}{x-1}(T_2 - T_1)$$

$$W = c_v m(T_2 - T_1)$$

$$W = \frac{1}{x-1}(p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

$$W = \frac{mRT_1}{x-1}\left[\frac{T_2}{T_1} - 1\right] = \frac{p_1 V_1}{x-1}\left[\frac{T_2}{T_1} - 1\right]$$

$$W = \frac{p_1 V_1}{x-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{x-1}{x}} - 1\right]$$

5.4 متعدد التغيرات (البوليتروبي) (تغير الحالة العامة)

$$pV^n = const. \qquad -\infty < n < +\infty$$

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^n \qquad \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$Q = cm(T_2 - T_1) = c_v \frac{x-n}{1-n} m(T_2 - T_1)$$

$$Q = \frac{n-x}{x-1} W$$

$$W_t = nW$$

$$W = \frac{mR}{n-1}(T_2 - T_1)$$

$$W = c_v \frac{x-1}{n-1} m(T_2 - T_1)$$

$$W = \frac{1}{n-1}(p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

$$W = \frac{mRT_1}{n-1}\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = \frac{p_1 V_1}{n-1}\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$$

$$W = \frac{p_1 V_1}{n-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = cm \ln\frac{T_2}{T_1} = c_v \frac{x-n}{1-n} m \ln\frac{T_2}{T_1}$$

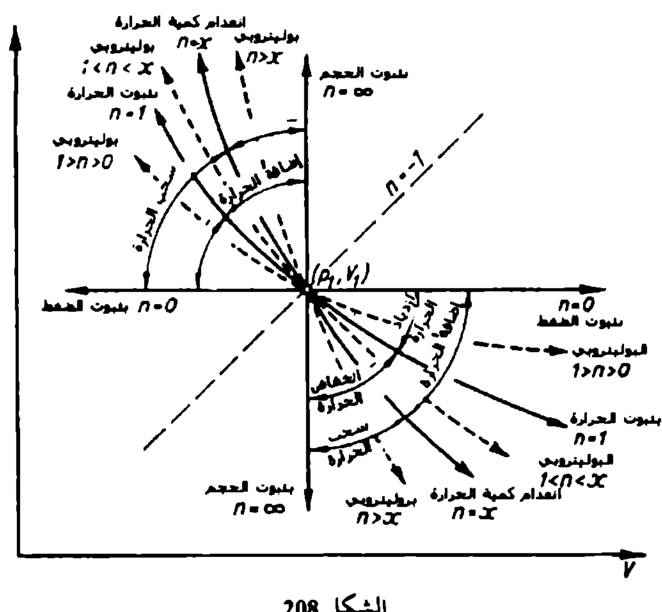
$$\Delta S = S_2 - S_1 = c_v m \ln\frac{p_2}{p_1} + c_p m \ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = c_v m \ln\frac{T_2}{T_1} + Rm \ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = c_p m \ln\frac{T_2}{T_1} - Rm \ln\frac{p_2}{p_1}$$

الجدول 20: توضيح تغيرات الحالة المختلفة كحالات خاصة لقوانين متعددة التغيرات العامة $p\,V^n = const$ (قارن أيضاً الشكل 208)

نوع تغيير الحالة	الأس	السعة الحرارية النوعية	كمية الحرارة Q
بثبوت الحجم $V = const.$	$n = \infty$	c_v	$c_v m(T_2 - T_1)$
بثبوت الضغط $p = const.$	$n = 0$	c_p	$c_p m(T_2 - T_1)$
بثبوت الحرارة $T = const.$	$n = 1$	$\pm\infty$	W
انعدام كمية الحرارة $Q = 0$	$n = x$	0	0
البولتروبي	n	$c_v \frac{x-n}{1-n}$	$\frac{n-x}{x-1} W$



الشكل 208

5. القانون الأساسي الثاني في الترموديناميك

كل عملية طبيعية في نظام أدياباتي مغلق تنتج تضخيم لمجموع الأنتروبي لجميع الأجسام المشتركة (المساهمة). فقط في الحالة الحدية لعلمية عكوسية تبقى الانتروبي ثابتة.

إن القانون الأساسي الثاني للدارات الترموديناميكية هو:

$S_2 - S_1 = \oint ds \geq 0$

من أجل الدارات غير العكوسة $>$

من أجل الدارات العكوسة $=$

لا يمكن انتقال الحرارة من تلقاء نفسها (دون تطبيق عمل) من جسم ذو درجة حرارة منخفضة إلى جسم ذو درجة حرارة مرتفعة. يمكن تحويل الحرارة فقط بشكل دوري إلى عمل عندما يكون هناك انخفاض في درجة الحرارة.

يمكن فقط بشكل جزئي تحويل الحرارة المضافة Q_{supp} من وعاء حراري I إلى عمل، في حين يطرح الجزء الآخر كحرارة مسحوبة Q_{loss} من وعاء حراري II.

6. الدارات

$Q_{supp} > 0$ الحرارة المضافة (المكتسبة)

$Q_{loss} < 0$ الحرارة المطرودة (المسحوبة)

W عمل الدارة

$$Q_{supp} + Q_{loss} + W = 0$$

$$-W = Q_{supp} + Q_{loss}$$

$$W = \oint dW = \oint dW_t$$

الدارات اليمينية لآلات القوى الحرارية (شكل 209)

الشكل 209

η_{th} المردود الحراري

$$Q_{supp} + Q_{loss} > 0$$

$$W < 0$$

$$\eta_{th} = \frac{|W|}{Q_{supp}} = \frac{Q_{supp} + Q_{loss}}{Q_{supp}}$$

$$\eta_{th} = 1 + \frac{Q_{loss}}{Q_{supp}} = 1 - \frac{|Q_{loss}|}{Q_{supp}}$$

الدارات اليسارية لآلات العمل (الشكل 210)

$$Q_{supp} + Q_{loss} < 0$$

$$W > 0$$

الشكل 210

1.6 دارة Carno (الشكل 211)

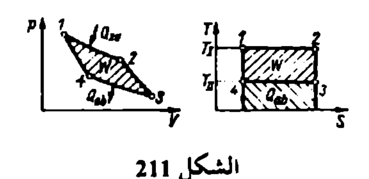
تتألف عملية دارة Carno من تغيرات الحالة التالية:

1 - 2 تمدد بثبوت درجة الحرارة عند درجة الحرارة T_1

2 - 3 تمدد بثبوت كمية الحرارة

3 - 4 تكاثف بثبوت درجة الحرارة عند درجة الحرارة T_{II}

4 - 1 تكاثف بثبوت كمية الحرارة



الشكل 211

$$Q_{supp} = mRT_I \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_{loss} = mRT_{II} \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$\eta_{th} = \frac{|W|}{Q_I} = \frac{T_I - T_{II}}{T_I} = 1 - \frac{T_{II}}{T_I}$$

$$\frac{T_I}{T_{II}} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{x-1} = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{x-1}$$

$$\frac{T_I}{T_{II}} = \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\frac{x-1}{x}} = \left(\frac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{x-1}{x}}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_4}{p_3}$$

$$T_1 = T_2 = T_I$$

$$T_3 = T_4 = T_{II}$$

2.6 دارة Otto المثالية

تتكون دارة Otto المثالية من تغيرات الحالة التالية (انظر الشكل 212)

1 - 2 تكاثف بثبوت كمية الحرارة

2 - 3 إضافة كمية الحرارة Q_{supp} بثبوت الحجم

3 - 4 التمدد بثبوت كمية الحرارة

4 - 1 طرح كمية الحرارة Q_{loss} بثبوت الحجم

نسبة التكاثف

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{x}}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{x-1}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{x-1}}$$

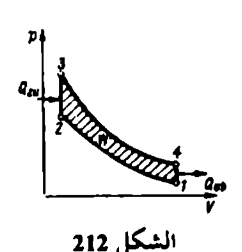
$$Q_{supp} = c_v m (T_3 - T_2)$$

$$Q_{loss} = c_v m (T_1 - T_4)$$

$$W = c_v m T_1 \left(1 - \frac{p_3}{p_2}\right)(\varepsilon^{x-1} - 1)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{x-1}{x}} = \varepsilon^{x-1}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{x-1}{x}} = \varepsilon^{x-1}$$



الشكل 212

3.6 دارة محركات Diesel المثالية

تتكون دارة محركات Diesel المثالية من تغيرات الحالة التالية (الشكل 213)

1 - 2 تكاثف بثبوت كمية الحرارة

2 - 3 إضافة كمية الحرارة Q_{supp} بثبوت الحجم

3 - 4 التمدد بثبوت كمية الحرارة

4 - 1 طرح كمية الحرارة Q_{loss} بثبوت الحجم

نسبة التكاثف

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{x}}$$

مردود التعبئة

$$\rho = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$Q_{supp} = c_p m(T_3 - T_2)$$

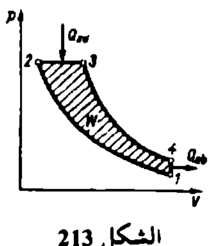
$$Q_{loss} = c_v m(T_1 - T_4)$$

$$W = \frac{p_1 V_1}{1 - x}[x\varepsilon^{x-1}(\varphi - 1) - (\varphi^x - 1)]$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{x}\frac{T_1}{T_2}\frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{x\varepsilon^{x-1}}\frac{\varphi^x - 1}{\varphi - 1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{x-1}{x}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{x-1} = \varepsilon^{x-1}$$



الشكل 213

4.6 الدارة المثالية للعنفات الغازية

(دارة Ackert - Keller)

تتكون الدارة المثالية للعنفات الغازية من تغيرات الحالة التالية:

1 - 2 انضغاط بثبوت درجة الحرارة مع سحب كمية الحرارة Q_{loss}

2 - 3 إضافة كمية الحرارة Q_{23} بثبوت الضغط (استنـــزاف)

3 - 4 تمدد بثبوت درجة الحرارة أثناء إضافة كمية الحرارة Q_{supp}

4 - 1 طرح كمية الحرارة Q_{41} بثبوت الضغط (استنـــزاف)

الاستنـــزاف هو إعادة استخدام كمية الحـــرارة المطروحة لتسخين نفس وسيط العمل

$$Q_{23} = |Q_{41}|$$

$$Q_{supp} = mRT_3 \ln \frac{p_3}{p_4}$$

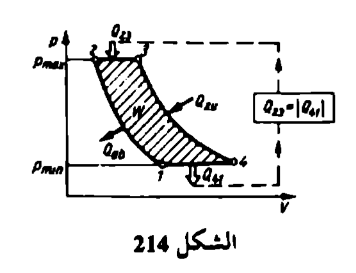
$$Q_{loss} = mRT_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$W = mR(T_1 - T_3) \ln \frac{p_3}{p_4}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$$

$$T_3 = T_4 = T_{max}$$

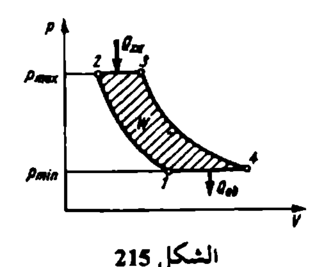
$$T_1 = T_2 = T_{min}$$



الشكل 214

5.6 الدارة المثالية لآلات الهواء الساخن (دارة Jol)

تتكون الدارة المثالية لآلة الهواء الساخن من تغيرات الحالة التالية، (انظر الشكل 215)



الشكل 215

1 - 2 انضغاط ايزوتروبي

2 - 3 إضافة الحرارة Q_{24} بثبوت الضغط

3 - 4 تمدد ايزونتروبي

4- 1 طرح الحرارة Q_{loss} بثبوت الضغط

$$Q_{loss} = c_p m(T_3 - T_2)$$

$$Q_{supp} = c_p m(T_1 - T_4)$$

$$W = c_p m(T_2 - T_3)\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{x-1}{x}}$$

يمكن تحسين المردود من خلال الاستنـــزاف

6.6 دارة آلة التبريد

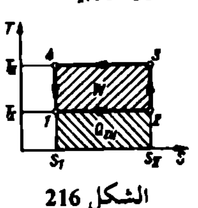
إن الدارة المثالية لآلة التبريد هي دارة Carno العكسية، والتي تتكون من تغـــيرات الحالة التالية (الشكل 216)

1 - 2 إضافة الحرراة Q_{supp} تحت درجة حرارة ثابتة T_I

2 - 3 تكثيف الايزونتروبي لوسيط التبريد

3 - 4 طرح الحرارة Q_{loss} تحت درجة حرارة ثابتة T_{II}

4 - 1 تمدد الايزونتروبي



الشكل 216

$$\varepsilon_K = \frac{Q_{supp}}{W} = \frac{Q_{supp}}{|Q_{loss}| - Q_{loss}}$$

ε_K عامل الاستطاعة لآلة التبريد

$$\varepsilon_K = \frac{T_I}{T_{II} - T_I}$$

عمل آلة التبريد

$$W = |Q_{loss}| = Q_{supp}$$

استطاعة التبريد النوعية

$$q_K = 3600 \frac{kJ}{kWh} \varepsilon_K = 860 \frac{kcal}{kWh} \varepsilon_K$$

$$q_K = 3600 \frac{kJ}{kWh} \frac{T_I}{T_{II} - T_I}$$

$Q_{supp} > 0$ إضافة الحرارة - إنتاج البرودة

$Q_{loss} < 0$

$W > 0$

7.6 دارة المضخة الحرارية (توليد الحرارة)

إن الدارة المثالية للمضخة الحرارية هي كما في آلة التبريد العكـــسية، دارة Carno (شكل 217)

حرارة تسخين المضخة الحرارية

$$|Q_{loss}| = Q_{supp} + W$$

عامل استطاعة المضخة الحرارية

$$\varepsilon_w = \frac{|Q_{loss}|}{W} = \frac{|Q_{loss}|}{|Q_{loss}| - Q_{supp}}$$

$$\varepsilon_w = \frac{T_{II}}{T_{II} - T_I}$$

استطاعة التسخين النوعية

$$q_h = 3600 \frac{kJ}{kWh} \varepsilon_w = 860 \frac{kcal}{kWh} \varepsilon_w$$

$$q_h = 3600 \frac{kJ}{kWh} \frac{T_{II}}{T_{II} - T_I} = 860 \frac{kcal}{kWh} \frac{T_{II}}{T_{II} - T_I}$$

8.6 دارة الضاغط

في الضواغط المثالية (دون ضرر في الحجرة) تحدث في الاسطوانة العمليات التاليـــة (قارن الشكل 217)

4 - 1 امتصاص غاز للتكثيف

1 - 2 تكثيف بوليتروبي للغاز

2 - 3 طرد الغاز المتكاثف

W_t العمل المصروف للمكثف

$$W_t = \frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

$$W_t = \frac{n}{n-1} mRT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

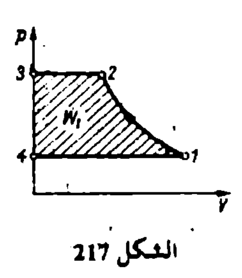
T_2 درجة حرارة الهواء المتكاثف

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Q كمية الحرارة المسحوبة أثناء التكاثف

$$|Q| = \frac{x-n}{x-1} \frac{W_t}{n}$$

$$Q = c_v \frac{x-n}{1-n} m(T_2 - T_1)$$



الشكل 217

7. بخار الماء

تطبق للسوائل المغلية

h' انتالبي kJ/kg
u' الطاقة الداخلية kJ/kg
v' الحجم النوعي m³/kg
s' الانتروبي kJ/kg K

لقيم السوائل المغلية (انظر الجدول 21)

t_s درجة حرارة الغليان (درجة حرارة الإشباع)

$$h' = u' + pv'$$

$$h' = c_{pm} t_s$$

$$u' = h' - pv'$$

تطبق للبخار الرطب

h_x الانتالبي kJ/kg
u_x الطاقة الداخلية kJ/kg
v_x الحجم النوعي m³/kg
s_x الانتروبي kJ/kg K

للبخار الرطب (الخلط بمرحلتين من السائل المغلي والبخار المشبع عند t_s)

x محتوى البخار النوعي

$$x = \frac{m''}{m' + m''}$$

m_x كمية البخار الرطب

$$m_x = m' + m''$$

m' كمية السائل في البخار الرطب $m' = (1-x)\, m_x$

m'' كمية البخار المشبع في البخار الرطب $m'' = x m_x$

1 كغ بخار رطب = x kg بخار مشبع + (1 - x) kg سائل

$$h_x = (1 - x)\, h' + xh'' = h' + x(h'' - h')$$

$$u_x = (1 - x)\, u' + xu'' = u' + x(u'' - u')$$

$$s_x = (1 - x)\, s' + xs'' = s' + x(s'' - s')$$

$$v_x = (1 - x)\, v' + xv'' = v' + x(v'' - v')$$

للضغوط القليلة، عندما $v'' >> v'$ $v_x \approx xv''$

تطبق للبخار المشبع الجاف

h'' انتالبي kJ/kg	لقيم البخار المشبع الجاف (البخار المشبع) (الجدول 21)
u'' الطاقة الداخلية kJ/kg	
s'' الانتروبي kJ/kg K	
v'' الحجم النوعي m^3/kg	

r الحرارة المتبخرة kJ/kg $h'' = h' + r$

$$u'' = h'' - pv''$$

T_s درجة حرارة الغليان K $s'' = s' + \frac{h'' - h'}{T_s} = s' + \frac{r}{T_s}$

$$r = h'' - h'$$

معادلة Clausius - Clapeyron $\frac{dp}{dT} = \frac{r}{(v'' - v')T_s}$

يطبق للبخار الزائد التسخين

h الانتالبي kJ/kg
u الطاقة الداخلية kJ/kg
s الانتروبي kJ/kg K
v الحجم النوعي m^3/kg

للبخار الزائـــد التـــسخين (القـــيم، الجدولين 22، 23 أو مخطط h,s لبخار الماء)

$h = h'' + q_{ü}$

c_{pm} السعة الحرارية النوعية المتوسطة للبخار الزائد التخسين

$q_{ü} = c_{pm}(t - t_s)$

$u = h - pv$

$s = s'' + c_{pm} \ln \frac{T}{T_s}$

الجدول 21: قيم الحالة للماء وبخار الماء عند الإشباع حسب Wukalowitsch

p bar 10^5 Pa	t_s °C	v' m^3/kg	v" m^3/kg	h' kJ/kg	h" kJ/kg	s' kJ/(kg K)
0.01	6.982	0.0010001	129.208	29.33	2513.8	0.1060
0.02	17.511	0.0010012	67.006	73.45	2533.2	0.2606
0.05	32.90	0.0010052	28.196	137.77	2561.2	0.4762
0.10	45.83	0.0010102	14.676	191.84	2584.4	0.6493
0.20	60.09	0.0010172	7.6515	251.46	2609.6	0.8321
0.40	75.89	0.0010265	3.9949	317.65	2636.8	1.0261
0.60	85.95	0.10333	2.7329	359.93	2653.6	1.1454
0.80	93.51	0.0010.87	2.0879	391.72	2666.0	1.2330
1.00	99.63	0.0010434	1.6946	417.51	2675.7	1.3027
2.00	120.23	0.0010608	0.88592	504.7	2706.9	1.5301
2.6	128.73	0.0010688	0.69288	540.9	2719.0	1.6209
4.0	143.62	0.0010839	0.46242	604.7	2738.5	1.7764
6.0	158.84	0.0011009	0.31556	670.4	2756.4	1.9308
8.0	170.42	0.0011150	0.24030	720.9	2768.4	2.0457
10.0	179.88	0.0011274	0.19430	762.6	2777.0	2.1382
13.0	191.60	0.0011438	0.15112	814.7	2786.0	2.2509
16.0	201.37	0.0011586	0.12368	858.6	2792.2	2.3436
20.0	212.37	0.0011766	0.09953	908.6	2797.4	2.4468
24.0	221.78	0.0011932	0.08319	951.9	2800.4	2.5343

p bar 10^5 Pa	t_s °C	v' m^3/kg	v" m^3/kg	h' kJ/kg	h" kJ/kg	s' kJ/(kg K)
32.0	237.44	0.0012237	0.06243	1025.5	2801.8	2.6786
40.0	250.33	0.0012521	0.04974	1087.5	2799.4	2.7967
50.0	263.92	0.0012858	0.03941	1154.6	2792.8	2.9209
65.0	280.83	0.0013350	0.02969	1241.4	2777.6	3.0764
80.0	294.98	0.0013843	0.02349	1317.5	2757.5	3.2083
100.0	310.96	0.0014526	0.01800	1408.6	2724.4	3.3616
120.0	324.64	0.0015267	0.01425	1492.6	2684.8	3.4986
160.0	47.32	0.0017101	0.00933	1651.5	2582.7	3.7486
200.0	365.71	0.002038	0.00587	1828.8	2413.8	4.0181
220.0	373.68	0.002675	0.00376	2007.7	2192.5	4.2891

الجدول 22: الحجم النوعي v m^3/kg للبخار الزائد التسخين[1]

P bar = 10^5 Pa	درجة حرارة التسخين الزائد °C						
	200	260	300	360	400	460	500
1	2.172	2.453	2.639	2.917	3.103	3.380	3.565
2	1.080	1.222	1.316	1.456	1.549	1.689	1.781
4	0.5343	0.6072	0.6548	0.7257	0.7726	0.8427	0.8893
6	0.3521	0.7021	0.4344	0.4821	0.5137	0.5607	0.5919
8	0.2608	0.2995	0.3241	0.3604	0.3842	0.4197	0.4432
10	0.2059	0.2378	0.2580	0.2873	0.3066	0.3351	0.3540
15	0.1324	0.1556	0.1697	0.1899	0.2030	0.2227	0.2354
20	-	0.1144	0.1255	0.1411	0.1512	0.1659	0.1956
25	-	0.08953	0.09892	0.1119	0.1201	0.1321	0.1399
30	-	0.07286	0.08116	0.09232	0.09933	0.1095	0.1161
40	-	0.05174	0.05885	0.06787	0.07339	0.08128	0.08638
50	-	-	0.04532	0.05316	0.05780	0.06434	0.06853
60	-	-	0.03616	0.04331	0.04738	0.05303	0.05662
80	-	-	0.02425	0.03089	0.03431	0.03888	0.04172
100	-	-	-	0.02330	0.02641	0.03036	0.03277
120	-	-	-	0.01810	0.02108	0.02467	0.02679
160	-	-	-	0.01107	0.01427	0.01750	0.01929

[1] حسب Wukalowitsch

الجدول 23: انتالبي h kJ/kg للبخار الزائد التسخين[1]

P bar = 105 Pa	درجة حرارة التسخين الزائد °C						
	200	260	300	360	400	460	500
1	2875.2	2994.1	3074.1	3195.7	3278.0	3404.5	3489.6
2	2870.5	2991.0	3071.7	3193.9	3276.5	3403.1	3488.6
4	2860.6	2984.7	3066.7	3190.2	3273.4	3401.1	3486.5
6	2850.2	2978.2	3061.7	3186.4	3270.3	3398.2	3484.0
8	2839.2	2971.6	3056.5	3182.7	3267.2	3396.0	3482.0
10	2827.5	2964.8	3051.3	3178.9	3264.0	3393.1	3480.2
15	2795.3	2947.0	3037.9	3169.3	3256.1	3387.2	3475.2
20	-	2927.0	3024.0	3159.5	3248.1	3381.0	3469.7
25	-	2907.5	3009.4	3149.6	3239.9	3375.1	3464.3
30	-	2885.5	2994.2	3139.3	3231.6	3366.8	3456.4
40	-	2835.6	2961.5	3118.2	3214.5	3353.7	3445.2
50	-	-	2925.4	3095.9	3196.9	3340.4	3433.8
60	-	-	2885.0	3072.4	3178.6	3326.8	3422.2
80	-	-	2785.4	3021.3	3140.1	3298.6	3398.5
100	-	-	-	2963.3	3098.5	3209.3	3374.1
120	-	-	-	2896.6	3053.3	3238.6	3349.0
160	-	-	-	2717.8	2949.7	3173.0	3296.3

8. الهواء الرطب

m كمية الهواء الرطب kg

m_L كمية الهواء الجاف في كمية الهواء الرطب kg

m_D كمية بخار الماء في كمية الهواء الرطب kg

V_t حجم الهواء الرطب m^3

p ضغط الهواء الرطب

p_D الضغط الجزئي لبخار الماء

$p_{D'}$ ضغط الإشباع لبخار الماء عند درجة حرارة t

p_L الضغط الجزئي للهواء الجاف

t درجة حرارة الهواء الرطب °C

ρ_D كثافة بخار الماء kg/m^3

$\rho_{D'}$ كثافة بخار الماء عند الإشباع kg/m^3

ρ_{TL} كثافة الهواء الجاف kg/m^3

x محتوى الرطوبة للهواء الرطب في kg بخار ماء لكل 1 kg هواء جاف

x' محتوى الرطوبة عند الإشباع

h انتالبي الهواء الرطب kJ/kg للهواء الجاف (من 1 kg هواء جاف و x kg بخار ماء)

الرطوبة النسبية

$$\varphi = \frac{p_D}{p_{D'}} = \frac{\rho_D}{\rho_{D'}}$$

درجة الإشباع

$$\Psi = \frac{x}{x'}$$

محتوى الرطوبة

$$x = \frac{m_D}{m_L} = \frac{\rho_D}{\rho_{TL}}$$

$$x = 0.622\frac{p_D}{p - p_D} = 0.622\frac{\varphi p_{D'}}{p - \varphi p_{D'}}$$

$$x' = 0.622\frac{p_{D'}}{p - p_{D'}}$$

الضغط الجزئي للهواء الجاف

$$= p - p_D \quad p_L$$

$$p_L = \frac{0.622}{0.622 + x}p$$

الضغط الجزئي لبخار الماء

$$p_D = \varphi p_{D'} = p - p_L$$

$$p_D = \frac{x}{0.622 + x}p$$

$$h = 1.004\frac{kJ}{kg\,K}t + x\left(2.500\frac{kJ}{kg} + 1.86\frac{kJ}{kg\,K}t\right)$$

T درجة حرارة الهواء الرطب K

$$v = \frac{R_L T}{p}(1 + 1.607x)$$

$$R_L = 0.2871\frac{kJ}{kg\,K} = 29.27\frac{kpm}{kg\,K}$$

$$v = \frac{R_D T}{p}(0.622 + x)$$

$$R_D = 0.4614\frac{kJ}{kg\,K} = 47.05\frac{kpm}{kg\,K}$$

$$V_t = m_L v = m v_f$$

$$1\,bar = 10^5\frac{N}{m^2} = 10^2\frac{kJ}{m^3}$$

v الحجم النوعي للهواء الرطب في kg/m^3 من الهواء الجاف ويساوي $(1 + x)$ kg هواء رطب

$$v_f = \frac{V_f}{m} = \frac{v}{1+x}$$

$$m = m_D + m_L = m_L(1 + x)$$

$$m_D = x m_L$$

$$m_L = \frac{m}{1+x} = \frac{V_f}{v}$$

v_f الحجم النوعي للهواء الرطب في kg/m^3 من هواء رطب

تغير الحالة حينما $x = const$

$$Q = m_L(h_2 - h_1)$$

مزج كميتين من الهواء

لأجل مزج كمية هواء m_1 من حالة t_1 وx_1 مع كمية هواء m_2 وحالة t_2 وx_2 نطبق:

إن نقطة حالة الهواء الممزوج تقع في مخطط h.x على المستقيم المتشكل لكلا نقطتي الحالة المركبة وتقسم المسافة بنسب عكسية لكلا كميتي الهواء الصافي m_{L1} وm_{L2}

$$m_m = m_1 + m_2$$

$$m_m = m_{L1}(1 + x_1) + m_{L2}(1 + x_2)$$

$$h_m = \frac{m_{L1}h_1 + m_{L2}x_2}{m_{L1} + m_{L2}}$$

$$\chi_m = \frac{m_{L1}x_1 + m_{L2}x_2}{m_{L1} + m_{L2}}$$

يمكن أخذ قيم لـ φ، x، v، h، t

من المخطط - h.x (قـديماً - i.x) للهواء الرطب

$$t_m = \frac{h_m + 2500\frac{kJ}{kg}x_m}{1.004\frac{kJ}{kg\,K} + 1.86\frac{kJ}{kg\,K}}$$

$$\frac{m_{L2}}{m_{L1}} = \frac{h_m - h_1}{h_2 - h_m} = \frac{x_m - x_1}{x_2 - x_m}$$

$$\frac{m_{L1} + m_{L2}}{m_{L2}} = \frac{h_2 - h_1}{h_m - h_1} = \frac{x_2 - x_1}{x_m - x_1}$$

9. انتقال الحرارة

Q تدفق الحرارة مقاسة بواحدة W (kcal/h ؛1 W = 0.86 kcal/h)

λ عامل التوصيل الحراري مقاسة بواحدة kcal/m h K؛ W/m K

α عامل الانتقال الحراري (kcal/m² h K؛ W/m² K)

k عامل النفاذ الحراري (kcal/m² h K؛ W/m² K)

C عامل الإشعاع (kcal/m² h K⁴؛ W/m² K⁴)

A المساحة التي تتدفق خلالها الحرارة أو الطبقة m²

δ سماكة الجدار أو الطبقة m

1.9 انتقال الحرارة بالحمل

الانتقال بالتوصيل خلال سطح ذو طبقة واحدة (الشكل 218)

$$Q = \frac{\lambda}{\delta}A(t_i - t_a)$$

الانتقال بالتوصيل خلال سطح ذو طبقات متعددة (الشكل 219)

$$Q = \frac{A(t_i - t_a)}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{\delta_1}{\lambda_n}}$$

$$Q = \frac{A(t_i - t_a)}{\sum\frac{\delta}{\lambda}}$$

الشكل 219

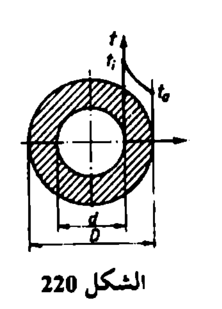
$$Q = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(A(t_i - t') = \frac{\lambda_2}{\delta_2}A(t'-t'') = \frac{\lambda_3}{\delta_3}A(t''-t_a)$$

$$[\lambda] = \frac{Jm}{sm^2 K} = \frac{J}{sm K} = \frac{W}{m K}$$

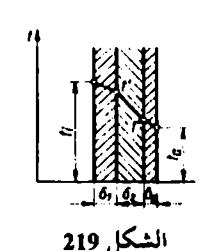
$$1\frac{W}{mK} = 0.86\frac{kcal}{mhK}$$

الانتقال بالحمل عبر سطح أنبـوب ذو طبقة واحدة (الشكل 220)

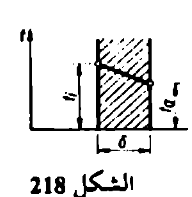
$$Q = \frac{2\pi L\lambda(t_i - t_a)}{\ln\frac{D}{d}}$$



الشكل 220



الشكل 219



الشكل 218

الانتقال بالحمل عبر سطح أنبوب ذو طبقات متعددة

$$Q = \frac{2\pi L(t_i - t_a)}{\sum\frac{1}{\lambda}\ln\frac{D}{d}}$$

$$Q = \frac{2\pi L(t_i - t_a)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{D_1}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{D_2}{d_2} + ... + \frac{1}{\lambda_n}\ln\frac{D_n}{d_n}}$$

الجدول 24 : عامل الحمل الحراري λ

المادة	درجة الحرارة °C	عامل التوصيل الحراري مقاس بواحدة $\frac{W}{mK}$	عامل التوصيل الحراري مقاس بواحدة $\frac{kcal}{mhK}$
ألمنيوم	20	204	175
رصاص	20	35	30
نحاس	20	350	300

المادة	درجة الحرارة °C	عامل التوصيل الحراري مقاس بواحدة $\frac{W}{mK}$	$\frac{kcal}{mhK}$
نحاس أصفر	20	110	95
نيكل	20	70	60
فولاذ	20	52	45
توتياء	20	110	95
قصدير	20	64	55
أحجار القرميد	20	0.47	0.40
جدار خارجي	20	0.88	0.75
جدار داخلي	20	0.7	0.60
بيتون مسلح	20	1.5	1.3
غرانيت	20	3.5	3
صفائح رقيقة البنيان ــ صوف خشبي	20	0.1	0.09
حجر الموقد الداخلي	20	0.9	0.75
حجر الموقد الداخلي	400	1.1	0.9
حجر الموقد الداخلي	800	1.2	1.06
حصى	50	0.07	0.062
حصى	200	0.08	0.069
صوف زجاجي	0	0.035	0.03
فلين	0	0.038	0.032
أحجار مراجل غني بالسيلسيوم	20	0.1 ... 0.18	0.08 ... 0.15
أحجار مراجل غني بالجير	20	0.5 ... 0.9	0.4 ... 0.8
أحجار مراجل غني بالجبس	20	1.9 ... 2.5	1.6 ... 2.1

2.9 انتقال الحرارة

لانتقال الحرارة من وسط سائل محرك أو وسط غازي إلى جدار تطبق المعادلة التالية:

$Q = \alpha A(t - t_w)$

t درجة حرارة الوسيط

t_w درجة حرارة الجدار

α عامل انتقال الحرارة $W/(m^2 K)$

$$1\frac{W}{m^2K} = 0.86\frac{kcal}{m^2\,h\,K}$$

يتم تحديد عامل انتقال الحرارة من مقادير الحالة المعروفة لانتقال الحرارة.

تعطى القيم الوسطية لعوامل انتقال الحرارة في الجدول 25، والتي يمكن اعتبارها كقيم حقيقية.

***الجدول 25**: عوامل انتقال الحرارة*

الوسط	عوامل انتقال الحرارة $\frac{W}{m^2 K}$	$\frac{kcal}{m^2\,h\,K}$
هواء في الجدار الداخلي	8	7
هواء في الجدار الخارجي	30	25
هواء في الجدار الخارجي عند التدفق	حتى 100	حتى 100
هواء وغازات عند تدفق حر	4 ... 18	3 ... 15
غازات متدفقة (هواء غازات مدخنة، الخ)	12 ... 120	10 ... 100
بخار ساخن متدفق	700 ... 1200	600 ... 1000
ماء في المراجل والأوعية عند دوران طبيعي	600 ... 2300	500 ... 2000
ماء عند التحريك	4600	4000
ماء متدفق	1200 ... 6000	1000 ... 5000
ماء مغلي	2300 ... 7000	2000 ... 6000
بخار رطب	9000 ... 12000	8000 ... 10000
بخار ماء متكاثف	9000 ... 14000	8000 ... 12000

3.9 انتقال الحرارة بالإشعاع

Q تدفق الحرارة بالإشعاع بين سطحين متوازيين

$$Q = C'A\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]$$

C' عامل الإشعاع الناتج عن الإشعاع بين سطحين متوازيين

$$C' = \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2 - 1/C_3}$$

C_s عامل الإشعاع للأشعة السوداء

$$C_s = 5.77\frac{W}{m^2K^4} = 4.96\frac{kcal}{m^2\,h\,K^4}$$

الإشعاع بين المساحة A_2 والمساحة A_1، حيث أن المساحة A_1 محاطة بالمساحة A_2

$$Q = C''A_1\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]$$

$$C' = \frac{1}{1/C_1 + A_1/A_2(1/C_2 - 1/C_3)}$$

$$C'' = C_1$$

تطبق فقط عندما تكون $A_2 >> A_1$

4.9 انتقال الحرارة بالإشعاع والحمل

انتقال الحرارة بالإشعاع والحمل

$$Q = (\alpha + \alpha_{ray})\,A(t_1 - t_2)$$

$$Q = \alpha_{tot}A(t_1 - t_2)$$

$$\alpha_{tot} = \alpha + \alpha_{ray}$$

عامل انتقال الحرارة بالإشعاع

$$\alpha_{ray} = \frac{C''\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{T_1 - T_2}$$

الجدول 26: عوامل الإشعاع C

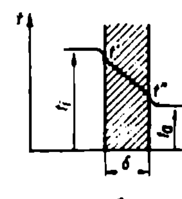
المادة	درجة الحرارة °C	عامل الإشعاع $\frac{W}{m^2 K^4}$	$\frac{kcal}{m^2 h K^4}$
صفائح الفولاذ - مصقولة لماعة	20	0.35	0.3
صفائح الفولاذ - مطلية بالتوتياء	25	1.45	1.25
صفائح الفولاذ - مدرفلة	20	3.85	3.30
فولاذ صب رمادي، مغطى بالرمادي	25	4.65	4.00
ألمنيوم، مصقول، ملمع	100 ... 500	.03	0.26
ألمنيوم، مسحوب	100 ... 500	0.46	0.4
ألمنيوم، معسوب بالرمل	100 ... 500	1.8	1.5
رصاص، مؤكسد	25	1.7	1.40
نحاس، مصقول	20	0.23	0.20
نحاس أسود	25	4.5	3.86
حجر الآجر	20	5.4	4.7
حجر الموقد الداخلي	1000	4.3	3.70

5.9 النفوذ الحراري

النفوذ الحراري عبر جدار مستو (الشكل 221)

$$Q = kA(t_i - t_a)$$

$$Q = \alpha_i A(t_i - t') = \frac{\delta}{\lambda} A(t' - t'') = \alpha_a A(t'' - t_a)$$



الشكل 221

عامل انتقال الحرارة الكلي لجدار ذو طبقة واحدة (الشكل 221)

$$k = \frac{1}{1/\alpha_i + \delta/\lambda + 1/\alpha_a}$$

عامل انتقال الحرارة الكلي لجدار ذو طبقات متعددة

$$k = \frac{1}{1/\alpha_i + \sum\frac{\delta}{\lambda} + 1/\alpha_a}$$

النفوذ الحراري خلال جدار أنبوب

$$Q = k\pi L(t_i - t_a)$$

عامل النفوذ الحراري الكلي لجدار أنبوب ذو طبقة واحدة

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i d} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{D}{d} + \frac{1}{\alpha_a D}}$$

عامل النفوذ الحراري الكلي لجدار أنبوب ذو طبقات معتددة

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i d_i} + \sum\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{D}{d} + \frac{1}{\alpha_a D_a}}$$

الأنابيب ذات الجدران الرقيقة

في الأنابيب المعدنية ذات الجدران الرقيقة والتي تملك قابلية التوصيل الحراري العالية، يمكن إهمال تأثير مقاومة التوصيل الحراري للأنبوب.

عندما $\alpha_i \approx \alpha_a$، نطبق:

$$Q = \frac{\alpha_i \alpha_a}{\alpha_i + \alpha_a}\frac{d + D}{2}\pi L(t_i - t_a)$$

عندما $\alpha_a << \alpha_i$، نطبق:

$$Q = \alpha_a \pi D L(t_i - t_a)$$

عندما $\alpha_i << \alpha_a$، نطبق:

$$Q = \alpha_i \pi d L(t_i - t_a)$$

الأنبوب المعزول

عند انتقال حرارة سيء من خلال أنبوب معزول يمكن استنتاج قيمة انتقال الحرارة

$$Q = \frac{\pi L(t_i - t_a)}{\frac{1}{2\lambda_I}\ln\frac{D_I}{d_I} + \frac{1}{\alpha_a D_I}}$$

λ_i قابلية التوصيل الحرارية للعازل

D_I القطر الخارجي للعازل

d_I القطر الداخلي للعازل

6.9 المبادل الحراري

من أجل انتقال الحرارة في مبادل حراري نطبق القانون الأساسي:

$Q = kA\,\Delta t_m$

Δt_m فرق انتقال الحرارة الوسطي اللوغـــاريتمي على طول الأوساط الجريانية لسطح الناقل

Δt_m فرق درجة الحرارة الوسطي

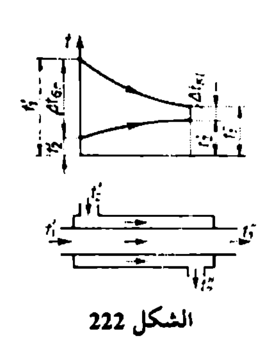
$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{Gr} - \Delta t_{Kl}}{\ln \frac{\Delta t_{Gr}}{\Delta t_{Kl}}}$$

في التيار ذو الاتجاه الواحد (شكل 222)

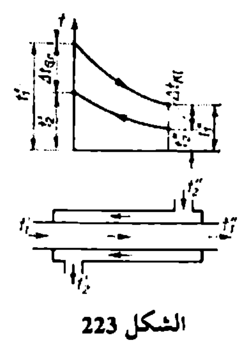
وفي التيار المتعاكس (شكل 223)

$$\left.\begin{aligned} \Delta t_{Gr} &= t_1' - t_2' \\ \Delta t_{Kl} &= t_1'' - t_2'' \end{aligned}\right\}$$

عند الجريان العرضي أو المتصالب يمكن تحديد الحساب العملي بدقة كافية لـــ Δt_m عن طريق صيغة التيار المتعاكس.



الشكل 222



الشكل 223

الهندسة الكهربائية

1. هندسة التيار المستمر العامة

ρ المقاومة النوعية $\Omega mm^2/m$

ρ' المقاومة النوعية $\Omega cm \;=\; \Omega \frac{cm^2}{cm}$

s سماكة الجدار، طول المسافة

A المقطع، بشكل عام

l طول الناقل الكلي

α_{20} عامل درجة الحرارة عند 20 °C مقاس بالواحدة K^{-1}

χ قدرة الناقلية Sm/mm^2

R_ϑ المقاومة عند ϑ °C

R_{20} المقاومة عند 20 °C

ϑ_0 ثوابت درجة الحرارة

Cu = 235 °C

Al = 250 °C

ϑ_1 درجة الحرارة الابتدائية °C

1.1 قانون Ohm

فرق الجهد (R = const) $U = IR$

العمل $W = Pt = UIt = I^2Rt = U^2t/R$

الاستطاعة $P = W/t = UI = I^2 R = U^2/R$

المقاومة النوعية وقدرة التوصيل

للنواقل $R = \frac{\rho l}{A} = \frac{l}{\chi A}$

للعوازل $R = \frac{\rho' s}{A}$

$*\rho' = \rho\, 10^{-4}$

تأثير درجة الحرارة على قيمة المقاومة

$$R_\vartheta = R_{20}[1 + \alpha_{20}(\vartheta - 20\,°C)] = R_{20}\left(1 + \frac{\vartheta - 20°\,C}{\vartheta_0 + \vartheta_1}\right)$$

قياس درجة الحرارة (مثلاً اللفات)

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = \frac{R_{warm} - R_{cold}}{R_{cold}\alpha_{20}} = \frac{R_{warm} - R_{cold}}{R_{cold}}(\vartheta_0 + \vartheta_1)$$

مع ازدياد درجة الحرارة تزداد المقاومة النوعية في المعادن بمعدل $\rho_{20}\, \alpha_{20}\, \Delta v$

$$\rho_\vartheta = \rho_{20}\, [1 + \alpha_{20}\, (\vartheta - 20\,°C)]$$

تنخفض المقاومة الكربونية وأنصاف النواقل بارتفاع درجة الحرارة.

الجدول 27) المقاومة النوعية، قيمة التوصيل، عوامل درجات الحرارة(

المعدن	ρ_{20} $\Omega mm^2/m$	χ_{20} Sm/mm^2	α_{20} K^{-1}
المنيوم	0.03	33.3	0.0038
الحديد	0.1 ... 0.15	10 ... 6.7	0.0046

المعدن	ρ_{20} $\Omega mm^2/m$	χ_{20} Sm/mm^2	α_{20} K^{-1}
النحاس	0.0175	57.2	0.0040
نحاس أصفر	0.07 ... 0.08	14 ... 12.5	0.0016
نيكل	0.1	10	0.0040
زئبق	0.96	1.04	0.0009
فضة	0.016	62.5	0.0037
تنغستين	0.055	18.2	0.0040
كونستانتان	0.5	2.0	$5 \cdot 10^{-6}$
مانغانين (WM 43)	0.43	2.3	$4 \cdot 10^{-6}$

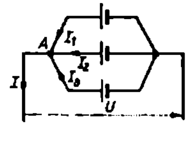
2.1 قانون Kirchhoff

1. القانون الأول: $\Sigma I = 0$

في كل عقدة يكون المجموع المميز لكل التيارات يساوي الصفر

من العقدة A (الشكل 224) تطبق:

$$\Sigma I = 0 \qquad I_1 + I_2 + I_3 - I = 0$$



الشكل 224

تفرعات التيار

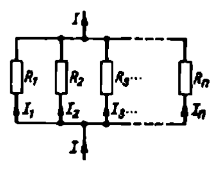
مقاومتان (الشكل 225)

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

الشكل 225

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_p}{R_1}; \quad \frac{I_2}{I} = \frac{R_p}{R_2};$$

$$\frac{I_n}{I} = \frac{R_p}{R_n}$$

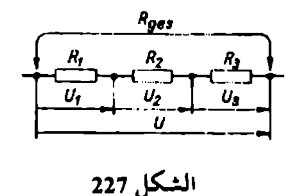


الشكل 226

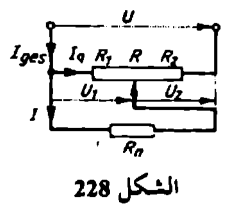
R_p المقاومة المكافئة للوصل على التوازي (الشكل 226)

2. القانون الثاني: $\Sigma E = \Sigma IR = \Sigma U$

في كل دارة كهربائية يكون مجموع الجهود الأصلية مساوياً إلى الجهود المتفرعة في الدارة المغلقة.



الشكل 227



الشكل 228

3.1 توصيل المقاومات ومنابع الجهد

الوصل على على التسلسل

المقاومة المكافئة (الشكل 227) $R_{tot} = R_1 + R_2 + R_3$

عند تساوي المقاومات n $R_{tot} = nR$

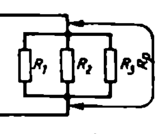
الجهد الكلي (الشكل 228) $E_{tot} = E_1 + E_2 + E_3$

$I = I_1 = I_2 = I_3$

الوصل على التوازي (الشكل 229)

$$\frac{1}{R_p}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$$

$$G_{tot}=G_1+G_2+G_3$$



الشكل 229

المقاومة المكافئة

$$R_p=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

في حال مقاومتين

$$R_p=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

في حال المقاومات المتساوية n

$$R_p=\frac{R}{n}$$

$$U=U_1=U_2=U_3$$

التيار الكلي

$$I=I_1+I_2+I_3$$

مقسم الجهد، (مقياس الشدة)، أشكال أجزاء الجهد (الشكل 230)

بدون حمل ($R_a=\infty$)

$$U_1=U\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

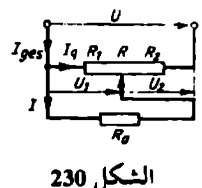
$$U_2=U\frac{R_2}{R_1+R_2}$$

التيار العرضي

$$I_q=\frac{U}{R}$$

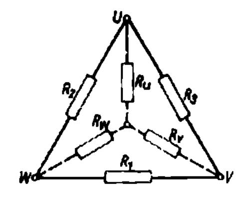
مع حمل ($R_a\neq\infty$)

$$U_1=IR_a=I_qR_1$$



الشكل 230

$$I = \frac{UR_1}{R_1R_2 + R_aR} = \frac{UR_1}{R(R_1 + R_a) - R_1^2}$$



الشكل 231

التحويل من مثلثي إلى نجمي (الشكل 231)

التحويل من التوصيل المثلثي إلى التوصيل النجمي المكافئ

$$R_u = \frac{R_2R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_v = \frac{R_1R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_w = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

التحويل من التوصيل النجمي إلى التوصيل المثلثي المكافئ

$$R_1 = \frac{R_uR_v + R_vR_w + R_wR_u}{R_u}$$

$$R_2 = \frac{R_uR_v + R_vR_w + R_wR_u}{R_v}$$

$$R_3 = \frac{R_uR_v + R_vR_w + R_wR_u}{R_w}$$

4.1 توصيل الشبكات Kirchoff

أولاً. الحساب بمساعدة قوانين Kirchoff:

1. في كل دارة مغلقة يكون مجموع الجهود الأصلية مساوياً لمجموع تفرعات الجهد.
2. يمكن في دارة مكونة من n نقطة وn تيارات خارجية أن يكون (n-1) تياراً فقط مستقلاً عن بعضه البعض. وينتج التيار الأخير حسب قاعدة نقطة العقدة.
3. قبل حساب أية دارة ينبغي تحديد الخطوات التالية: (الشكلين 232، و233)

   آ) تحديد عشوائي لاتجاه الدوران.

ب) تحديد اتجاه تشغيل التيار في منابع الجهد (الاتجاه الهندسي للتيار).

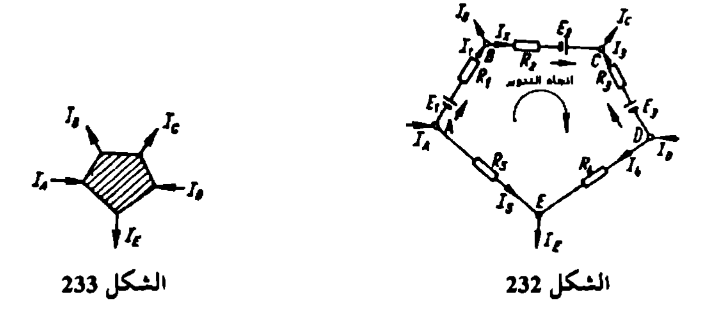
ج) تحديد افتراضي للتيارات في الفروع الوحيدة.

د) تأخذ الجهود التي مع اتجاه الدوران إشارة موجبة في حين تأخذ الجهــود ذات الاتجاه المعكوس الإشارة السالبة.

هــ) تأخذ انخفاضات الجهود في المقاومات اتجاه التيارات التابعة لها.

$$I_A + I_D = I_B + I_C + I_E$$

$$E_1 + E_2 - E_3 = I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3 + I_4 R_4 - I_5 R_5$$



الشكل 233

الشكل 232

ثانياً. تحويل الشبكة (فقط عندما لا يكون هناك جهود أصلية في أجزاء الــشبكة ومن أجل المقاومات الخطية) التحويل من نجمي إلى مثلثي (الشكل 231).

ثالثاً. قانون التقاطع (قانون الوضع الأمثل) يطبق لجميع الــشبكات الخطيــة، إن التيارات في الفروع لشبكة خطية مع نهاية جهود أصلية كثيرة، تساوي بمجمــوع التيارات الفرعية التي تسبب من خلال الجهود الأصلية المنفردة

يمكن اختصار الجهود الأصلية للدارة في كل مرة حتى واحدة، وحساب التيــارات الفرعية، كما لو كانت الجهود السابقة المذكورة غير موجودة. إن التيار المتفــرع المطلوب يساوي إلى مجموع كل التيارات الجزئية المحسوبة.

يجب الانتباه إلى اتجاه التيار عند الجمع.

كلا المولدان يعملان

$$I_{AB} = I_1' + I_2'$$

(انتبه لاتجاه الجهد) (الشكل 234)

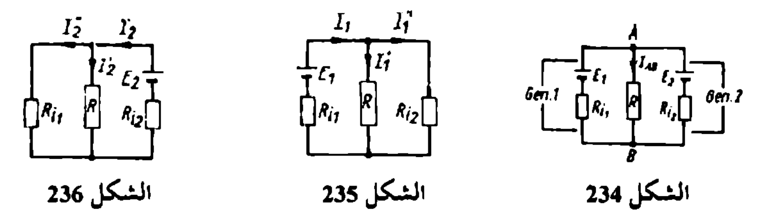
$$I_{AB} = \frac{E_1 R_{i2} + E_2 R_{i1}}{R_{i1} + R + R_{i1} R_{i2} + R_{i2} R}$$

المولد الأول يعمل (شكل 235)

$$I_1' = \frac{E_1 R_{i2}}{R_{i1} R + R_{i1} R_{i2} + R_{i2} R}$$

المولد الثاني يعمل (شكل 236)

$$I_2' = \frac{E_2 R_{i1}}{R_{i1} R + R_{i1} R_{i2} + R_{i2} R}$$

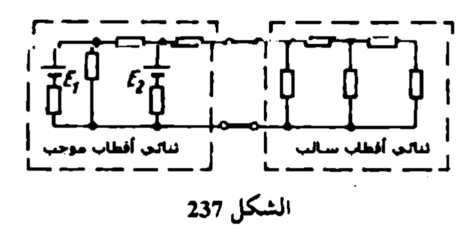


الشكل 234 الشكل 235 الشكل 236

رابعاً: الحساب مع منبع جهد بديل (نظرية ثنائي الأقطاب) (شكل 237)

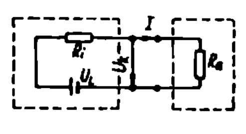
ثنائي الأقطاب الموجب هو ثنائي الأقطاب، الذي يحوي قوى محركة كهربائية.

ثنائي الأقطاب السالب هو ثنائي الأقطاب، الذي يحوي فقط على مقاومات.



الشكل 237

التوصيل المكافئ (شكل 238)



الشكل 238

U_L الجهد على فراغ عند

$I = 0$ أي؛ $R_a \to \infty$

$$I = \frac{U_L}{R_i + R_a} = I_K \frac{R_i}{R_i + R_a}$$

$$I_K = \frac{U_L}{R_i}$$

U_K جهد التوصيل (اللاقط)

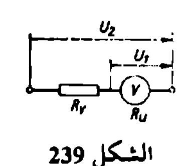
$$U_K = IR_a = U_L \frac{R_a}{R_i + R_a} = U_L - IR_i$$

I_K تيار القصر (التيار الأصلي) $R_a = 0$

تحسب المقاومة الداخلية المكافئة R_i كمقاومة كلية ابتداءً من الدخول، حيث ينبغي قصر منبع الجهد.

5.1 قياسات التيار المستمر

توسيع مجال القياس لأجهزة القياس (بشكل أفضلية ملفات الدوران)



الشكل 239 قياس الجهد

الشكل 240 قياس التيار

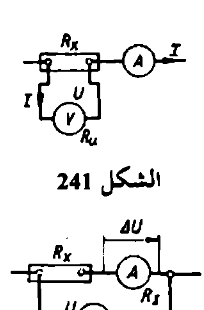
الشكل 239 $$R_V = R_U\left(\frac{U_2}{U_1} - 1\right)$$

الشكل 240 $$R_P = \frac{R_I}{\frac{I_2}{I_1} - 1} \approx R_I \frac{I_1}{I_2}$$

6.1 قياس المقاومة

أ) قياس الجهد والتيار (الشكلين 241 و242)

$$R_x = \frac{U}{I}$$



الشكل 241

الشكل 242

مخصص لقياس التيار العالي جداً، عندما

$R_x \ll R_U$

$$\Delta I = \frac{U}{R_U}$$

مخصص لقياس الجهد العالي جداً، عندما

$R_x \gg R_I$

$$\Delta U = R_I I$$

(جهاز قياس ذو تسجيل استطاعة صغيرة بشكل غير مباشر لـ R_x يعطي خطأ صغيراً. عند التصحيح الحسابي يكون أيضاً التوصيل حسب الشكل 241 سديداً).

خطأ قياسي $f = \frac{R_I}{R_x} 100\%$ $\qquad$ $f = \frac{R_x}{R_U} 100\%$

ب₁) جسر قياس Kirshoff (الشكل 243)

$$R_x = R_N \frac{a}{b}$$

في الدارة المتوازنة شبكة بين A وB، G مقياس مؤشر صفري أكبر حساسية وسط الشبكة (إذاً اختيار R_N في الموقع الأكبر من R_x ما أمكن)

الشكل 243

ب₂) جسر Wheatstone الشكل (244)

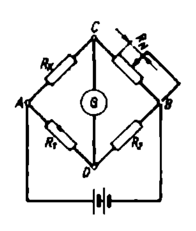
$$R_x = R_N \frac{R_1}{R_2}$$

ج) جسر Thomson (الشكل 245)

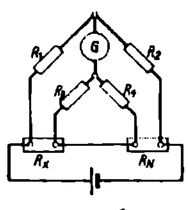
$$R_x = R_N \frac{R_1}{R_2} = R_N \frac{R_3}{R_4}$$

مقاومات مضاعفة

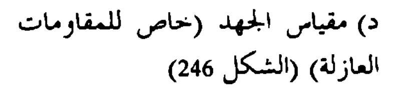
$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$ غالباً $R_1 = R_3$، $R_2 = R_4$



الشكل 244

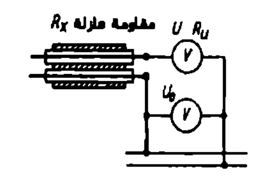


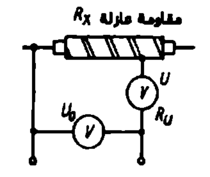
الشكل 245



د) مقياس الجهد (خاص للمقاومات العازلة) (الشكل 246)

$$R_x = \left(\frac{U_0}{U} - 1\right) R_U$$

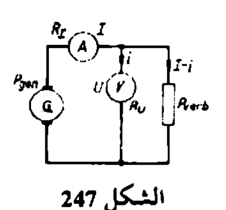




الشكل 246

7.1 قياس الاستطاعة من خلال قياس الجهد والتيار

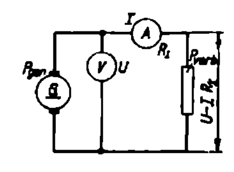
(الأشكال 247 و248)



الشكل 247

$$P_{cons.} = U(I - i) = UI - \frac{U^2}{R_U}$$

$$P_{gen} = (U + IR_I)I = UI + I^2 R_I$$



الشكل 248

$$P_{verb} = (U - IR_I)I = UI - I^2 R_I$$

$$P_{ges} = U\left(I + \frac{U}{R_u}\right) = UI + \frac{U^2}{R_U}$$

P_{cons} الاستطاعة المستهلكة $\frac{U^2}{R_U}$ تحول الاستطاعة لقياس الجهد

P_{gen} استطاعة المولدة $I^2 R_I$ تحويل الاستطاعة لقياس شدة التيار

يكون توصيل الجهد الصحيح للحساب مناسباً، وغالباً لـــيس هنـــاك ضـــرورة للتصحيح، وذلك عندما يطبق في جهاز القياس التوصيل مع أصغر خطأ عن طريق محول الاستطاعة.

2. الحقل المغناطيسي

N عدد اللفات

Φ التدفق المغناطيسي

Θ الفيض المغناطيسي

R_m المقاومة المغناطيسية

s طول خطوط الحقل المغناطيسي

A المساحة الكلية للتدفق، المطبق عمودياً على التدفق المغناطيسي

الجهد الأصلي المغناطيسي، الفيض المغناطيسي، القوة المحركة المغناطيسية

$$\Theta = IN$$

قانون Ohm للدارة المغناطيسية، من أجل $R_m = const$، هذا يعني أن $\mu_r = const$

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_m}$$

$$R_m = \frac{s}{\mu A} = \frac{s}{\mu_0 \mu_r A}$$

ثابت التحريض

$$\mu_0 = 1.257 \times 10^{-8}\ H/cm$$

$$= 0.4\pi \times 10^{-8}\ H/cm$$

$$= 0.4\pi \times 10^{-8}\ Vs/A\ cm$$

عامل قابلية المغنطة μ_r في الهواء $\mu_L = 1.000\,0004$

قابلية المغنطة $\mu = \mu_0 \mu_r$

قيمة التوصيل المغناطيسي $\Lambda = \frac{1}{R_m}$

شدة الحقل المغناطيسي في حقل متجانس $H = \frac{\Theta}{s}$

شدة الحقل المغناطيسي في حقل غير متجانس $H = \frac{d\Theta}{ds}$

من أجل دورة مغلقة

$$\Theta = \oint H\, ds\ H\, ds$$

$$= \sum H_s\, ds = H_1 s_1 + H_2 s_2 + \ldots + H_n s_n$$

كثافة التدفق في حقل متجانس $B = \frac{\Phi}{A}$

كثافة التدفق في حقل غير متجانس $B = \frac{d\Phi}{dA}$

تحريض الحقل المغناطيسي في الهواء لناقل تيار متدفق على بعد r

$$H_L = \frac{1}{s} = \frac{1}{2\pi r}$$

$$\mu_0 = 1.257 \times 10^{8}\ H/cm; \mu_r \approx 1$$

التحريض وشدة الحقل في الهواء $B_L = \mu_0 \mu_r H_L = \mu_0 H_L$

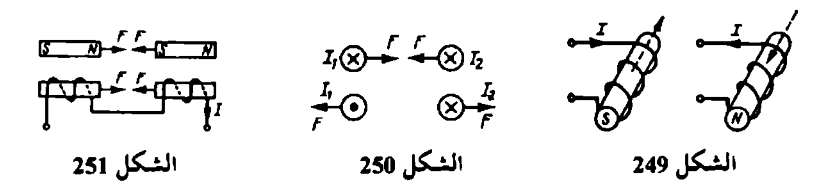
1.2 قواعد المغنطة الكهربائية

قاعدة البريمات (البريمة)

يفترض دوران محور الملف بريمة ذات دوران يميني بنفس الاتجاه المصطلح للتيـــار، هكذا ينتج اتجاه الحركة لمحور الملف بالاتجاه الموجب للحقل (الشكل 249).

تنجذب النواقل المتوازية التي تجري بنفس اتجاه التيار، تتباعد عندما يجري التيـــار عكس حركتها.

(الشكل 250)، تتباعد الأقطاب المتشابهة، وتنجذب الأقطاب غير المتشابهة (يطبق هذا للمغنطة المستمرة والكهربائية) شكل 251.



الشكل 249 الشكل 250 الشكل 251

قاعدة - الأصابع الثلاث

تفتح الأصابع الإبهام، والسبابة والوسطى، بحيث يشكل نظام إحداثي فراغي.



الشكل 252

ترتيب القيم حسب الأصابع المنفردة:

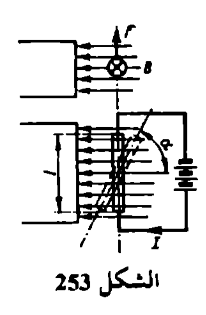
الإبهام	الحركة
السبابة	اتجاه الحقل
الوسطى	اتجاه التيار
عند العزم المحرك	اليد اليسرى
عند العزم المولد	اليد اليمنى

(انظر الشكل 252)

2.2 تأثيرات الحقل المغناطيسي

ناقل التيار المتدفق في الحقل المغناطيسي (شكل 253) إن العوامل الحاسمة لتأثير القوة هي:

التحريض في الحقل، التيار في الناقل، وطـــول إسقاط الناقل عرضياً لاتجاه الحقل



الشكل 253

$$F = B\,I\,l\,\sin\alpha$$

F مقاسة بالواحدة N

B مقاسة بالواحدة $T = Vs/m^2$ (Tesla)

I مقاسة بالواحدة A

l مقاسة بالواحدة m

في حالة طول ناقل عمودي على خطوط الحقل

$$^{*}F_{max} = 10.2\ .\ B\,I\,l\ (kp)$$

B مقاسة بالواحدة Vs/cm^2

I مقاسة بالواحدة A

l مقاسة بالواحدة cm

الشكل 254a

قوة التأثير بين ناقلين للتيار المتدفق متوازيين

$$F = \pm\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{l}{s}I_1 I_2$$

$$^{*}F = \pm 2.04\frac{l}{s}I_1 I_2\ (kp)$$

l طول الناقل المتوازي

s بعد الناقل (l و s بنفس الواحدة)

I_1، I_2 تيارات الناقل مقاسة بالواحدة A

الملف المتحرك في الحقل المغناطيسي

يقطع الناقل ذو الطول l المسافة Δs بزمن Δt

$$|e| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi}{\Delta t} = \frac{B\,l\,\Delta s}{\Delta t} = B\,l\,v$$

3.2 التحريض الذاتي

Φ التدفق — I التيار

d قطر الملف الوسطي — l الطول

d بعد الناقل — 2r قطر الناقل

N اللفات — A المساحة

التحريضية

$$L = \frac{\mu_r \mu_0 N^2 A}{l}$$

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{I^2}{R_m}$$

الجهد المتحرض

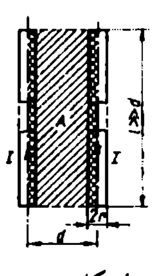
$$e_L = -L\frac{di}{dt}$$

(تطبق القوانين من أجل L ملف حلقي غير قابل للتحكم أو ملفات طولية تمددية $d << l$، عندما يكون الحقل الخارجي قابل للإهمال وعندما تكون قابليـــة المغنطـــة ثابتة، لذلك لا يكون هناك حديد في الدارة).

لفة الناقل (الشكل 254b)

التحريضية حوالي 8 % ≈ أصغر عند $l = 5d$،

4% ≈ أصغر عند $l = 10d$



الشكل 254b

باعتبار الفراغ ضمن الملف الناقل، الملفات $N = 1$ لفة، l مقاسة بالواحدة cm

$$\bullet\ L = 9.2\, l\, \lg\frac{d}{r} 10^{\ 9} (H)$$

$$\bullet\ L = 4\, l\, \ln\frac{d}{r} 10^{\ 9}$$

يعتبر أيضاً الفراغ ضمن الناقل

$$L = l\left(1 + 9.2\lg\frac{d}{r}\right)10^{-9}$$

$$L = l\left(1 + 4\ln\frac{d}{r}\right)10^{-9}\ (H)$$

عملية التوصيل من أجل $t = T$

$$i = I\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

تصبح $i = 0.632\ I$، (I قيم النهاية الستاتيكية)

ثابت الزمن المغناطيسي الكهربائي بـــ s

$$T = \frac{L}{R}$$

عندما L بـــ H، R بـــ Ω

عملية الفصل من أجل $t = T$ تصبح $i = 0.368\ I$

$$i = I e^{-\frac{t}{T}}$$

الجدول 28

t/T	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$e^{-t/T}$	1.000	0.819	0.670	0.549	0.449	0.368
t/T	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
$e^{-t/T}$	0.223	0.135	0.082	0.050	0.018	0.007

التحريض المتبادل

عامل التوزيع Heyland

$$\tau_1 = \frac{\text{تدفق التوزيع}}{\text{التدفق المفيد}} = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_{12}} < 1$$

عامل التوزيع Hopkinson

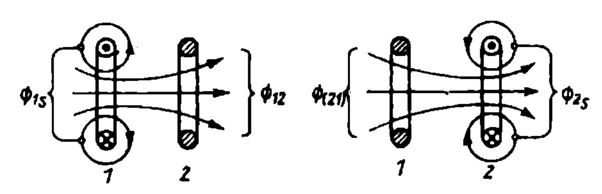
$$v_1 = \frac{\text{التدفق الكلي}}{\text{التدفق المفيد}} = \frac{\phi_1}{\phi_{12}} > 1$$

$$v_1 = \tau_1 + 1$$

عامل التحريض المتبادل

$$M = \Lambda N_1 N_2 = \mu_0 \frac{A}{l} N_1 N_2$$

$$M = \frac{N_2 \Phi_{12}}{i_1} = \frac{N_1 \Phi_{12}}{i_2}$$



الشكل 255

عامل التأثير المتبادل لترتيب الملفات (عامل الوصلة k)

مع توزيع $M = k\sqrt{L_1 L_2}$

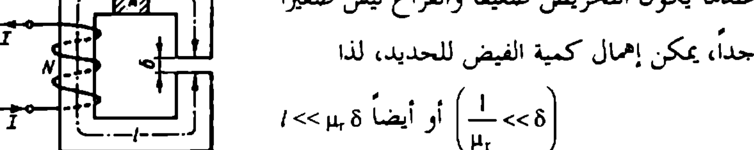
بدون توزيع $k = 1$

عامل التوزيع Behn-Eschenburg $\sigma = 1 - k^2 = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$

الحديد في الدارة الممغنطة – حساب الملفات

نواة حديدية ذات فراغ هوائي (الشكل 256)

يتعلق بـــ μ_r $L = N^2 \Lambda = N^2 \frac{\mu_r \mu_0 A}{l + \mu_r \delta} = N^2 \frac{\mu_0 A}{\frac{l}{\mu_r} + \delta}$



الشكل 256

عندما يكون التحريض ضعيفاً والفراغ ليس صغيراً جداً، يمكن إهمال كمية الفيض للحديد، لذا

$l << \mu_r \delta$ أو أيضاً $\left(\frac{l}{\mu_r} << \delta\right)$

الضياعات الحرارية للتيار لملف المهيج

S كثافة التيار مقاسة بالواحدة A/mm^2 $\quad$ $*P_{Cu} = CS^2 m \ (W)$

m كتلة الملف g $\quad$ $*P_{Cu} = CS^2 M \ (kW)$

M كتلة الملف مقاسة بالواحدة kg

ρ كثافة مقاسة بالواحدة g/cm^3 أو kg/m^3

x قابلية التوصيل الكهربائي Sm/mm^2

$$*C = \frac{1}{x\rho}$$

حساب الملفات

A_w المقطع العرضي للفة mm^2

S كثافة التيار A/mm^2

$*\Theta_{max}$ الفيض الأعظمي

U الجهد مقاسة بالواحدة V

l_m الطول الوسطي m

$$*\Theta_{max} = A_w k_{Cu} S$$

عامل ملئ النحاس = $K_{Cu} = \frac{\text{المقطع العرضي الفعال للنحاس } A_{Cu}}{\text{المقطع العرضي للفة } A_w}$

المقطع العرضي للسلك

$$*A = \frac{\Theta_{max} l_m}{Ux} \quad mm^2$$

عدد اللفات

$$*N = \frac{A\,Ux}{I\,l_m}$$

اللفات لكل موقع = $\frac{\text{طول اللفة}}{(1.05...1.10)\text{ قطر السلك المعزول}}$

4.2 طاقة الحقل المغناطيسي

الطاقة المغناطيسية المختزنة أثناء جريان التيار

$$W_m = \frac{LI^2}{2}$$

الطاقة المغناطيسية المختزنة في حجم الهواء V

$$W_m = V\int_0^B H\,dB$$

كثافة الطاقة

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{BH}{2}$$

تطبق للحقل المتجانس

$$W_m = V\frac{HB}{2}$$

$$W_m = \frac{\Theta\Phi}{2}$$

قوة رفع المغنطة الكهربائية

$$F = \frac{B^2 A}{2\mu_0}$$

$*F \approx A(2B)^2 = 4\ A\ B^2\ (kp)$

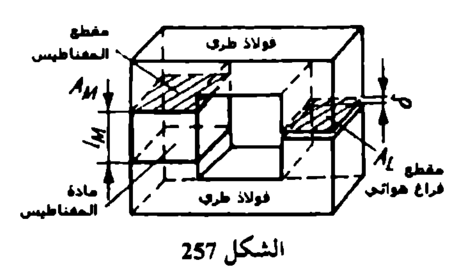
عندما A مقاسة بالواحدة cm^2 مساحة القطب الكلية

B مقاسة بالواحدة Vs/m^2

المغنطة المؤقتة، المغنطة الدائمة

(تحديد القياسات حسب منحني الأثر المغنطيسي)

تتكون دائرة المغنطة بشكل عام من المغنطة المؤقتة، ودارة الحديد الطري لتوجيه خطوط المغنطة وفراغات الهواء. (يمكن إهمال ضياعات الحديد الطري عملياً) (الشكل 257).



الشكل 257

(δ صغيرة بالمقارنة مع مساحة القنوات الهوائية) δ طول القناة الهوائية

في نقطة العمل بطاقة أعظمية للمغناطيس $\begin{cases} H_{m\,opt} \\ B_{m\,opt} \end{cases}$ شدة الحقل التحريضي

B_L تحريض القناة الهوائية $\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-8}\ Vs/A\ cm$

η_m المردود المغناطيسي (0.6 ... 0.4) مع اعتبار التوزيع

l_M طول المغناطيس

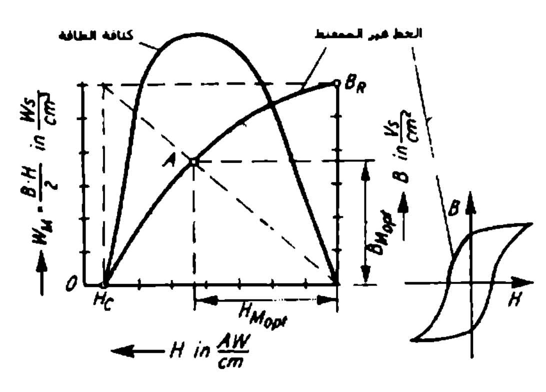
A_L مقطع القناة الهوائية

A_M مقطع المغناطيس

طول المغناطيس $l_M = \delta \frac{B_L}{\mu_0 H_{m\,opt}}$

مقطع المغناطيس $A_M = A_L \frac{B_L}{B_{m\,opt}} \frac{l}{\mu_M}$

تلتقي نقطة العمل المثالية A بدقة كافية مع نقطة تقاطع أقطار المستطيل المتكونة من H_C و B_R مع المنحني غير الممغنط في الربع الثاني. الشكل (258)



الشكل 258

3. الحقل الكهربائي

شدة الحقل الكهربائي (متجانس) $E = U/s$

s طول مسافة الهواء (غير متجانس) $E = dU/ds$

القوة المؤثرة $F = EQ$

السعة $C = Q/U$

ثابت الحقل الكهربائي (ثابت الحقل الممغنط) $\varepsilon_0 = 0.08859 \times 10^{-12}$ F/cm

$= 0.08659$ pF/cm $= 8.859$ F/m

كثافة تدفق الإزاحة (متجانس) $D = \frac{Q}{A}$

(غير متجانس) $D = \frac{dQ}{dA}$

عامل العازلية الكهربائية ε_r

(الجدول 29) عوامل العازلية الكهربائية

المادة	ε_r	المادة	ε_r
الفراغ	1	هواء	1.00059
الماء	80	زيت معدني	2.2 ... 2.5
خلايا	3.5	ميكانيت	4.5 ... 5.5
كوارتز	3.8 ... 5	سيراميك	2 ... 60
ورق	1.8 ... 2.6	ورق قاس	3.5... 3.5
خشب	3 ... 3.5	كتل سيراميك خاصة	2 ... 3000
باكليت	3.5 ... 4.5	مطاط قاس	2 ... 3.5
ميكا	4 ... 10	بيرتيناكس Pertinax	4 ... 6
مرمز	6 ... 8.3	ستياتيا Steatit	4.1 ... 5
بورسلان	4.5 ... 6.5	شيلاك Schellack	2.7 ... 3.7
بارافين	2.1 ... 2.2		

ثابت العازلية $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

مكثفات الصفائح $C = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}{l}$

قانون Coulomb في الكهرباء الساكنة

(على بعد s تؤثر شحنتان Q_1، Q_2 [As] بقوة تأثير جاذبة أو مباعدة، حسب ما يكون، وإما أن يكون الشحن متساو الاتجاه أو متعاكس)

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\varepsilon_r}\frac{Q_1Q_2}{s^2}$$

$$* F = 89.8\times10^{12}\frac{1}{\varepsilon_r}\frac{Q_1Q_2}{s^2} \quad [N]$$

$$* F = 9.16\times10^{12}\frac{1}{\varepsilon_r}\frac{Q_1Q_2}{s^2} \quad [kp]$$

وصل المكثفات على التوازي

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

وصل المكثفات على التسلسل

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

مكثفتين على التسلسل

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

n مكثف متساوي على التسلسل

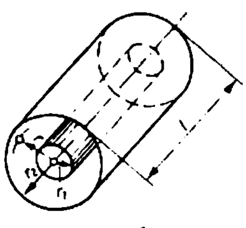
$$C_{ges} = \frac{C}{n}$$

مكثف أسطواني (الشكل 259)

$$E = \frac{U}{r \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

$$*C = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 2\pi l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = 0.556 \times 10^{12} \frac{\varepsilon_r l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad [F]$$

$$*C = 0.0556 \frac{\varepsilon_r}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad [\mu F/km]$$



الشكل 259

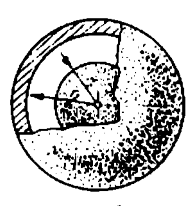
مكثف كروي

$$U = \frac{Q}{\varepsilon_r \varepsilon_0 4\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$*U = 0.899 \times 10^{12} \frac{Q}{\varepsilon_r} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad [V]$$

$$*C = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 4\pi r_1 r_2}{r_2 - r_1} \quad [F]$$

$$*C = 1.113 \times 10^{-12} \frac{\varepsilon_r r_1 r_2}{r_2 - r_1} \quad [F]$$



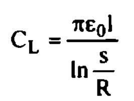
الشكل 260

شدة الحقل على سطح كرة منفردة

$$E_r = \frac{U}{r}$$

توصيل مضاعف (الشكل 261)
(في الهواء R << s)

$$U = \frac{\ln\frac{s}{R}}{\pi\varepsilon_0 l} Q \qquad E_{max} \approx \frac{U}{2R\ln\frac{s}{R}}$$



$$C_L = \frac{\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{s}{R}}$$

الشكل 261

$$*C_L = 0.278\times10^{-12}\frac{1}{\ln\frac{s}{R}} \quad [F]; \qquad C_L = \frac{0.0278}{\ln\frac{s}{R}} \quad [\mu F/km]$$

4. هندسة التوتر العالي

الطاقة المختزنة في حقل كهربائي $W_e = \frac{1}{2}CU^2$

الجهد المطبق الفائض بـــ: U_d

حقل متجانس:

للهواء $\frac{U_d}{s} \approx 30\,kV/cm = \frac{30}{\sqrt{2}}kV_{eff}/cm = 21\,kV_{eff}/cm$

زيت $80kV_{eff}/cm = 115\,kV_{eff}/cm \approx$

حقل غير متجانس:

هواء $\approx 3 \ldots 4\,kV_{eff}/cm$

زيت $\approx 12 \ldots 16\,kV_{eff}/cm$

ضياع العازلية الكهربائية مقاسة بالواحدة W عندما U مقاسة بالواحدة V و C مقاسة بالواحدة F $*P_v = U^2\,\omega\,C\tan\delta$

بالنسبة للاستطاعة الظاهرية S

$$\left.\begin{array}{l} v = \cos\varphi 100\% \\ v \approx \tan\delta 100\%. \end{array}\right\}$$

توزيع شدة الحقل بمواد العزل الطبقية (شكل 262)

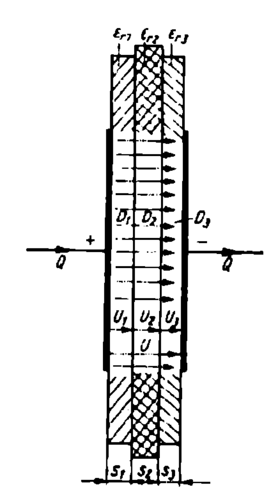
$$D_1 = D_2 = D_3 = D$$

$$E_1 = \frac{D_1}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_0}; E_2 = \frac{D_2}{\varepsilon_{r2}\varepsilon_0}; E_3 = \frac{D_3}{\varepsilon_{r3}\varepsilon_0}$$

$$E_1 = \frac{U}{s_1 + s_2\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + s_3\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3}}$$

$$E_2 = \frac{U}{s_1\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + s_2 + s_3\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}}$$

$$E_3 = \frac{U}{s_1\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} + s_2\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} + s_3}$$



الشكل 262 (عازل الطبقات)

5. هندسة التيار المتناوب

T دور الاهتزاز s

p عدد أزواج الأقطاب

n مقاسة بالواحدة 1/min

N اللفات

f التردد Hz

ω التردد الزاوي 1/s

$$* f = \frac{1}{T} = p\frac{n}{60}$$

$$\omega = 2\pi f$$

عند دوران جيبـــي زمني للقيم المتغيرة نطبق:

القيمة الوسطية الحسابية

$$I_{med} = \frac{2}{\pi} I_{max}; \quad U_{med} = \frac{2}{\pi} U_{max}$$

I أو U القيمة الفعالة

$$I_{max} = I\sqrt{2}; \quad U_{max} = U\sqrt{2}$$

شكل التحويل

$$E = 4.44 f N \Phi_{max}$$

$$\Phi_{max} = B_{max} A_{Fe}$$

المقاومة التحريضية (مقاومة العمل التحريضية)

$$X_L = \omega L$$
$$U_L = I \omega L$$
$$u_L = L\frac{di}{dt}$$

المقاومة السعوية

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$
$$U_C = I\frac{1}{\omega C}$$
$$i_C = C\frac{du_C}{dt}$$

1.5 التوصيل على التسلسل لـ R-L-C

(المقاومة الأومية، المقاومة التحريضية، المقاومة السعوية) (الشكل 263)

الممانعة الظاهرية

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

التردد الدائري - الطنين

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

تردد الطنين

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

المقاومة الاسمية لدائرة الاهتزاز

$$R_K = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

φ زاوية إزاحة الطور

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{R}{Z}$$
$$\sin\varphi = \frac{U_{L/C}}{U} = \frac{X_L - X_C}{Z}$$

عامل الجودة

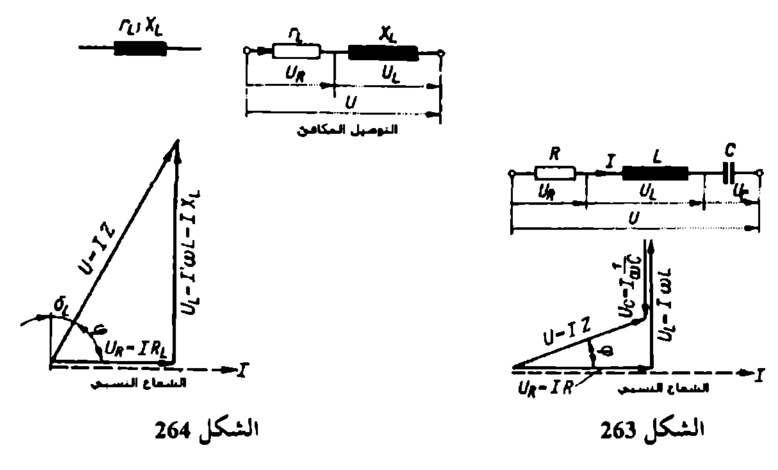
$$\rho_0 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

عدم التوافق (المضاعف)

$$v = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}$$

ρ_{0v} عدم التوافق النظامي

$$\frac{Z}{R} = 1 + j\rho_0 v$$



الشكل 264

الشكل 263

الملفات ذات الضياعات (الشكل 264)

δ_L زاوية الضياع للملفات $\delta_L = 90 - \varphi$

r_L المقاومة الحقيقية أو مقاومة التأثير للملفات

X_L المقاومة العمياء للملفات

$$\tan \delta_L = \frac{r_L}{X_L} = \frac{r_L}{\omega L}$$

ρ_L عامل الجودة، جودة الملفات

$$\rho_L = \frac{1}{\tan \delta_L} = \frac{\omega L}{r_L}$$

$$\cos \varphi = \frac{r_L}{Z} = \frac{r_L}{\sqrt{r_L{}^2 + (\omega L)^2}}$$

المكثفات ذات الضياعات

التوصيل المكافئ على التسلسل (الشكل 265)

δ_C زاوية ضياع المكثفات

$$\delta_C = 90 - \varphi$$

r_C مقاومة التأثير

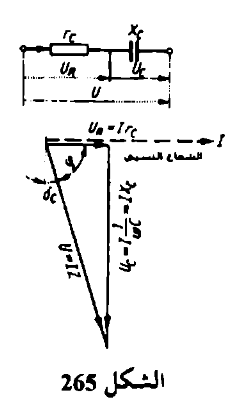
X_C المقاومة العمياء

$$\tan \delta_C = \frac{r}{X_C} = r_C \omega C$$

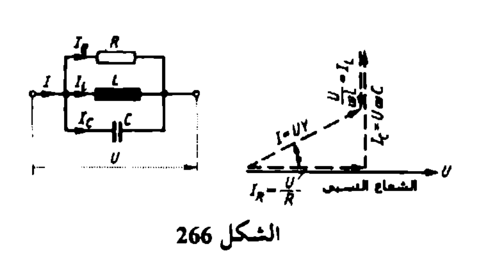
ρ_C عامل جودة المكثف

$$\rho_C = \frac{1}{\tan\delta_C} = \frac{1}{r_C\omega C}$$

$$\cos\varphi = \frac{r_C}{Z}\frac{r_C}{\sqrt{r_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$



الشكل 265



الشكل 266

الوصل المكافئ على التوازي

قيمة التوصيل

$$G = \frac{1}{R}$$

قيمة التوصيل العمياء

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$$

قيمة التوصيل الظاهري

$$Y = \frac{1}{Z}$$

المقاومة الظاهرية

$$Z = \frac{R_C}{\sqrt{1+\omega^2 R_C^2 C^2}}$$

δ_C زاوية ضياع المكثف

$$\tan\delta_C = \frac{1}{R_C\omega C}$$

ρ_C عامل الجودة

$$\rho_C = R_C\,\omega\,C$$

$$\tan\varphi = R_C\omega C; \qquad \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 R_C{}^2 C^2}};$$

تحويل مقاومة مربوطة على التسلسل إلى مقاومة على التفرع

$$R_C = r_C + \frac{1}{r_C\omega^2 C^2}$$

تكون R_C كبيرة في الضياعات الصغيرة في حالة الوصل المكافئ على التـــوازي وفي الوصل على التسلسل تصبح r_C صغيرة. في حال $r_C{}^2 << X_C{}^2$ نطبق $R_C = \frac{1}{r_C\omega^2 C^2}$

2.5 التوصيل على التوازي لـ R-L-C

(المقاومة الأومية، المقاومة التحريضية، المقاومة السعوية) (الشكل 266)

$$I = U\,Y$$

قيمة التوصيل الظاهرية

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$$

$$\tan\varphi = R\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$$

عامل الجودة

$$\rho_0 = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{1}{\omega_0 L G} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

انظر الوصل على التوازي R-L-C

$$\frac{Y}{G} = 1 + j\rho_0 v$$

(أمثلة أخرى للتوصيلات المركبة لـــ R-L-C والمخططات البيانية، انظر الملحق).

6. الإلكترونيات

السرعة النهائية للإلكترون $\frac{km}{s}$ (كتلة السكون m_0)

بعد تطبيق الجهد U مقاس بالواحدة V.

$$* \; v_0 = 594\sqrt{U}$$

الأخطاء:

< 1% حتى 10 kV; < 5% حتى 50 kV;

< 10% حتى 100 kV

السرعة النهائية مع عامل تصحيح Lorentz

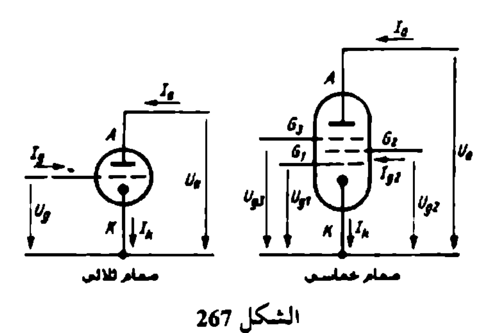
$$* v = 3\times10^5 \sqrt{1-\frac{1}{(1+1.95\times10^{-6}U)^2}}$$

جهد درجة الحرارة مقاسة بالواحـــدة V

عند درجة الحرارة K

$$*E_T = 8.6 \times 10^{-5}\, T$$

صمامات التقوية الفراغية



الشكل 267

النفوذية غالباً كنسبة مئوية %

$$D = \frac{-\Delta U_s}{\Delta U_a}$$

الانحدار $\frac{mA}{V}$ (U_a = const)

$$S = \frac{\Delta I_a}{-\Delta U_s}$$

مقاومة الصمامات الداخلية

(U_g = const) $k\Omega = \frac{V}{mA}$

$$R_i = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}$$

معادلة Barckhausen

$$SDR_i = 1$$

v_{Kmax} = عامل التضخيم المثالي (على فراغ)

$$\mu = \frac{1}{D}$$

تضخيم الجهد $v_u = \frac{1}{D}\frac{R_a}{R_i + R_a}$

تطبق في خماسي الأقطاب ($R_i >> R_a$)، حيث R_i بـ $k\Omega$ و R_a بـ $k\Omega$ $v_u \approx SR_a$

تطبيق في ثلاثي الأقطاب ($R_a \approx 10 R_i$) $v_x = 0.9\frac{1}{D}$

عامل الترشيح $k = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + ...}}{\sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + ...}}$

الاهتزاز المتخامد: $a^2 < \omega_0^2$

عنصر التخامد $a = \frac{R}{2L}$

التردد الزاوي

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - a^2}$$

$a^2 << \frac{1}{LC}$ $\omega \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$

جهد المكثف $\mu_C = U_0 e^{-at}\left(\cos\omega t + \frac{a}{\omega}\sin\omega t\right)$

$\frac{a}{\omega} \approx 0$ $\approx U_0 e^{-at}\cos\omega_0 t$

تيار إفراغ الشحنة

$$= -C\frac{du_C}{dt} = \frac{U_0}{\omega L}e^{-at}\sin\omega t$$

$$\approx I_0 e^{-at}\sin\omega_0 t$$

من أجل التوابع e انظر الجدول (28)

تبعية التردد

نسبة التردد

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0} = \omega\sqrt{LC}$$

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = Z, \Rightarrow \quad \omega L = \eta Z;$$

$$\omega C = \frac{\eta}{Z}$$

ϑ زاوية تخامد التيار $(R < 2Z)$

$$\sin\vartheta = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{2Z}$$

تناقص التخامد (اللوغاريتمي)

$$2\pi \tan\vartheta$$

التناقص لزوايا الإخماد الصغيرة

$$2\pi\vartheta$$

معادلة التيار

$$I = \frac{1}{2\sin\vartheta + \left(\eta - \frac{1}{\eta}\right)}\frac{E}{Z}$$

تبعية تردد القيمة

$$I = \frac{1}{\sqrt{4\sin^2\vartheta + \left(\eta + \frac{1}{\eta}\right)^2}}\frac{E}{Z}$$

شدة التيار الأعظمية

$$I_{max} = \frac{E}{2Z\sin\vartheta} = \frac{E}{R}$$

مع

عزم التوافقية (المضاعف)

$$\eta - \frac{1}{\eta} = \pm 2\sin\vartheta$$

يصبح

$$I = \frac{1}{2\sqrt{2}\sin\vartheta}\frac{E}{Z}$$

$$= \frac{|I|_{max}}{\sqrt{2}} = 70.7\% |I|_{max}$$

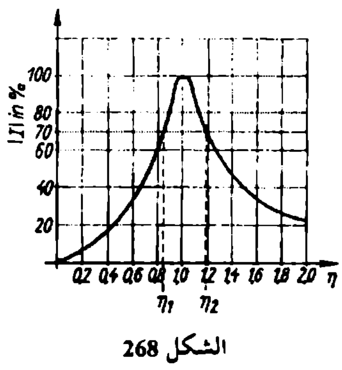
(الشكل 268)

$$\eta_2 = \sin\vartheta + \sqrt{1 + \sin^2\vartheta}$$

$$\eta_1 = -\sin\vartheta + \sqrt{1+\sin^2\vartheta}$$

عرض نصف القيمة

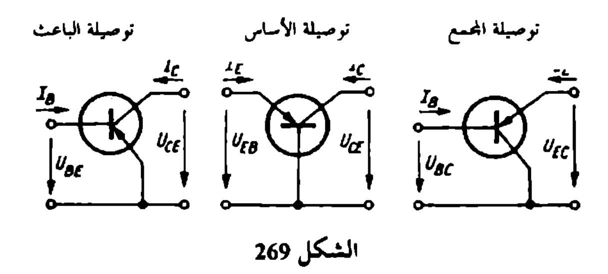
$$\omega_2 - \omega_1 = 2\omega_0 \sin\vartheta = \frac{R}{L}$$



الشكل 268

الترانزيستورات

التوصيلات الأساسية للترانزيستورات



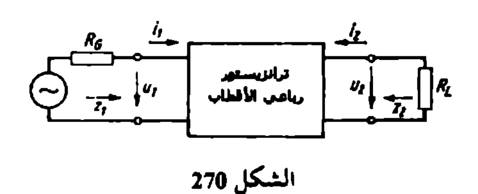
الشكل 269

الخواص المميزة للتوصيلات الرئيسية

	توصيلة الباعث	توصيلة القاعدة	توصيلة المجمع
مقاومة الدخل Z_I	متوسط Z_{IE}	صغير $Z_{IB} \approx \frac{Z_{IE}}{\beta}$	كبير $Z_{IC} \approx \beta R_L$

	توصيلة الباعث	توصيلة القاعدة	توصيلة المجمع
مقاومة الخرج Z_2	كبير Z_{2E}	كبير جداً $Z_{2B} \approx Z_{2E}\beta$	صغير $Z_{2C} \approx \frac{Z_{1E} + R_G}{\beta}$
تضخيم التيار	كبير β	< 1 $\alpha \approx \frac{\beta}{\beta+1}$	كبير $\gamma \approx \beta + 1$
تضخيم الجهد	كبير	كبير	< 1
تضخيم الاستطاعة	كبير جداً	كبير	متوسط
التردد الحدي	منخفض f_β	عالي $f_\alpha \approx f_\beta\beta$	منخفض $\approx f_\beta$

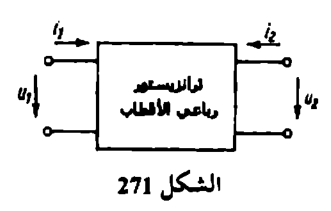
ترانزيستور كرباعي أقطاب خطي (مضخم إشارة صغيرة)، الوصف لمتغيرات h، (الشكل 270)



الشكل 270

معادلة رباعي الأقطاب بشكل هجين، الشكل المختلط (الشكل 271)

$$u_1 = h_{11}i_1 + h_{12}u_2$$
$$i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}u_2$$
$$\Delta h = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}$$



الشكل 271

$u_2 = 0$ مقاومة الدخل عند قصر الخرج (Ω)

$$h_{11} = \frac{u_1}{i_1}$$

الشكل 272

$u_2 = 0$ تضخيم التيار عند قصر الخرج

$$h_{21} = \frac{i_2}{i_1}$$

الشكل 273

$i_1 = 0$ تأثير إرجاعي للجهد عند الحمل على فراغ الدخل

$$h_{12} = \frac{u_1}{u_2}$$

الشكل 274

$i_1 = 0$ قيمة توصيل الخرج عند حمل على الفراغ على المدخل (mS)

$$h_{22} = \frac{i_2}{u_2}$$

الشكل 275

الانحدار الستاتيكي

$$S = \frac{h_{21}}{h_{11}} = \left.\frac{i_2}{u_1}\right|_{u_2=0}$$

مقاومة الدخل التفاضلية

$$R_i = \frac{h_{11}}{\Delta h} = \left.\frac{u_2}{i_2}\right|_{u_1=0}$$

النفوذ الهندسي

$$D = \frac{\Delta h}{h_{21}} = -\left.\frac{u_1}{u_2}\right|_{i_2=0}$$

حساب بالمتغيرات h (انظر الشكل 270)

ممانعة الدخل

$$Z_1 = \frac{u_1}{i_1} = \frac{h_{11} + \Delta h R_L}{1 + h_{22} R_L}$$

ممانعة الخرج

$$Z_2 = \frac{u_2}{i_2} = \frac{h_{11} + R_G}{\Delta h + h_{22} R_G}$$

تضخيم الجهد

$$V_U = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-h_{21} R_L}{h_{11} + \Delta h R_L}$$

تضخيم التيار

$$V_I = \frac{i_2}{i_1} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22} R_L}$$

تضخيم الاستطاعة (في الترددات المنخفضة ومتغيرات حقيقية h، فيما عدا ذلك عوامل نقل)

$$V_p = \frac{u_2 i_2}{u_1 i_1} = \frac{|h_{21}|^2 R_L}{(1 + h_{22} R_L)(h_{11} + \Delta h R_L)}$$

تضخيم الاستطاعة (عند التوافق في الدخل)

$$V_{P\,max} = \frac{4 h_{21}{}^2 R_G R_L}{[(1 + h_{22} R_L) R_G + h_{11} + \Delta h R_L]^2}$$

تضخيم الاستطاعة (عند التوافق في الدخل والخرج)

$$V_{p\,opt} = \left(\frac{h_{21}}{\sqrt{\Delta h} + \sqrt{h_{11} h_{22}}} \right)^2$$

التوافق عند الدخل

$$R_G = Z_1 = \sqrt{\frac{h_{11}}{h_{22}} \Delta h}$$

التوافق عند الخرج

$$R_L = Z_2 = \sqrt{\frac{h_{11}}{h_{22}} \frac{1}{\Delta h}}$$

7. الاستطاعات

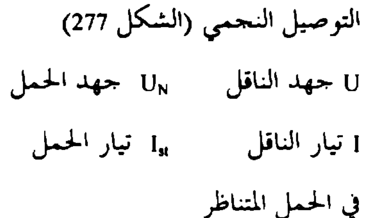
	$P = UI$	تيار مستمر
استطاعة التأثير	$P = UI \cos \varphi$	تيار متناوب
استطاعة المهيئة	$Q = UI \sin \varphi$	الشكل (276)
الاستطاعة الظاهرية	$S = UI$	
	$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$	

الشكل 276

استطاعة التأثير $P=\sqrt{3}UI\cos\varphi$ التيار الدائر

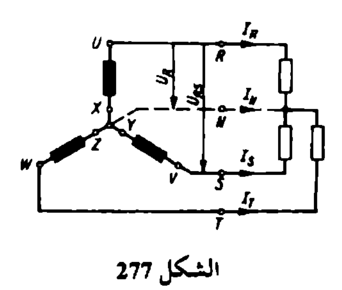
استطاعة العمى $Q=\sqrt{3}UI\sin\varphi$

الاستطاعة الظاهرية $S=\sqrt{3}UI$

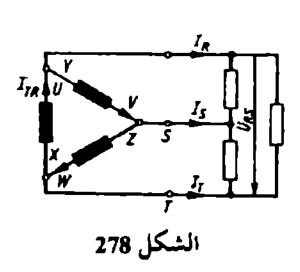


التوصيل النجمي (الشكل 277)		(التوصيل المثلثي 278)	
U جهد الناقل	U_N جهد الحمل	$U=U_N$	$U=\sqrt{3}U_N$
I تيار الناقل	I_{st} تيار الحمل	$I=\sqrt{3}I_{st}$	$I=I_{st}$

في الحمل المتناظر $I_R=I_S=I_T=I;\quad I_N=0$



الشكل 277



الشكل 278

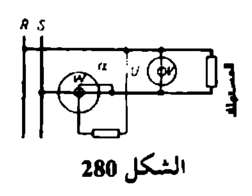
قياسات الاستطاعة في التيار المتناوب والتيار المستمر

التيار المتناوب

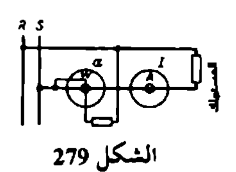
$$P_{cons.}=P-\frac{U^2}{R_{volt}+R_U}$$

$$P_{cons.}=P-I^2(R_{str}+R_1)$$

$$P=c\alpha$$



الشكل 280



الشكل 279

تصحيح قيمة الاستطاعة المقاسة عند قياس الاستطاعات الصغيرة (تحت 1 kW)

c ثابت مقياس الاستطاعة α إزاحة العداد

P_{cons} استطاعة الاستهلاك U الجهد I التيار

R_{volt} مقاومة درب الجهد لمقياس الاستطاعة

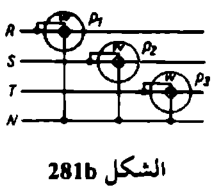
R_{volt} مقاومة درب التيار لمقياس الاستطاعة

R_U مقاومة درب الجهد لمقياس الجهد

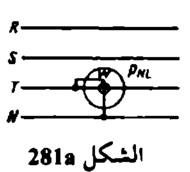
R_I مقاومة درب التيار لمقياس التيار

التيار المستمر

نظام - الناقل الرباعي



الشكل 281b



الشكل 281a

الحمل المتناظر (الشكل 281a) $P = 3\ P_{NL}$

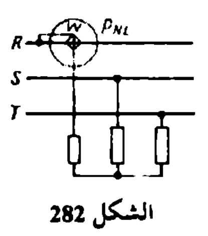
الحمل غير المتناظر (الشكل 281b) $P = P_1 + P_2 + P_3$

نظام الناقل الثلاثي

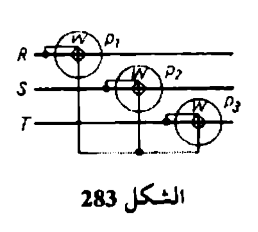
الحمل المتناظر (الشكل 282) $P = 3\ P_{NL}$

الحمل غير المتناظر (الشكل 283)

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$



الشكل 282



الشكل 283

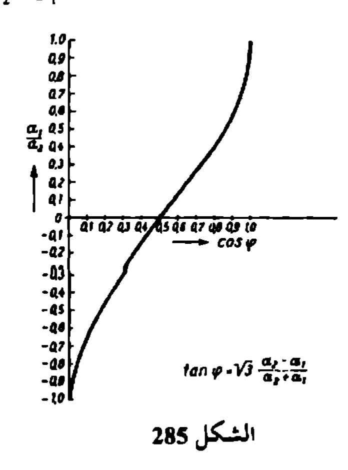
نظام - الناقل الثلاثي، محمل بأي حمل (الشكل 284)

طريقة - ثنائي مقياس الاستطاعة

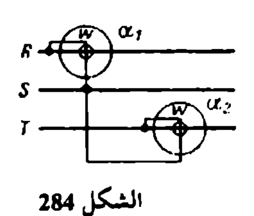
"توصيلة Aron"

$$P = C(\alpha_2 \pm \alpha_1)$$

$$P = P_2 \pm P_1$$



الشكل 285



الشكل 284

α_1 تصبح سالبة عندما تكون زاوية الطور > 60°، ضمن حقل الجهد لتحويل الأقطاب أو مجال التيار (عند الحمل السعوي ينبغي تبديل دليل إزاحة الجهاز في الشكل بحيث يكون دائماً $\alpha_2 \geq \alpha_1$) (الشكل 285)

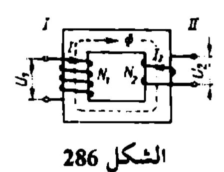
8. المحولات (الشكل 286)

اللفات $N_1; N_2$ — الدليل 1 يعني قيم الملف الأولي

f: التردد بـ Hz

Φ القيمة الأعظمية للتدفق المغناطيسي — الدليل 2 يعني قيم الملف الثاني

صيغ المحول



الشكل 286

$$E = 4.44\, f N\, \Phi_{max}$$

$$= 4.44\, f N\, B_{max}\, A_{Fe}$$

عند إهمال ضياعات المحولة نطبق

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

التحريض المغناطيسي

$$B = \mu_r \mu_0 H = \frac{\Phi}{A_{Fe}}$$

A_{Fe} مقطع الحديد

$$\mu_0 = 1.257 \times 10^{-8}\ Vs/Acm$$

m_{Fe} كتلة الحديد

ضياعات تحويل المغنطة

$$P_{Fe} \approx 1.25\, v\, m_{Fe}$$

v رقم الضياع

الضياعات الحرارية للتيار

$$P_{Cu} = I_1^2 R_K = U_K I_1$$

مقاومة القصر

$$R_K = R_1 + R_2\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

جهد القصر

$$U_K = \frac{P_{Cu}}{I_1} = I_1 R_K$$

جهد القصر (النسبي)

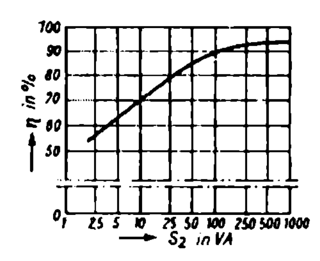
$$u_K = \frac{I_1 R_K}{U_1} 100\%$$

مردود المحول (الشكل 287)

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} 100\%$$

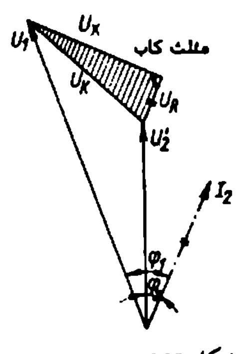
هبوط الجهد (الشكل 288)

$$U_K = U_1 - U_2' = U_1 - U_2 \frac{N_1}{N_2}$$



الشكل 287

المردود



الشكل 288

مثلث هبوط الجهد

هبوط الجهد المئوي

$$u_K = \frac{U_1 - U_2'}{U_1} 100\%$$

u_R هبوط الجهد الأومي مقاسة بالواحدة %

$$u_K = u_R \cos\varphi_2 + u_S \sin\varphi_2$$

قصر الجهد (النسبي)

$$u_K = \frac{U_{1K}}{U_{1nom}} 100\%$$

قصر التيار (عند $U_{1K} = U_{1\,nom}$)

$$I_{1K} = I_{1nom} \frac{100}{u_K}$$

المحولات الاقتصادية	نوع الاستطاعة
$P_T = U_2 I_2 \left(1 - \frac{U_1}{U_2}\right)$	عندما $U_2 > U_1$
$P_T = U_2 I_2 \left(1 - \frac{U_2}{U_1}\right)$	عندما $U_2 < U_1$

هندسة التحكم

1. الوصف

هندسة التحكم، مصطلحات وتعاريف:

تفرع الإشارة إلى جريان الإشارة

$$x_e = x_{a1} = x_{a2} = x_{a3}$$

الشكل 289

عقدة الجمع في جريان الإشارة

$$x_a = x_{e1} + x_{e2} - x_{e3}$$

الشكل 290

عقدة الضرب

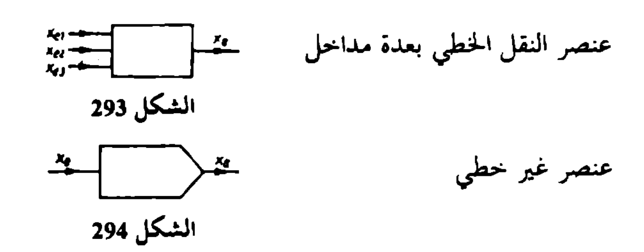
$$x_a = x_{e1}\ x_{e2}\ x_{e3}$$

الشكل 291

عقدة القسمة

$$x_a = \frac{x_{e1}}{x_{e2}}$$

الشكل 292



عنصر النقل الخطي بعدة مداخل

الشكل 293

عنصر غير خطي

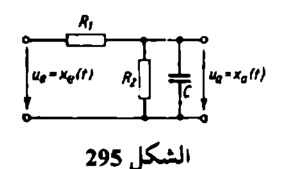
الشكل 294

1.1 سمات عناصر النقل

يتم الوصف عبر معادلة الإشارة. جواب القفزة $x_a(t)$ أو عامل التحويل $h(t)$، مدخل التردد المركب $F(j\omega)$ أو تابع الانتقال $G(p)$. (انظر الجدول 31) في الملحق.

إيجاد معادلة الإشارة عن طريق مدخل التردد

مثال: إن تصرف P_1 بشكل شبكة كهربائية (سلوك نسبي مع تباطؤ ذو درجة أولى).



الشكل 295

$$F(j\omega)=\frac{u_a(j\omega)}{u_e(j\omega)}=\frac{\frac{R_2}{R_1+R_2}}{\frac{R_2}{R_1+R_2}R_1Cj\omega+1}$$

مع $K=\frac{R_2}{R_1+R_2}$ و $T=KR_1C$ ينتج الشكل العام:

مدخل التردد المركب

$$F(j\omega)=\frac{x_a(j\omega)}{x_e(j\omega)}=\frac{K}{Tj\omega+1}$$

التحليل إلى قسم تخيلي وحقيقي

$$F(j\omega)=|F(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$$

$$=\frac{K}{1+\omega^2T^2}-j\frac{\omega T}{1+\omega^2T^2}$$

ينتج من مدخل التردد مع محلل تفاضلي

$$(Tj\omega+1)\,x_a=Kx_e$$

$$T\dot{x}_a(t)=x_a(t)=Kx_e(t)$$

$\frac{d}{dt} = j\omega$ معادلة الإشارة

وتابع الانتقال $(p = j\omega)$

$$G(p) = \frac{X_a(p)}{X_e(p)} = \frac{K}{Tp+1}$$

تابع الانتقال من أجل

$$h(t) = \frac{x_a(t)}{x_S} = L^{-1}\left\{\frac{G(p)}{p}\right\}$$

$$x_e(t) = \begin{cases} 0 \text{ من اجل } t < 0 \\ x_S = \text{const. من اجل } t \geq 0 \end{cases}$$

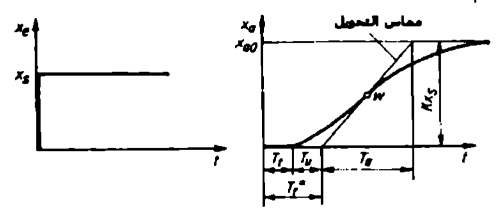
من جواب القفزة يمكن إيجاد القيم:

T_t الزمن الميت

T_u زمن التأخير

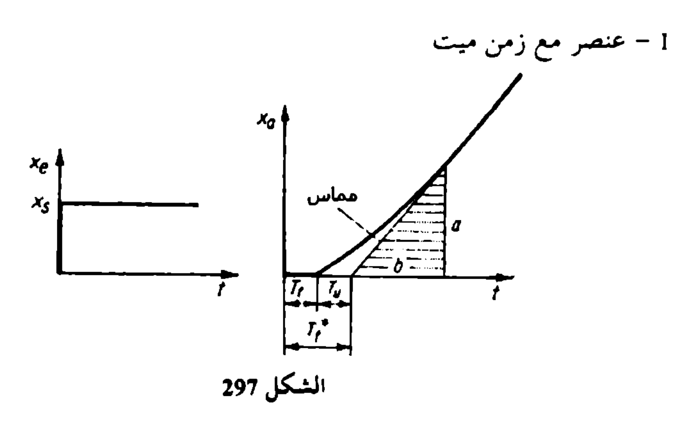
T_g زمن التعادل

T_t^* زمن المكافئ



الشكل 296

I - عنصر مع زمن ميت



الشكل 297

عامل الانتقال التكاملي (منسوب على سرعة التغيير في الحالة الساكنة) $K_1 = \frac{a/b}{x_s}$

زمن المكافئ $T_t^* = T_t + T_u$

عناصر – P: وصف متقارب من خلال T_a، T_t^*، K (الشكل 296)

عناصر – I: وصف متقارب من خلال T_t^*، K_I (الشكل 297)

2.1 سمات عناصر الانتقال أثناء التوصيل المتسلسل بانتظام

a) عدة عناصر تباطؤ:

النظام الأول ومنه واحداً مع ثابت زمني كبير نسبياً T_g

والباقي مع ثابت زمني صغير نسبياً T_{k1}، T_{k2}، ... T_{kn}

حيث $T_{ki} < 0.05\ T_g$

$$T_t^* \approx \sum_{i=1}^{n} T_{ki}$$
$$T_a \approx T_g$$

b) عنصري تباطؤ، ذو ترتيب عشوائي مع زمن ميت مكافئ T_{t1}^* و T_{t2}^* وأزمنة التعادل T_{a1} وT_{a2}، حيث ثوابت الزمن T_{a1}، T_{a2} = (0.05 ... 1.0) (C من الجدول 30)

$$T_t^* \approx T_{t1}^* + T_{t2}^* + cT_{a1}$$
$$T_a \approx T_{a1} + T_{a2}$$

الجدول 30

$\frac{T_{a1}}{T_{a2}}$	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1.0
c	0.75	0.63	0.53	0.47	0.42	0.36	0.32	0.28

سلوك (المسافة): مع دارة تحكم ذات دورة واحدة

$\frac{T_a}{T_t^*}$ { قابل للتحكم بشكل جيد >10 ؛ قابل للتحكم بشكل معقول ≈ 6 ؛ قابل للتحكم بشكل سيء <3 }

2. توصيلات عناصر الانتقال

الجدول 32

$F = F_1 F_2$	x_e → F_1 → x_{a1} x_{e2} → F_2 → x_a

$F = F_1 + F_2$	
$F = \dfrac{1}{\dfrac{1}{F_v} + F_r}$ $F = \dfrac{F_v}{1 + F_v F_r}$ $F \approx \dfrac{1}{F_r}$ من اجل $F_v \to \infty$	عنصر التقديم F_v عنصر التأخير F_r

3. قواعد الضبط (التعيير)

قيم الضبط للمنظم - PID - حسب Ziegler-Nichols (الجدول 33)
بيانات التعريف للمسافة غير معروفة

K_{crit} عامل الانتقال الحرج
T_{crit} زمن الدورة للاهتزاز الدائم

الجدول 33

المنظم	K_R	T_I	T_D
P	0.50 K_{crit}	-	-
PI	0.45 K_{crit}	0.85 T_{crit}	-
PID	0.60 K_{crit}	0.50 T_{crit}	0.12 T_{crit}

الضبط المناسب للمنظمات في المسافات مع توازن حسب Oppelt (الجدول 34)، بيانات التعريف للمسافة غير محددة

T_t الزمن الميت
T_a زمن التعادل
T_u زمن التأخير
K_R عامل انتقال المنظم
K_S عامل انتقال المسافة

الجدول 34

المنظم	K_R	T_I	T_D
P	$\frac{T_a}{(T_t + T_u)K_S}$	-	-
PI	$0.8\frac{T_a}{(T_t + T_u)K_S}$	$3(T_t + T_u)$	-
PD	$1.2\frac{T_a}{(T_t + T_u)K_S}$	-	$0.25(T_t + T_u)$
PID	$1.2\frac{T_a}{(T_t + T_u)K_S}$	$2(T_t + T_u)$	$0.42(T_t + T_u)$

4. بديهيات الاستقرار حسب Hurwitz

(كل العوامل $a_i \neq 0$ ولها نفس الإشارة)

الجدول 35

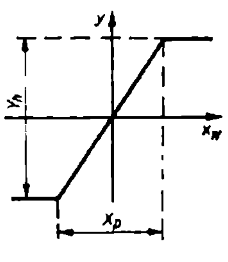
ترتيب المعادلات	المعادلة المميزة والمقارنة التابعة لها	شروط الاستقرار
1	$a_1\lambda + a_0 = 0$	بنية مستقرة
2	$a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$	بنية مستقرة
3	$a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$	$a_3a_0 - a_2a_1 < 0$
4	$a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$	$a_4a_1^2 + a_3^2a_0 - a_3a_2a_1 < 0$

5. المنظمات الخطية الدائمة

المنظم التناسبي – P (الشكل 298)

عامل الانتقال يطبق فقط في المجال النسبي

$$K_R = \frac{y}{x_w} = \frac{Y_h}{X_p}$$



الشكل 298

X_p	مجال التناسب	(في الواحدات لقيم المـــنظم أو محيط المقياس)
Y_h	مجال التعيير الكلي	
x_w	انحراف المنظم	
y	قيمة التعيير	

المنظم التكاملي - I (الشكل 299)

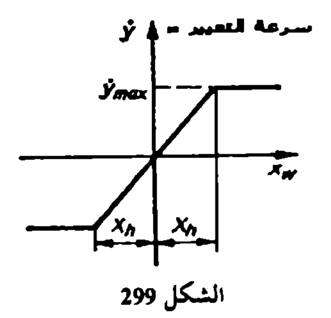
عامل الانتقال التكاملي $K_I = \dfrac{\dot{y}}{x_w}$

X_h مجال التشغيل (هذا التغيير يبدأ بسرعة التعيير مـــن الصفر حتى القيمة العظمى) $\dot{y}_{max} = K_I X_h = \dfrac{Y_h}{T_y}$

T_y زمن التعيير في هذا الزمن يعمل مجال التعيير عنـــد أكبر ما يمكن لسرعة التعيير

$$\dot{y} = \frac{Y_h}{T_y X_h} x_w$$

$$T_y = \frac{x_w}{\dot{y}} = \frac{1}{K_I}$$



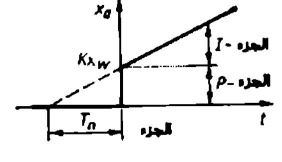
الشكل 299

المنظم - PI الشكلين (300 و 301) تناسبي - تكاملي

جواب القفزة بـــ $x_w = const$ $y = K_R x_w + K_I x_w t$

T_I زمن التكامل في المنظمات $T_I = \dfrac{K_R}{K_I}$

T_n زمن التعيير اللاحق



الشكل 301

الشكل 300

معادلة المنظم PI العامة $y = K_R\left(x_w + \dfrac{1}{T_n}\int x_w\,dt\right)$

$$x_a = K(x_e + K_I \int x_e\,dt)$$

انظر أيضاً الجدول 36 $G(p) = K + \dfrac{K_I}{p}$

المنظم PD – الشكل (302) تناسبي – تفاضلي

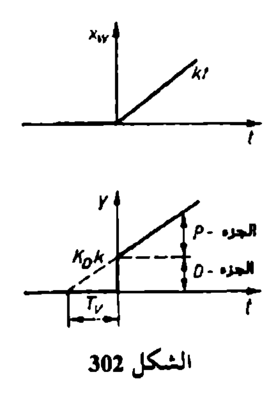
المعادلة العامة $G(p) = K\,(1 + T_D p)$، انظر الجدول (36) $X_a = K(X_e - T_D \dot{X}_e)$

$$x_a = K(x_e + T_D x_e)$$

T_D زمن التفاضل عند المنظم $T_D = \dfrac{K_D}{K}$

T_V زمن الإيقاف الأولي

جواب التزايد بـــ $x_w = kt$ (تزايد خطـــي عنـــد المدخل) $y = K_R(kt + T_v k) = Kk(t + T_v)$



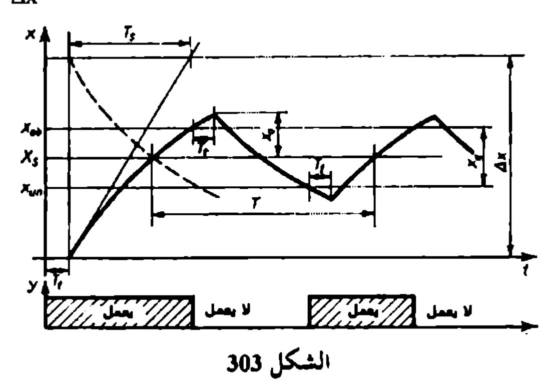
الشكل 302

6. المنظمات غير الدائمة

منظم ثنائي النقط على مسافات مع موازنة

(في مجال $X_s \pm x_0$ تقترب حركة العمل عن طريق الاستقلال الخطي)

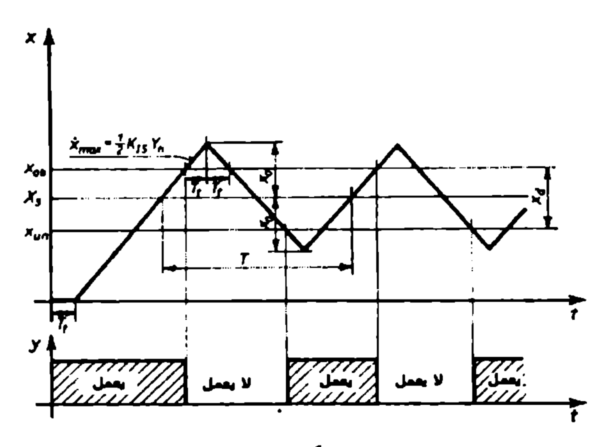
مدة الاهتزاز لخلوص المنظم (الشكل 303) $T = 4T_t + 4\frac{x_d T_S}{\Delta x}$



الشكل 303

تردد التوصيل $f_s = \frac{1}{T}$

سعة حركة العمل للمسافة بدون موازية (الشكل 304) $x_0 = \frac{T_t}{2T_S}\Delta x + \frac{1}{2}x_d$

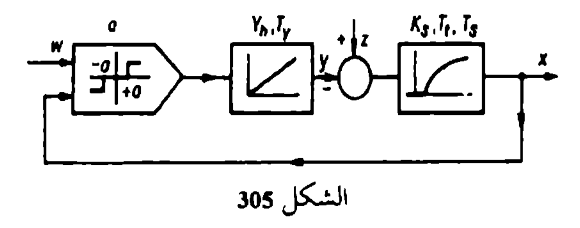


الشكل 304

الزمن الدوري لخلوص المنظم $T = 4T_t + 4\frac{x_d}{K_{IS}Y_h}$

سعة حركة العمل $x_0 = \frac{1}{2}K_{IS}Y_hT_t + \frac{1}{2}x_d$

منظم ذو حركتين (شبيه للمنظم – 1) (شكل 305)



الشكل 305

زمن الضبط T_y، مجال الضبط Y_h، قيمة توافقية a

$$\left(\frac{y}{a}\right)_{crit} \approx \begin{cases} \frac{2}{K_S T_t} & \text{من أجل} \quad \frac{T_S}{T_t} \approx 20 \\ \frac{1}{K_S T_t} & \text{من أجل} \quad \frac{T_S}{T_t} \approx 10 \end{cases}$$

$$\left(\frac{y}{a}\right)_{\text{الموافقة}} \approx \begin{cases} \frac{1}{K_S T_t} & \text{من أجل} \quad \frac{T_S}{T_t} \approx 20 \\ \frac{1}{2K_S T_t} & \text{من أجل} \quad \frac{T_S}{T_t} \approx 10 \end{cases}$$

سرعة التعيير $v = \frac{Y_h}{T_y}$

7. الإرجاع (الإعادة)

الجدول 36

الرمز	تابع النقل G(p)	سلوك الإرجاع (عنصر متقدم هو مضخم مع تضخيم ∞ ←)	الشرح
		$G_r(p) = \frac{1}{G(p)}$ من أجل $G_v \to \infty$	
P	K	$K_r = \frac{1}{K}$	قاس
PI	$K\left(1+\frac{1}{T_I p}\right)$	$\frac{K_r p}{T_r p+1} = \frac{\frac{T_I}{K} p}{T_I p+1}$	متأخر
PD	$K(1 + T_D p)$	$\frac{K_r}{T_r p+1} = \frac{\frac{1}{K}}{T_D p+1}$	متباطئ
PID	$K\left(1+\frac{1}{T_I p}+T_D p\right)$	$\frac{K_r p}{T_2{}^2 p^2 + T_I p+1} = \frac{\frac{T_I}{K} p}{T_I T_D p^2 + T_I p+1}$	متباطئ ومتأخر

سلوك الزمن للتوصل الكلي: الرمز، تابع النقل G(p).

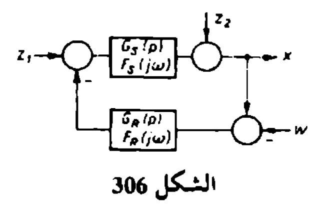
8. المنظم الدائري الخطي الدائم الحلقي

z_1 تشويش التغذية

z_2 تشويش الحمل

w تغيير قيم القيادة

[التعليل (p) أو (jω)]



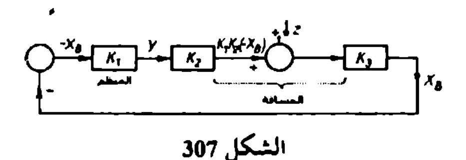
الشكل 306

$$x(p) = \frac{G_S(p)z_1 + z_2 + G_S(p)G_R(p)w}{1 + G_S(p)G_R(p)};$$

$$x(j\omega) = \frac{F_S(j\omega)z_1 + z_2 + F_S(j\omega)F_R(j\omega)w}{1 + F_S(j\omega)F_R(j\omega)}$$

الانحراف المتبقي في المنظم X_B

تشويش في المسافة (فقط عناصر – P، شكل 307)



الشكل 307

انحراف القاعدة دون تحكم (تضخيم الدارة) $x_0 = K_3 z$

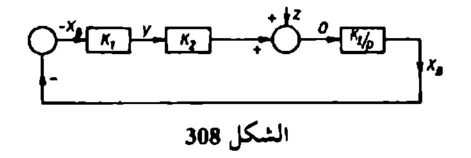
$$V_0 = K_1K_2K_3$$

$$X_B = \frac{K_3 z}{1 + K_1K_2K_3} = \frac{1}{1 + V_0} x_0$$

عامل المنظم $R = \frac{X_B}{x_0} = \frac{1}{1 + V_0}$

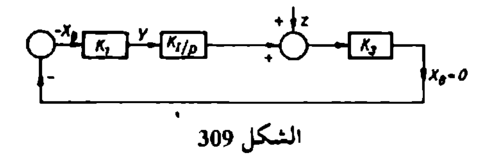
تشويش قبل العنصر - I

الانحراف المتبقي في المنظم $X_B = \frac{z}{K_1K_2}$



الشكل 308

تشويش بعد العنصر 1



الشكل 309

الانحراف المتبقي في المنظم (الشكل 309) $X_B = 0$ (نظرياً)

خطأ السرعة $\delta = \frac{\dot{x}_a}{KK_1}$

9. تحويلات Laplace

1.9 قواعد الحساب والتطابق

الجمل الخطية

الضرب مع عامل ثابت وجملة التقاطع $Af(t)$ o-• $AF(p)$

تطبق في مجال الزمن والشكل $f_1(t) + f_2(t) + \ldots + f_n(t)$

o-• $F_1(p) + F_2(p) + \ldots + F_n(p)$

الإبدال الخطي $f(at - t_t)$ o-• $\frac{1}{a} e^{-t_t p} F\left(\frac{p}{a}\right)$

في المجال العلوي $t_t > 0$، حقيقي $a > 0$

جملة الإزاحة من أجل $a = 1; t_t > 0$

جملة التشابه من أجل $a \neq 1; t_t = 0$

الإبدال الخطي $F(ap + b)$ •-o $\frac{1}{a} e^{-\frac{b}{a}t} f\left(\frac{t}{a}\right)$

في المجال السفلي $a > 0$

قانون التشابه من أجل $a \neq 1; b = 0$

(الجدول 37) مطابقات تحويلات *Laplace*

التابع	المجال العلوي المجال الزمني $f(t)\ (t \geq 0)$	المجال السفلي المجال الشكلي $F(p)$
نبضة ديراك	$\delta(t)$	1
قفزة واحدية	$1(t)$	$\frac{1}{p}$
التابع الأسي	$\frac{t^{n-1}e^{p_0 t}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{(p-p_0)^n}$
اهتزاز توافقي غير متخامد	$\sin \omega_0 t$	$\frac{\omega_0}{p^2+\omega_0^2}$
	$\cos \omega_0 t$	$\frac{p}{p^2+\omega_0^2}$
بعض الاشتقاقات من المطابقات العلوية	$e^{p_0 t}$	$\frac{1}{p-p_0}$
	$e^{p_0 t}$	$\frac{1}{p+p_0}$
	t	$\frac{1}{p^2}$
	t^2	$\frac{2}{p^3}$
	$t^n;\quad n \geq 0$	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
تبدأ القفزة الواحدية من الزمن $t_0 > 0$ =	$f(t) = \begin{cases} 0 \text{ من أجل } t < t_0 \\ 1 \text{ من أجل } t \geq t_0 \end{cases}$	$\frac{e^{-t_0 p}}{p}$

قانون التفاضل

$$\frac{df(t)}{dt} = f'(t); \frac{d^2f(t)}{dt^2} = f''(t)$$

$f(t) \quad o\text{-}\bullet \; F(p)$

$f'(t) \quad o\text{-}\bullet \; pF(p) - f(+0)$

$f''(t) \quad o\text{-}\bullet \; p^2F(p) - pf(+0) - f'(+0)$

الخ

....

$$f^{(n)}(t) \; o\text{-}\bullet \; p^nF(p) - p^{n-1}f(+0) - p^{n-2}f'(+0) - \ldots - pf^{(n-2)}(+0) - f^{(n-)}(+0)$$

تبسط إلى

عندما تكون كافة الشروط الابتدائيـــة للتابع الزمني تساوي الصفر

$f(t) \quad o\text{-}\bullet \; F(p)$

$f'(t) \quad o\text{-}\bullet \; pF(p)$

إن التفاضل في المجال الزمني يطابق فقط جداء تابع الشكل مع p

$f''(t) \quad o\text{-}\bullet \; p^2F(p)$

....

$f^{(n)}(t) \quad o\text{-}\bullet \; p^nF(p)$

قانون التكامل

يطابق التكامل في المجال الزمني القسمة على p لتابع الشكل.

$$\int_0^t f(t)\,dt \; o - \bullet \frac{1}{p}F(p)$$

قوانين النهايات

$$\lim_{t\to+0} h(t) = \lim_{p\to+\infty} G(p) = \lim_{\omega\to+\infty} F(j\omega)$$

$$\lim_{t\to+\infty} h(t) = \lim_{p\to+0} G(p) = \lim_{\omega\to+0} F(j\omega)$$

تصميم الآلات

المقدمة (المدخل)

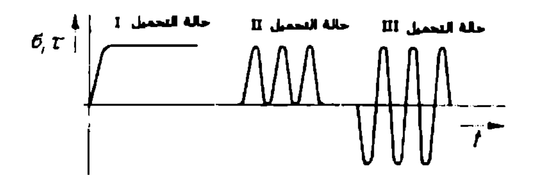
تشمل الصيغ الهندسية لعلم تصميم الآلات على :

1. حساب قيم التوابع: مثلاً: القوى، العزوم الاستطاعات، السرع، التسارعات.
2. حساب القيم التصميمية: مثلاً: الأبعاد حسب تأثير الإجهادات.

إن قابلية الحمل للمادة، يُعبر عنها نوعياً من خلال قيم المتانة والإجهادات للمادة، وتتفرع من أجل الحساب بشكل أساسي إلى ثلاثة أقسام:

1. حساب المشروع	حساب بشكل غير مباشر للأبعاد
2. إثبات الإجهاد أو إثبات الأمان	حساب الإجهاد المتولد (الأمان) ومقارنة مع الإجهاد المسموح به (الأمان المطلوب).
3. حساب قابلية التحميل	حساب الحمل الأعظمي المطبق.

بالإضافة لذلك قيم عملية للإجهاد المسموح حسب حالات التحميل، الجدول 38 والشكل 310.



الشكل 310 مخطط الحمولة لحالات التحميل

يتم غالباً تطبيق الحساب مع عوامل أمان أولية، بدلاً من الإجهادات المعطاة المسموح بها.

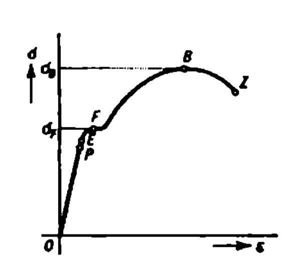
في الإجهادات الستاتيكية (انسيابية)

الأمان مقارنة مع الانحياء القسري في الإجهاد الطبيعي $S_B = \frac{\sigma_B}{\sigma}$

الأمان مقارنة مع الانهيار الطبيعي في الإجهاد الناظمي $S_B = \frac{\tau_B}{\tau}$ $S_B = 3 \ldots 4$

τ_B، σ_B متانة الانهيار (الانكسار)

(مثلاً من مخطط الاجهاد والانفعال، الشكل 311)



الشكل 311 مخطط الإجهاد والانفعال

الجدول 38) القيم العملية للإجهادات المسموح بها

في الميكانيك (تصميم الآلات) بشكل عام (حسب Tauscher)

مادة الفولاذ	حالة التحميل	الإجهاد المسموح به $\frac{N}{mm^2}$ (1)			
		الشد والانضغاط	الانعطاف	القص	الفتل والانسحاب
St 34	I	110	115	90	60
	II	92	95	74	52
	III	50	60	40	33
St 38	I	120	130	96	70
	II	96	110	77	60
	III	55	70	45	40
St 42	I	125	150	100	80
	II	110	130	87	70
	III	65	85	50	43

مادة الفولاذ	حالة التحميل	الإجهاد المسموح به $\frac{N}{mm^2}$ (1)			
		الشد والانضغاط	الانعطاف	القص	الفتل والانسحاب
St 50	I	155	180	125	95
	II	135	160	110	83
	III	75	105	60	54
St 60	I	180	210	145	110
	II	160	185	125	95
	III	85	120	70	62
St 70	I	210	245	170	130
	II	175	220	140	115
	III	100	135	80	75
GS 38 متوهج	I	110	130	90	66
	II	85	100	70	50
	III	50	60	40	27
GS 45 متوهج	I	130	145	110	77
	II	90	120	80	61
	III	60	70	50	36

1) 1 N/mm^2 = 1 MPa ≈ 10 kp/cm^2

المادة من الحديد الصب	حالة التحميل	الإجهاد المسموح به $\frac{N}{mm^2}$			
		الشد القص والانزلاق	الضغط	الانعطاف(2)	الفتل(2)
GG 12	I	40	100	40 ... 70	25 ... 50
	II	35	80	35 ... 50	22 ... 45
	III	25	25	25 ... 40	16 ... 30
GG 26 TGW 35	I	80	200	80 ... 140	50 ... 100
	II	70	160	70 ... 100	45 ... 90
	III	50	50	50 ... 80	32 ... 60

(2) حسب شكل المقطع والمساحة

عند التحميل الستاتيكي والديناميكي

الأمان مقارنة مع السيلان (التشكيل البلاستيكي) عند الإجهاد الناظمي $S_F = \frac{\sigma_F}{\sigma}$ او $S_F = \frac{\sigma_F}{\sigma_0}$

الأمان مقارنة مع السيلان (التشكيل البلاستيكي) عند الإجهاد المماسي $S_F = \frac{\tau_F}{\tau}$ او $S_F = \frac{\tau_F}{\tau_0}$

$S_F = 1.3 \ldots 2.0$ أعلى قيمة عند التحميل بالصدم

σ_F, τ_F الإجهاد في حدود السيولة (مثلاً من مخطط الإجهاد، والتمدد، الشكل 311)

σ, τ الإجهاد الاسمي

σ_0, τ_0 الإجهاد العلوي

في الإجهاد الديناميكي

عامل الأمان مقارنة مع الدائم عند الإجهاد الناظمي $S_D = \frac{\sigma_G}{\sigma_a}$

عامل الأمان مقارنة مع الكسر الدائم عند الإجهاد المماسي $S_D = \frac{\tau_G}{\tau_a}$

$S_D = 1.3 \ldots 3.5$ أعلى قيمة عند أقوى حمل بالصدم

σ_a, τ_a ذبذبة الإجهاد

متانة التشكيل عند الإجهاد الناظمي $\sigma_G = \frac{\sigma_A Kx}{\beta_k}$

متانة التشكيل عند الإجهاد المماسي $\tau_G = \frac{\tau_A Kx}{\beta_k}$

σ_A, τ_A ذبذبة الإجهاد للمتانة الدائمة (مثلاً من مخطط المتانة الدائمة، الشكلين 312a، و312b)

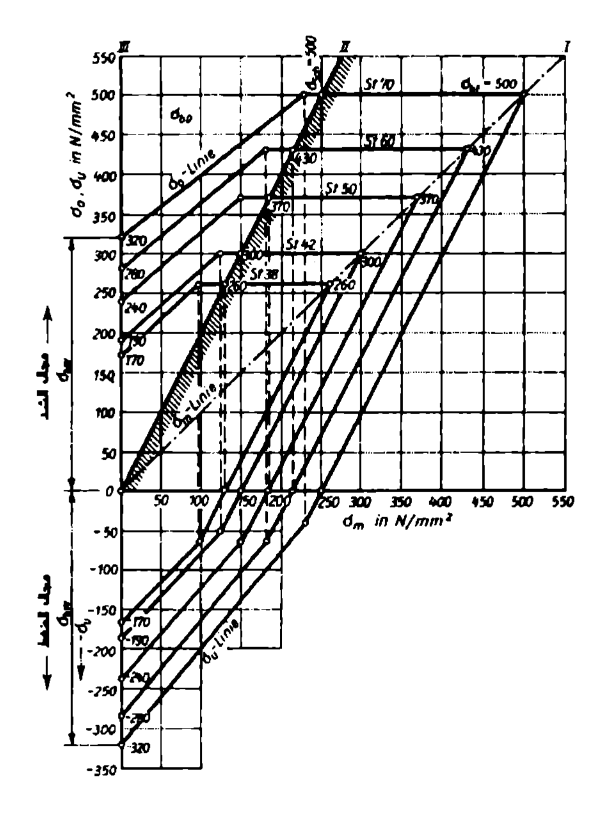
x عامل السطح الخارجي (مثلاً من الشكل 314a)

K عامل تحديد الأبعاد

β_K عامل تأثير الحز

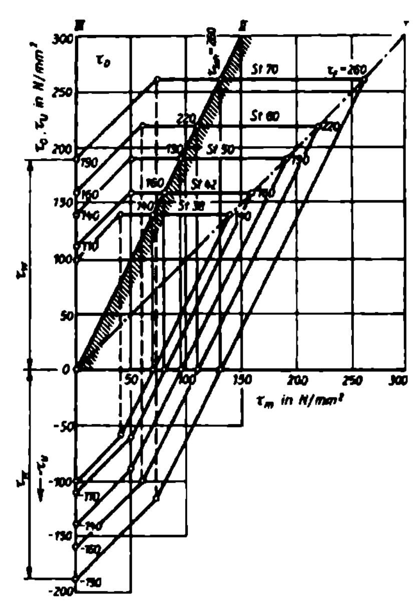
(مثلاً من الشكل 313) (مثلاً من الشكلين 314b حتى 314d)

إن الاعتبارات الأخيرة هي لبقية قيم التأثير، كـــشكل المقطـــع، اللاإيزونتـــروبي، انخفاضات الجهد.



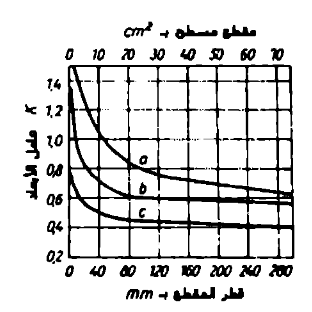
الشكل 312a مخطط المتانة الدائمة

متانة الانعطاف الدائمة σ_{bD} للفولاذ ذو المادة الحجرية غير مخلوطة معدنياً



الشكل 312b مخطط المتانة الدائمة

متانة الفتل الدائمة τ_D للفولاذ ذو المادة الحجرية غير مخلوطة معدنياً



الشكل 313 استمرار لعامل الأبعاد K

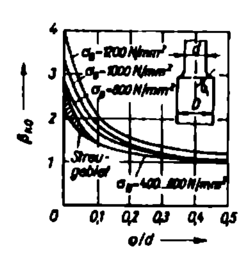
a) محاور دوارة مع مضغوطة

b) قضبان دائرية، المحاور الثابتة والدوارة   c) قضبان مسطحة

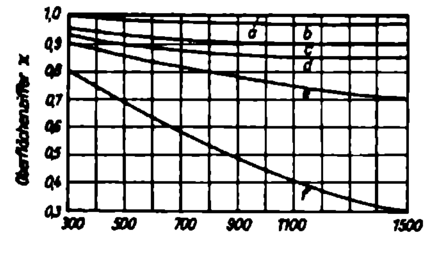
إيجاد عامل تأثير الحز للمحاور ذات شق مفرغ $\beta_k = c(\beta_{k0} - 1) + 1$

β_{k0} عامل تأثير الحز للمحاور ذات شق مفرغ بنسبة أقطار محدودة (مثلاً من الأشكال 314b و314c)

c عامل التحويل الحسابي (مثلاً من الشكل 314d



الشكل 314b، عامل تـأثير الحـز β_{k0} للمحاور المجهدة بالانعطاف ذات شق مفرغ من أجـل D/d = 2 أوجـدت للمحاور ذات قطر d = 30 mm



a) متانة الشد σ_B بـ N/mm²

الشكل 314a استمرار لعامل السطح

a مصقول ناعم (R_t < 0.4 µm)

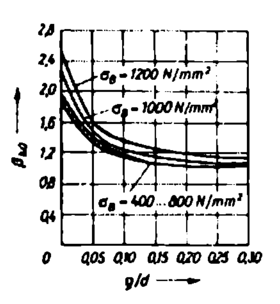
b مصقول ناعم متوسط (R_t < 1 µm)

c مجلوخ ناعم (R_t = 1 ... 4 µm)

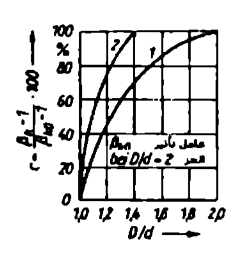
d مجلوخ ناعم متوسطاً أو مطلـى (R_t = 4 ... 16 µm)

e (R_t = 25 ... 160 µm)

f جلد حديد الصلب أو قـشرة أسطوانية (R_t = 160 ... 630 µm)



الشكل 314c، عامل تأثير الحز β_{ko} للمحاور المجهدة بالفتل مع شقوق مفرغة من أجل D/d = 1.4



الشكل 314d عامل تحويل الحساب c من أجل تأثير نسب أقطار أخرى على عامل تأثير الحز للمحاور ذات الشقوق المفرغة

1 للانعطاف من أجل D/d < 2 (الشكل 314b)

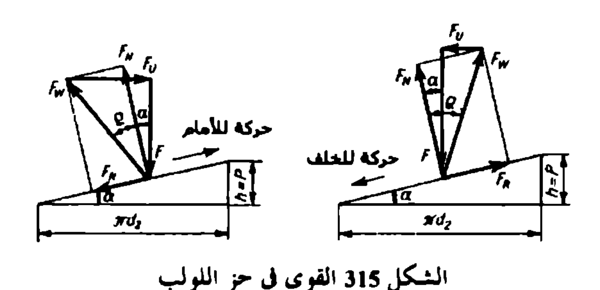
2 للفتل من أجل D/d < 1.4 (الشكل 314c)

1. براغي التثبيت

1.1 براغي الربط

(القوى في حز اللولب)

(تطبق أيضاً لبراغي الحركة)



الشكل 315 القوى في حز اللولب

القوة المحيطية أثناء الحركة للأمام $F_U = F \tan(\alpha + \rho')$

القوة المحيطية أثناء الحركة للخلف $F_U = F \tan(\alpha - \rho')$

عامل الاحتكاك المختزل $\mu' = \tan\rho' = \dfrac{\mu}{\cos\beta}$

ρ' زاوية الاحتكاك المختزلة

عزم الدوران $M_t = F_U \dfrac{d_2}{2} = F \dfrac{d_2}{2} \tan(\alpha + \rho')$

d_2 قطر حلقة الإحكام

عزم الشد في اللولب $M_{GA} = F\left[\dfrac{d_2}{2}\tan(\alpha + \rho') + \mu r_A\right]$

r_A نصف القطر لعزم احتكاك الموقع

$r_A \approx 0.7d$

شرط الكبح الذاتي $\rho' < \alpha$

المردود $\eta = \dfrac{\tan\alpha}{\tan(\alpha + \rho')}$

1.1.1 البراغي المجهدة طوليا بدون إجهاد مسبق

الإجهاد الستاتيكي

إجهاد الشد أو الضغط $\sigma_{z,d} = \dfrac{F_B}{A_S}$

F_B قوة التشغيل

A_S مقطع الإجهاد

الأمان مقارنة مع السيلان $S_F \geq 1.3$ $S_F = \dfrac{\sigma_F}{\sigma_{z,d}}$

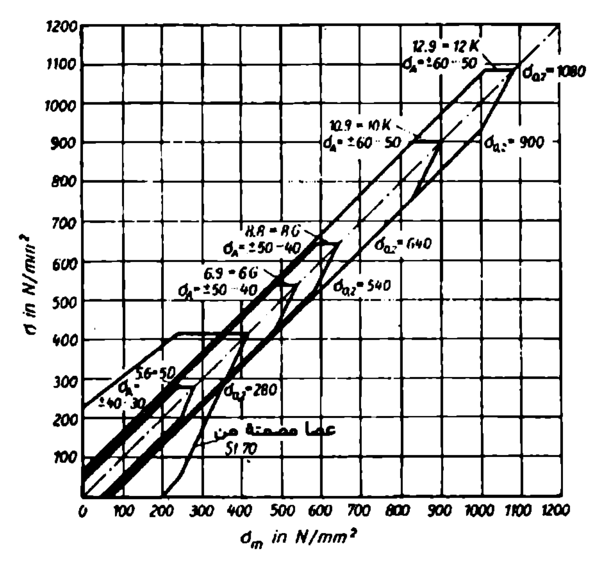
الإجهاد الديناميكي

ذبذبة الإجهاد $\sigma_a = \dfrac{F_{B\max} - F_{B\min}}{2A_S}$

الأمان مقارنة مع الانهيار الدائم $S_D \geq 1.3$ $S_D = \dfrac{\sigma_A}{\sigma_a}$

σ_A متانة التشكيل (المتانة الدائمة) للبراغي

الشكل (316)



الشكل 316 متانة التشكيل (المتانة الدائمة) للبراغي

2.1.1 البراغي المجهدة طوليا مع إجهاد مسبق

قوة الاختلاف

$$F_D = F_B \frac{\Delta l_B}{\Delta l_B + \Delta l_S} = F_B \frac{C_S}{C_B + C_S}$$

Δl_S استطالة البرغي

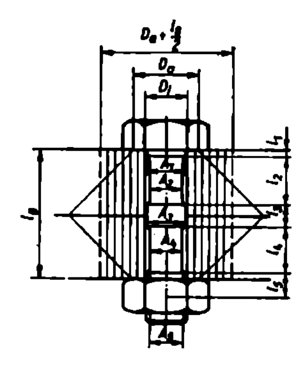
Δl_B تقصير أجزاء التركيب

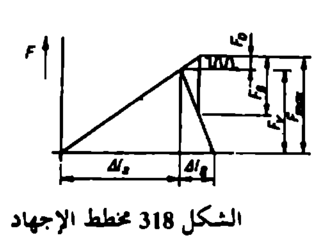
القوة الواحدية (ثابت النابض) للبرغي

$$C_S = \frac{E_S}{\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2} + \ldots}$$

E_S معامل المرونة لمادة البرغي

l_1، A_1، l_2، A_2 ... أطوال ومقاطع أجـــزاء البرغي بدون شرار أو مع شرار





الشكل 318 مخطط الإجهاد

المقاطع $A_1 \dots A_5$

الشكل 317 براغي الربط المجهدة طولياً ديناميكياً مع إجهاد مسبق

القوة الواحدية (ثابت النابض) للأجـــزاء المركبة

$$C_B = \frac{\pi E_B\left[\left(D_a + \frac{l_B}{2}\right)^2 - D_i^2\right]}{4l_B}$$

E_B معامل المطيلية لأجزاء المادة المركبة

l_B, D_a, D_i الأبعاد، انظر الشكل 317

القوة الأعظمية

$$F_{max} = F_v + F_D$$

F_v قوة مسبقة الإجهاد

إجهاد الشد

$$\sigma_z = \frac{F_{max}}{A_S}$$

إجهاد الفتل

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_p} = \frac{M_t}{\frac{\pi}{16} d_3^3}$$

d_3 قطر النواة

إجهاد المقارنة

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_t^2}$$

الأمان مقارنة مع السيلان $S_F \geq 1.3$

$$S_F = \frac{\sigma_F}{\sigma_v}$$

ذبذبة الإجهاد

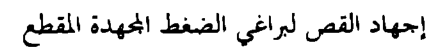
$$\sigma_a = \frac{F_D}{2A_S}$$

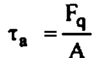
الأمان مقارنة مع الانهيار الدائم $S_D \geq 1.3$

$$S_D = \frac{\sigma_A}{\sigma a}$$

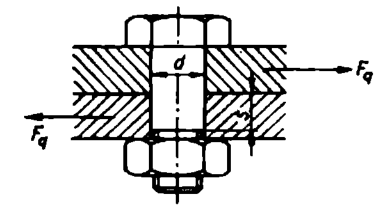
σ_A متانة التشكيل (المتانة الدائمة) للبراغي (الشكل 316)

3.1.1 *البراغي المجهدة عرضيا*

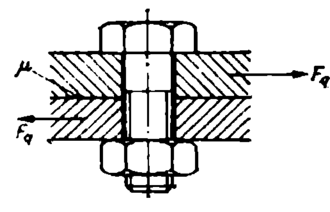

إجهاد القص لبراغي الضغط المجهدة المقطع



$$\tau_a = \frac{F_q}{A}$$



الشكل 319 برغي ضغط بجهد المقطع
(إقفال بالشكل)



الشكل 320 برغي اختراق مجهد المقطع
(إقفال بالاحتكاك)

انضغاط السطوح (ضغط أقراص الثقب) في البراغي الملائمة المجهدة المقطع

$$p = \frac{F_q}{ds}$$

قوة البرغي الأعظمية في القفل الاحتكاكي

$$F_{max} = \frac{S_q F_q}{\mu}$$

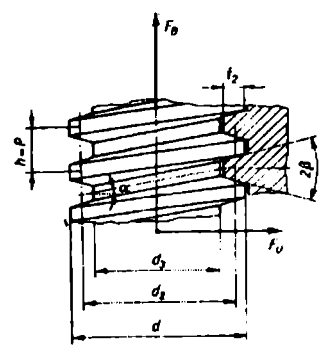
S_q أمان الانزلاق

S_q = 1.1 بشكل عام

الحساب الدقيق لمتانة البرغي يطابق البراغي المجهدة طولياً مع إجهاد مسبق، حيث $F_{max} = F_v$

2. براغي الحركة

(الحلزون اللولبي) الشرار



الشكل 321 براغي الحركة مع شرار ذو شبه منحرف

إجهاد الضغط أو الشد $\sigma_{z,d} = \frac{F_B}{A_q}$

A_q مقطع النواة

إجهاد الفتل $\tau = \frac{M_t}{W_p} = \frac{M_t}{\frac{\pi}{16} d_3^3}$

إجهاد المقارنة $\sigma_v = \sqrt{\sigma_{z,d}^2 + 3\tau_t^2}$

الأمان بالمقارنة مع السيلان $S_v \geq 1.3$ $S_v = \frac{\sigma_F}{\sigma_v}$

انضغاط السطوح حلزوني/عزقة $p = \frac{F_B}{\pi d_2 l_2 n}$

n عدد مداخل الشرار

ارتفاع العزقة (الصامولة) $m = hn$

مردود النحافة (في حلزون الضغط، مادام فحصه بالمقارنة مع التحنيب مطلوباً) $\lambda = \frac{l_K}{i}$

l_K طول التحنيب

i نصف قطر العطالة

هناك حسابات إضافية حسب Euler في حال $\lambda \geq \lambda_p$، وحسب Tetmajer في حال $\lambda < \lambda_p$ انظر الميكانيك الهندسي.

يمكن حساب الأمان بالمقارنة مع إجهاد الكسر في حالة الإجهادات الديناميكية بشكل مطابق لحساب المحاور الدوارة ص258.

عندها يجب إيجاد متانة الهيكل σ_G أو τ_G وذبذبات الإجهادات σ_a أو τ_a

3. الربط بالشرار والخوابير

1.3 الربط بالشرار

عزم الانعطاف (أعظمياً) $M_b = \frac{F}{4}\left(1 - \frac{b}{2}\right)$

إجهاد الانعطاف (الأعظمي) $\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{8F\left(1 - \frac{b}{2}\right)}{\pi d^3}$

W عزم المقاومة

انضغاط السطوح شرار/عمود $P_{St} = \frac{F}{bd}$

انضغاط السطوح شرار/شوكة $P_G = \frac{F}{2ds}$

2.3 الربط بالخوابير

خابور الإدخال

عزم الانعطاف (أعظمياً) $M_b = Fh$

إجهاد الانعطاف (أعظمياً) $\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{32Fh}{\pi d^3}$

انضغاط السطوح (أعظمياً) $p = \frac{F(6h + 4s)}{ds^2}$

الخابور القطري

إجهاد القص $\tau = \frac{4M_t}{\pi D_w d^2}$

ضغط السطوح خابور/صرة $p_N = \frac{4M_t}{(D_N{}^2 - D_w{}^2)d}$

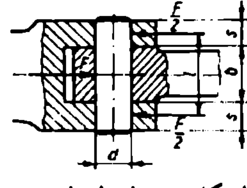
انضغاط السطوح خابور/محور (أعظمياً) $p_w = \frac{6M_t}{D_w^2 . d}$

الخابور الطولي (خابور محوري)

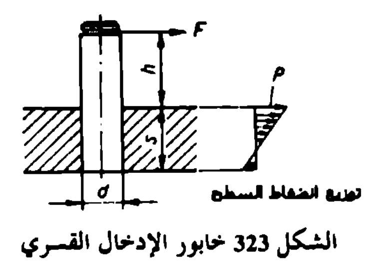
انضغاط السطوح خابور/صرة $p = \frac{4M_t}{Dd l}$

مع خابور/محور

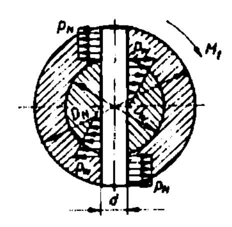
l الطول المحمول للخابور



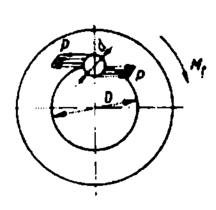
الشكل 322 الربط بالشرار



الشكل 323 خابور الإدخال القسري



الشكل 324 خابور قطري



الشكل 325 خابور طولي

4. الروابط الأحكام للمحاور والصرة

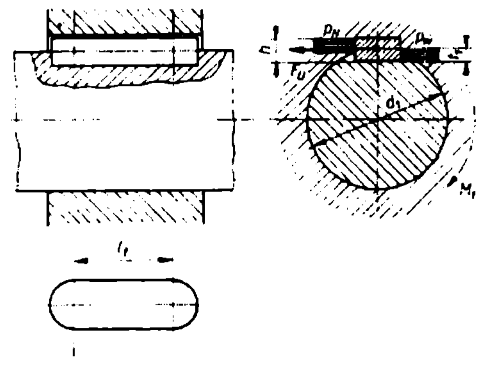
1.4 نوابض الأحكام (الضغط)

القوة المحيطية (في محيط المحور) $F_U = \frac{2M_t}{d_1}$

ضغط السطوح نابض/محور $p_W = \frac{F_U}{t_1 l_t}$

ضغط السطوح نابض/صرة $p_N = \frac{F_U}{(h \quad t_1) l_t}$

l_t طول النابض المحمول



الشكل 326 الربط بنوابض الضغط

2.4 المساقط الجانبية للمحاور والصرة

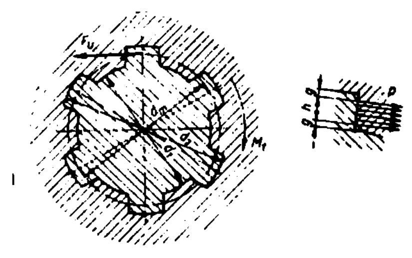
خابور ذو أجنحة كثيرة

قوة محيطية (في محيط المحور الوسطي) $F_U = \frac{2M_t}{d_m}$

ضغط السطوح $p = \frac{F_U}{0.75 i h l_t}$

% 75 = 0.75 من جزء المساحة المحمولة المفترضة

ارتفاع الصامولة المجهدة $h = \frac{d_2 - d_1}{2} - 2g$



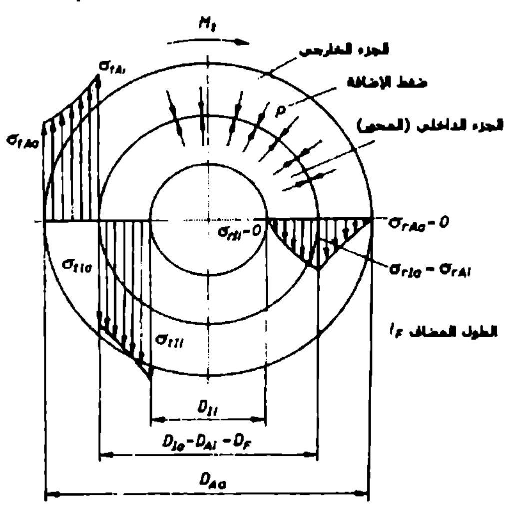
الشكل 327 مسقط محور وصرة (خابور ذو أجنحة كثيرة)

5. روابط الضغط

الإجهاد المماسي (الجزء الخارجي، المساحة الداخلية) $\sigma_{tAi} = p\dfrac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2}$

الإجهاد المماسي (جزء داخلي، مساحة خارجية) $\sigma_{tIa} = -p\dfrac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2}$

نسب الأقطار $Q_A = \dfrac{D_F}{D_{AS}};\quad Q_I = \dfrac{D_{Ii}}{D_F}$



الشكل 328 توزيع الإجهاد في ربط محور وخابور (مضغوطين)

الإجهاد القطري (جزء خارجي، مساحة داخلية) $\sigma_{rAi} = -p$

الإجهاد القطري (جزء داخلي، مساحة خارجية) $\sigma_{rIa} = -p$

الإجهاد المماسي (جزء خارجي، مساحة خارجية) $\sigma_{tAa} = \sigma_{tAi} - p$

الإجهاد المماسي (جزء داخلي، مساحة داخلية) $\sigma_{tIi} = -\dfrac{2p}{1-Q_I^2}$

الإجهاد الناظمي (جزء خارجي، مساحة داخلية) $\sigma_{nAi} = p\left(\dfrac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \dfrac{1}{m_A}\right)$

الإجهاد الناظمي (جزء داخلي، مساحة خارجية) $\sigma_{nIa} = -p\left(\dfrac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \dfrac{1}{m_I}\right)$

الانفعال (جزء خارجي، سطح داخلي) $\varepsilon_{Ai} = \dfrac{p}{E_A}\left(\dfrac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \dfrac{1}{m_A}\right) = pK_A$

الانفعال (جزء داخلي، سطح خارجي) $\varepsilon_I = -\dfrac{p}{E_I}\left(\dfrac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \dfrac{1}{m_I}\right) = -pK_I$

K_I، K_A قيم مساعدة لحساب التمدد الشكل 329

القياس النظري الزائد $Z = p(K_A + K_I)\, D_F$

القياس الزائد العملي (القياس الزائد أصغري) $U_K = Z + \Delta U$

ضياع القياس الزائد $\Delta U = 2(G_{Ai} + G_{Ia})$

النعومة (جزء خارجي، مساحة داخلية) $G_{Ai} \approx 0.6\, R_{Ai}$

النعومة (جزء داخلي، مساحة خارجية) $G_{Ia} \approx 0.6 R_{Ia}$

أكبر ضغط إضافي مسموح به (من σ_{Ai}، حيث $\sigma_{tAi} = \sigma_{sA}$) $F_S = \sigma_{sA}\dfrac{1-Q_A^2}{1+Q_A^2}$

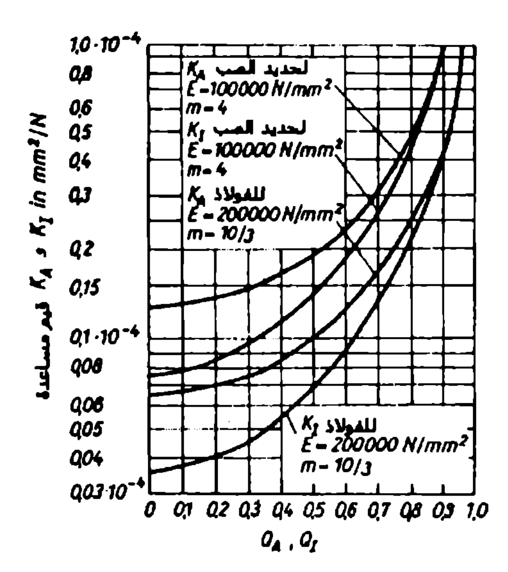
σ_{sA} الإجهاد في حدود المسافة للمادة للجزء الخارجي

أكبر قياس زائد $U_g = p_g(K_A + K_I)\, D_F + \Delta U$

التسامح المناسب $T = U_g - U_K$

تسامح الثقب $T_B = (0.5 \ldots 0.6)\, T$

تسامح المحور $T_W = T - T_B$



الشكل 329 قيم مساعدة K_A وK_I لحساب التمدد

عزم الدوران الأعظمي المنقول

$$M_{t\,max} = \frac{\frac{\pi}{2} p D_F{}^2 l_F \cdot \mu}{S_H}$$

$\mu = \mu_r$ عامل الاحتكاك (عامل التماسك)

S_H أمان التماسك $S_H = 1.8 \ldots 2.0$

درجة حرارة الإحماء للجزء الخارجي لجملة انضغاط عرضية

$$t_A = \frac{U_g + S_K}{\alpha_A D_F} + t_R$$

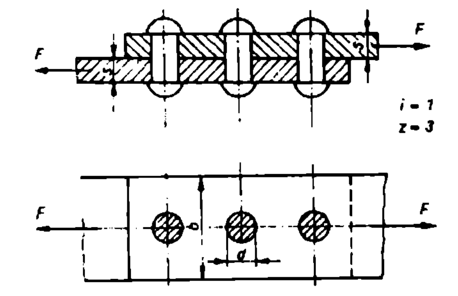
t_R درجة حرارة الغرفة

α_A عامل التمدد الحراري الطولي

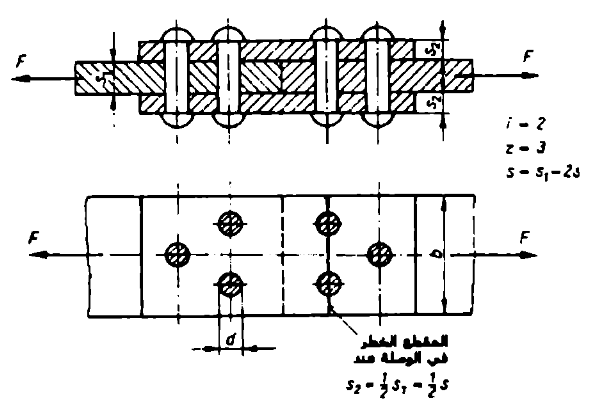
خلوص الإدخال

$$S_K = (0.5 \ldots 1.0)\, U_g$$

6. وصلات الربط بالبرشيم



الشكل 330 البرشمة لصفيحة ذات المقطع الواحد (تراكبية)



الشكل 331 البرشمة ذات مقطعين

إجهاد القص (إجهاد الانزياح) في مقطع الوصلة $\tau = \frac{F}{A}$

سطح القص – مقطع القص يشمل $A = \frac{\pi d^2}{4} iz$

d قطر البرشام المتعرض للخطر

i عدد المقاطع المقصوصة لكل وصلة.

z عدد الوصلات

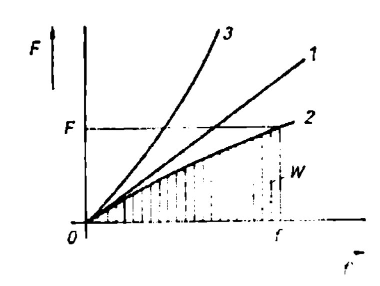
ضغط القرص المثقوب (انضغاط) بين القطعة والمسار المبرشم $p_l = \frac{F}{dsz}$

s أصغر سماكة عناصر الربط النسبية

إجهاد الشد الأعظمي في الأجزاء الموصولة، شكل 331 $\sigma_Z = \frac{F}{s(b-2d)}$

عندها يجب دائماً اعتبار الموقع ذو المقطع الخطر

7. النوابض



الشكل 332 الخطوط المميزة للنوابض

1 سلوك خطي، 2 سلوك تنازلي

3 سلوك تصاعدي

ثابت النابض (عام) $c = \frac{dF}{df}$

ثابت النابض (في الخط المستقيم المستقيم) $c = \frac{F}{f}$

عمل النابض (عام) $W = \int F\,df$

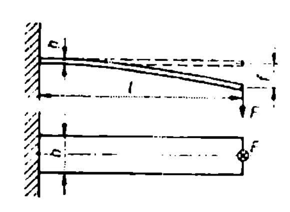
عمل النابض (في الخط المميز المستقيم) $W = \frac{Ff}{2} = \frac{cf^2}{2}$

1.7 النوابض المجهدة بالانعطاف

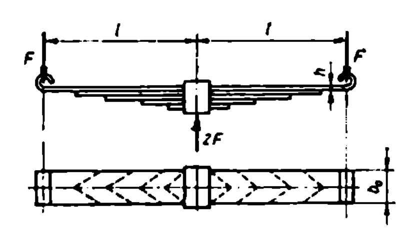
النوابض الورقية البسيطة

إجهاد الانعطاف (الأعظمي) } يعتبر كجائز حر $\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{6Fl}{bh^2}$

إجهاد التدلي (مسافة النابض) $f = \frac{F/3}{3EI} = \frac{4F/3}{Ebh^3}$



الشكل 333 النابض الورقي البسيط



الشكل 334 النوابض الورقية الطبقية

إجهاد الانعطاف (الأعظمي)

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{6Fl}{bh^2} = \frac{6Fl}{ib_0h^2}$$

التدلي (مسافة النابض)

$$f = q\frac{Fl^3}{3EI} = q\frac{4Fl^3}{Eib_0h^3}$$

I عزم العطالة

E مودول المطيلية

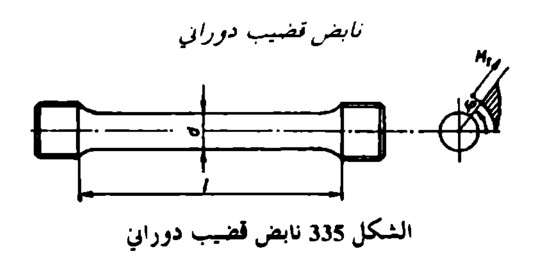
i عدد صفائح النابض

q عامل، يأخذ بعين الاعتبار عدد صفائح النابض

عدد صفائح النابض	1	2	3	4	5	6
q	1	1.16	1.24	1.28	1.31	1.34

2.7 النوابض المجهدة بالفتل

نابض قضيب دوراني



الشكل 335 نابض قضيب دوراني

إجهاد الفتل $\tau_t = \frac{M_t}{W_p} = \frac{16M_t}{\pi d^3}$

M_t عزم الدوران

W_p عزم المقاومة القطبي

d قطر القضيب الدوار

زاوية الدوران $\varphi = \frac{M_t l}{G I_p} = \frac{32 M_t l}{\pi G d^4}$

G مودول الانزلاق

I_p عزم العطالة القطبي

ثابت النابض $C = \frac{M_t}{\varphi} = \frac{G I_p}{l}$

نوابض البراغي الاسطوانية من شبكة فولاذ نابضية ذات مقطع دائري

إجهاد الانزلاق $\tau = k\frac{M_t}{W_p} = k\frac{8Fd_m}{\pi d^3}$

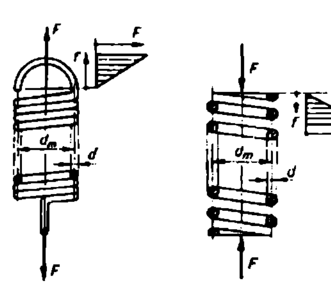
d_m قطر اللفة الوسطي

W_p عزم المقاومة القطبي

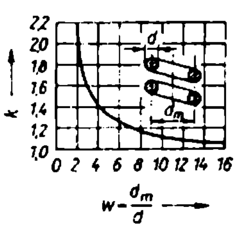
d قطر السلك

$k = f(w)$ عامل يأخذ بعين الاعتبار نسبة اللف

نسبة اللف $w = \frac{d_m}{d} \geq 3$



الشكل 336 نابض على شكل برغي يستخدم كنابض للشد أو الضغط



الشكل 337، عامل $k = f(w)$

مسافة النابض، النابضية

$$f = \frac{\pi F i_f d_m^3}{4GI_p} = \frac{8F i_f d_m^3}{Gd^4}$$

(الانضغاط عند نابض ضغط، الاستطالة في حال نابض شد)

G مودول الانزلاق

I_p عزم العطالة القطبي

i_f عدد لفات النابض

عدد اللفات الكلية (في نابض الضغط) $i_{tot} = i_f + 2$

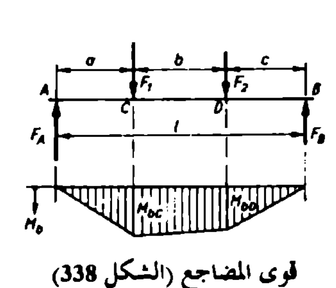
طول البلوك في (نابض الضغط) $l_B = i_{tot} d$

8. المحاور الثابتة والمحاور الدوارة

1.8 القوى وقوى ردود الأفعال (قوى المضاجع)

المحاور الثابتة (فقط انعطاف)

إيجاد قوى المضاجع باستخدام شروط التوازن (تخطيطياً أو حسابياً) في الشكل 338 القوى والعزوم في المحور (مثال)



قوى المضاجع (الشكل 338)

$$\sum M_A = 0$$

$$F_B = \frac{F_1 a + F_2 (a + b)}{l}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_A = F_1 + F_2 - F_B$$

المحاور الدوارة (انعطاف مع فتل)

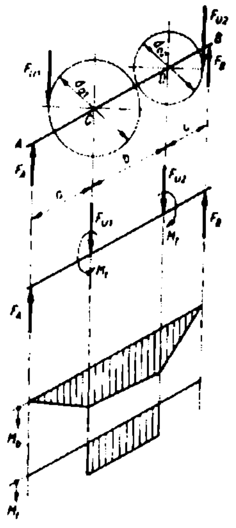
إيجاد القوى المحيطية من عزم الدوران.

إيجاد قوى المضاجع كما في المحـــاور الثابتـــة (تحصل القوى القطرية)

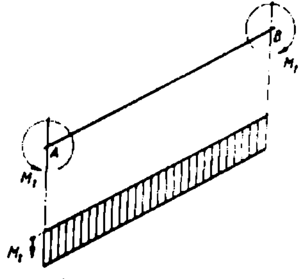
القوى المحيطية (الشكل 339)

$$F_{U1} = \frac{2M_t}{d_{01}}$$

$$F_{U2} = \frac{2M_t}{d_{02}}$$



الشكل 339 القوى والعزوم في محور (مثلاً محور آلية)



الشكل 340 عزم الفتل في محور (مثلاً محور كاردان)

المحاور الدوارة (فقط فتل)

لا يوجد هناك قوى مضاجع

2.8 عزوم الفتل والانعطاف

المحاور الثابتة (فقط عزوم الانعطاف)

يتم إيجاد عزوم الانعطاف من المقاطع المعتبرة وشروط التوازن (حسابياً أو تخطيطياً)

عزوم الانعطاف في C وD (للشكل 338)

$M_{bC} = F_A a$

$M_{bD} = F_B c$

المحاور الدوارة (عزوم الفتل والانعطاف)

يتم إيجاد عزوم الانعطاف تماماً كما في المحاور الثابتة.

يتم إيجاد عزوم الفتل من الاستطاعة وعدد الدورات.

عزم الفتل بين C وD (في الشكل 339)

$$* M_t = 97400\frac{P}{n}$$

M_t	P	n
kp cm	kW	1/min

$$M_t = F_{U1}\frac{d_{01}}{2} = F_{U2}\frac{d_{02}}{2}$$

أو

$$* M_t = 9550\frac{P}{n}$$

M_t	P	n
Nm	kW	1/min

المحاور الدوارة (فقط عزوم الفتل)

عزم الفتل بين A وB (في الشكل 340)

$$* M_t = 97400\frac{P}{n}$$

M_t	P	n
kp cm	kW	1/min

أو

$$* M_t = 9550\frac{P}{n}$$

M_t	P	n
Nm	kW	1/min

3.8 الإجهادات

المحاور الثابتة (إجهاد الانعطاف)

إجهاد الانعطاف

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{M_b}{\frac{\pi}{32}d^3} \le \sigma_{ballal}$$

حساب القطر

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_b}{\pi\sigma_{balla}}} = 2.17\sqrt[3]{\frac{M_b}{\sigma_{balla}}}$$

المحاور الدوارة (إجهاد الانعطاف، إجهاد الفتل، الإجهاد المقارن)

إجهاد الانعطاف $\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{M_b}{\frac{\pi}{32}d^3} \le \sigma_{ballal}$

إجهاد الفتل $\tau_t = \frac{M_t}{W_p} = \frac{M_t}{\frac{\pi}{16}d^3} \le \tau_{tallal}$

الإجهاد المقارن $\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau_t^2} \le \sigma_{ballal}$

الحساب التقديري للقطر (فقط باعتبار الانعطاف) $d = \sqrt[3]{\frac{32M_b}{\pi\sigma_{balla}}} = 2.17\sqrt[3]{\frac{M_b}{\sigma_{balla}}}$

الحساب التقديري للقطر (فقط باعتبار الفتل) $d = \sqrt[3]{\frac{16M_t}{\pi\tau_{balla}}} = 1.72\sqrt[3]{\frac{M_t}{\tau_{balla}}}$

حساب القطر (باعتبار الانعطاف والفتل) $d = \sqrt[3]{\frac{32M_v}{\pi\sigma_{balla}}} = 2.17\sqrt[3]{\frac{M_v}{\sigma_{balla}}}$

عزم المقارنة $M_v = \sqrt{M_b^2 + 0.75M_t^2}$

4.8 متانة التشكيل والمتانة الدائمة

المحاور الثابتة (انعطاف حسب حالة التحميل III (انعطاف دوراني) أو II)

الأمان مقارنة مع الانهيار الدائم $S_D = \frac{\sigma_G}{\sigma_a}$

متانة الهيكل (حالة التحميل III) $\sigma_G = \frac{\sigma_{bW} K x}{\beta_{kb}}$

σ_{bW} متانة الانعطاف المتناوبة

K عامل القياس

x عامل السطح الخارجي

β_{kb} عامل تأثير الحز عند الانعطاف

ذبذبة الإجهاد (حسب حصة التحميل III) $\sigma_a = \sigma_b = \frac{M_b}{W}$

المحاور الدوارة (انعطاف و/أو فتل حسب حالة التحميل III أو II)

الأمان مقارنة مع الانهيار الدائم (انعطاف) $S_D = \frac{\sigma_G}{\sigma_a}$

الأمان مقارنة مع الانهيار الدائم (فتل) $S_D = \frac{\tau_G}{\tau_a}$

الأمان مقارنة مع الانهيار الدائم (انعطاف وفتل) $S_D = \frac{\sigma_G}{\sigma_a}$

متانة الهيكل (انعطاف) حالة التحميل III $\sigma_G = \frac{\sigma_{bW} K x}{\beta_{kb}}$

متانة الهيكل (الفتل) حالة التحميل III $\tau_G = \frac{\tau_{tW} K x}{\beta_{kt}}$

τ_{tW} متانة الفتل المتناوبة

β_{kt} عامل تأثير الحز عند الفتل

متانة الهيكل الانعطاف والفتل (حالة التحميل III) $\sigma_G = \frac{\sigma_{bW} K x}{\beta_{red}}$

عامل تأثير الحز المختزل

$$\beta_{red} = \sqrt{\beta_{kb}^2 + 3\left(\frac{\tau_a}{\sigma_a}\beta_{kt}\right)^2}$$

ذبذبة الإجهاد (انعطاف) حالة التحميل III $\sigma_a = \sigma_b = \frac{M_b}{W}$

ذبذبة الإجهاد الفتل (حالة التحمل III) $\tau_a = \tau_t = \frac{M_t}{W_p}$

ذبذبة الإجهاد الانعطاف والفتل (حالة التحميل III) $\sigma_a = \sigma_b = \frac{M_b}{W}$

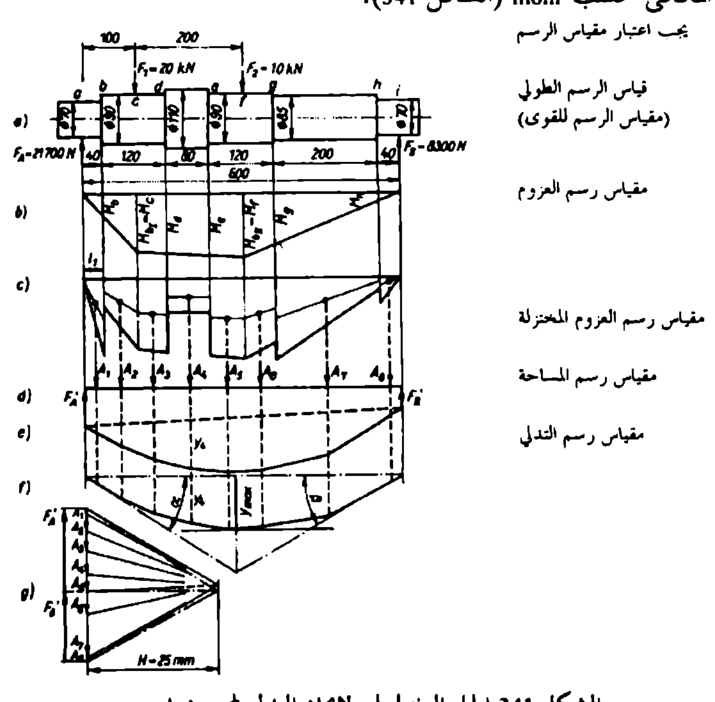
يعتبر الفتل بعد ذلك خلال β_{red}

5.8 تغييرات الشكل

التدلي في المحاور الثابتة والمحاور الدوارة

يتم إيجاد الحل الحسابي للتدلي بمساعدة معادلة التفاضل لخط الانعطاف، أو عملية قيم القوى أو قانون Castigliano. من أجل حمولات معينة تعطى قيم التدلي. (الجداول).

يتم إيجاد الحل التخطيطي للتدلي، بشكل خاص للمحاور والمحاور الدوارة، بطريقة الجائز المكافئ حسب mohr (الشكل 341).



الشكل 341 الحل التخطيطي لإيجاد التدلي لمحور دوار

عرض البيانات الهامة لذلك في شكل جدول

الموقع	a mm	I 10^4 mm^4	M_b N mm	$\frac{M_b}{I}$ N/mm^3	المساحة	محتوى السطح ∧ يكافئ قوى السطح N/mm^2
a	70	117.9	-	-	A_1	$\frac{0.74 \times 40}{2} = 14.8$

الفتل في المحاور

زاوية الفتل $\varphi = \frac{M_t l}{G I_p}$

G موديول الانزلاق

I_p عزم العطالة القطبي

زاوية الفتل النسبية $\vartheta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_t}{G I_p}$

حساب القطر (مع اعتبار زاوية الفتل النسبية المسموح بها)

$$* \; d = \sqrt[4]{\frac{180}{\pi} \frac{32 M_t}{\pi G \vartheta_{alla}}}$$

d	M_t	ϑ_{alla}	G
cm	kp cm	$\frac{\circ}{cm}$	$\frac{kp}{cm^2}$

أو

d	M_t	ϑ_{alla}	G
cm	N cm	$\frac{\circ}{cm}$	$\frac{N}{cm^2}$

6.8 الاهتزازات

اهتزازات الانعطاف للمحاور الدوارة

عدد الدورات الحرج (الطنين) في القرص المركب

$$* \; n_k = 300\sqrt{\frac{1}{f}}$$

n_k	f
1/min	cm

f التدلي الستاتيكي للمحور الدوار نتيجة الوزن الذاتي للصحيفة (القرص) أيضاً عند محور دوار مائل أو شاقولي

عدد الدورات الحرج (الطنين) لأقرص عديدة مركبة حسب Dunkerley

$$* n_k = 300\sqrt{\frac{1}{f_0 + f_1 + f_2 + \ldots}}$$

f_0 التدلي الستاتيكي للمحور الدوار نتيجة الوزن الذاتي للمحور (يمكن إهماله)

f_1، f_2 التدلي الستاتيكي نتيجة الوزن الذاتي للقرص

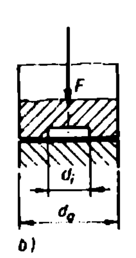
n_k	f_0f; f_1, f_2, ...
1/min	cm

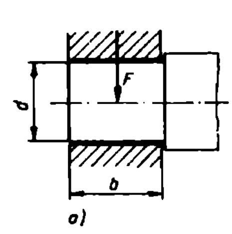
تطبق أيضاً هذه الصيغة في حال تقريب كبير

9. المضاجع الانزلاقية (المدحرجات)

1.9 المضاجع الانزلاقية مع احتكاك ممزوج (مضجع تآكل)

ضغط السطوح





الشكل 342 المضجع الطولي والعرضي

a) مضجع عرضي b) مضجع طولي

انضغاط السطوح في المضجع العرضي (مضجع حامل)

$$p = \frac{F}{bd}$$

انضغاط السطوح في المضجع الطولي (مضجع حماية)

$$p = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)}$$

التسخين

التوازن الحراري

$$\mu F_v = \alpha A(t_m - t_1) + c\rho Q(t_a - t_e)$$

حرارة الاحتكاك، الحرارة المتولدة $\mu F v$

μ عامل الاحتكاك

سرعة الانزلاق (المضجع العرضي) $v = \pi d n$

الحرارة المسحوبة من المضجع خلال الإشعاع $\alpha A(t_m - t_l)$

α عامل انتقال الحرارة

$$\alpha \approx 0.012...0.02 \frac{kp\,cm}{cm^2\, s\, K}$$

$$\approx 0.012...0.02 \frac{Nmm}{mm^2\, s\, K}$$

سطح الطبقة الخارجية للمضجع $A = (4 \ldots 10)\, \pi b d$

t_m درجة حرارة طبقة التشحيم الرقيقة الوسطية (درجة حرارة المضجع)

t_l درجة حرارة الهواء المحيط بالمضجع

الحرارة المسحوبة من المضجع بواسطة وسيط تبريد $c \rho Q(t_a - t_e)$

c السعة الحرارية النوعية لوسيط التبريد

$$c \approx 0.4 \frac{kcal}{kg\, K} = 1.68 \frac{kJ}{kg\, K}$$

باستخدام زيت التبريد

ρ كثافة وسيط التبريد، $\rho \approx 0.9 \frac{kg}{dm^3}$

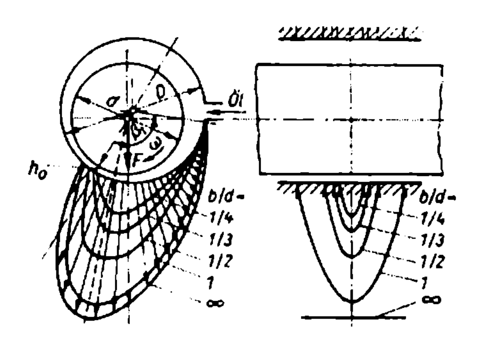
t_a درجة حرارة خروج وسيط التبريد

t_e درجة حرارة دخول وسيط التبريد

الاهتراء (التآكل)

يمكن حساب التآكل كحساب عمر المضجع بمساعدة مخطط التآكل (يمكن العودة إلى المراجع الاختصاصية)

2.9 المدحرجات الهيدروديناميكية



الشكل 343 مخطط توزيع الضغط في قناة التشحيم

خلوص المضجع المطلق (خلوص ساخن)	$s = D - d$
خلوص المضجع المطلق (خلوص بارد)	$s_K = s + \Delta s$
فرق الخلوص في طبقة الصب الخارجية	$\Delta s \approx 10^{-4} d$
خلوص المضجع النسبي	$\psi = \frac{s}{d} = \frac{D-d}{d}$
حساب اللامركزية	$e = \frac{D-d}{2} - h_0$
حساب اللامركزية النسبية	$\varepsilon = \frac{e}{\frac{D-d}{2}}$
أضيق ممر مشحم (مزيت)	$h_0 = \psi r(1 - \varepsilon)$
أضيق ممر مشحم (قيمة انتقالية، قيمة حدية)	$h_{0ü} = y_1 + y_2 + y_3 + y_4$
درجة خشونة السطح الخارجي للمضجع R_L عمق خشونة المضجع	$y_1 = \frac{R_L}{2}$
خشونة السطح الخارجي للوتد (خابور) R_Z عمق خشونة الخابور	$y_2 = \frac{R_Z}{2}$

y_3 انحراف (ميل) وتحدب الخابور

$y_3 = 0.001 \ldots 0.01$ mm

y_4 ميل وتحدب قشرة المضجع، قابل للتحديـــد بصعوبة، غالباً $y_4 = 0$

R_z عمق خشونة الخابور

عامل أمان لأضيق ممر مشحم

$$S = \frac{h_0}{h_{0\bar{u}}}$$

$S = 1.2 \ldots 1.5$

عرض الممر النسبي

$$\sigma = \frac{h_0}{r}$$

عامل Sommerfeld

$$S_0 = \frac{p\psi^2}{\eta\omega}$$

η اللزوجة الديناميكية للزيت

ω السرعة الزاوية للخابور

قيمة التآكل (معادلة تقريبية)

$$\mu = \frac{2.25}{\sqrt{1-\varepsilon}} \frac{\psi}{S_0}$$

تحليل المضجع

مجال الخلوص الطبيعي للمضجع

$\varepsilon = 0.60 \ldots 0.95$ و $S_0 = 1 \ldots 20$

10. المدحرجات الأسطوانية

قدرة التحمل الديناميكية

$$L = \left(\frac{C}{F}\right)^p$$

L العمر بملايين الدورات

C الحمولة الديناميكية

F الحمل المكافئ

p أس العمر وبشكل عام فإن $p = 3 \ldots 4$

للمدحرجات الكروية $p = 3$، للمدحرجات الأسطوانية $p = \frac{10}{3}$

L_h عمر المدحرج بـــ ساعات العمل

L_h	L	n
h	10^6	1/min

$$* L_h = \frac{10^6 L}{60n}$$

$$f_L = \frac{C}{F} f_n f_t$$

f_L عامل تحديد العمر

f_n عامل عدد الدورات

f_t عامل درجة الحرارة

حسب مراجع علمية أو من النشرات الفنية للمدحرجات الأسطوانية

تعتبر القوى الإضافية الديناميكية من خلال عوامل الإضافة f_z، حيث $f_z = 1.1 \ldots 2.3$.

عند تجاوز القساوة الأصغرية (60 HRC أو 59)، يتم تخفيض عدد الحمولات الديناميكية عبر إدخال عامل القساوة. $f_H < 1.0$.

حساب عوامل عدد الدورات وعوامل عمر المدحرج

عامل عدد الدورات للمدحرج الكروي

$$f_n = \left(\frac{33\frac{1}{3}\,\text{min}^{-1}}{n} \right)^{\frac{1}{3}}$$

عامل عدد الدورات للمدحرج الأسطواني

$$f_n = \left(\frac{33\frac{1}{3}\,\text{min}^{-1}}{n} \right)^{\frac{3}{10}}$$

عامل العمر للمدحرج الكروي

$$f_L = \left(\frac{L_h}{500h} \right)^{\frac{1}{3}}$$

عامل العمر للمدحرج الأسطواني

$$f_L = \left(\frac{L_h}{500h} \right)^{\frac{3}{10}}$$

حساب الحمل المكافئ

الحمل المكافئ للمدحرج القطري $F = VXF_r + YF_a$

الحمل المكافئ للمدحرج المحوري الأبري $F = F_a + VF_r$

الحمل المكافئ للمدحرجات الكروية - الأسطوانية والمحورية $F = F_a$

F عامل الدورات

عند الحمل المحيطي للحلقة الداخلية V = 1، عند الحمل النقطي للحلقة الداخلية حسب جداول المدحرجات الاسطوانية

F_r الحمل القطري الحقيقي

F_a الحمل المحوري الحقيقي

X العامل القطري } حسب جداول

Y العامل المحوري } المدحرجات الأسطوانية

قدرة الحمل الستاتيكية

عامل تعريف قدرة الحمل الستاتيكية $f_0 = \frac{C_0}{F_0}$

C_0 عامل الحمل الستاتيكي

F_0 الحمل المكافئ الستاتيكي

حساب الحمل الستاتيكي المكافئ

الحمل الستاتيكي المكافئ للمدحرج القطري $F_0 = X_0F_{r0} + YF_{a0}$

الحمل الستاتيكي المكافئ للمدحرج المحوري الدوراني الأبري $F_0 = 2.3F_{r0} + F_{a0}$

الحمل الستاتيكي المكافئ للمدحرج الكروي المحوري $F_0 = F_{a0}$

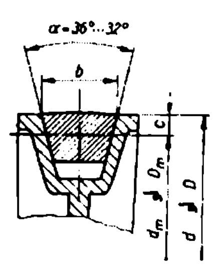
F_{r0} أكبر حمل قطري مطبق

F_{a0} أكبر حمل محوري مطبق

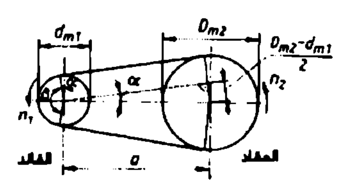
X_0 العامل القطري } حسب جداول

Y_0 العامل المحوري } المدحرجات الأسطوانية

11. السيور



الشكل 346 مقطع لشكل السيور



الشكل 347 الشكل تخطيطياً للسيور

نسبة النقل $i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_{m2}}{d_{m1}}$

n_1 عدد دورات البكرة القائدة

n_2 عدد دورات البكرة المقادة

السرعة المحيطية، سرعة السير $v = \pi\, d_{m1}\, n_1 = \pi\, D_{m2}\, n_2$

β زاوية الإحاطة $\cos\frac{\beta}{2} = \frac{D_{m2} - d_{m1}}{2a}$

طول السير الوسطي (قيمة تقريبية لـ $140° \le \beta \le 180°$)

$$L_m = \frac{d_{m1} + D_{m2}}{2}\pi + 2a + \frac{(D_{m2} - d_{m1})^2}{4a}$$

عدد السيور $Z = \frac{P'c_2}{Pc_1c_3}$

P' الاستطاعة المطلوب نقلها

P الاستطاعة القابلة للنقل عندما $\beta = 180°$ دون إجهاد زائد (قيمة مثالية)

c_1 عامل زاوية الإحاطة $c_1 \le 1$

c_2 عامل إجهاد زائد قصير الأجل $c_2 \ge 1$

c_3 عامل لقطر الأقراص $c_3 \le 1$

اعتبار المستجدات لقيم تأثير أخرى، كطول السير عدد السيور، المحيط.

12. المسننات

1.12 هندسة وآلية التعشيق

النقل (دوماً باتجاه تأثير القوة) $i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}$

n_1, n_2 عدد دورات البكرتين القائدة والمقودة

ω_1, ω_2 السرعة الزاوية البكرتين القائدة والمقودة

z_1, z_2 عدد أسنان المسنن القائد والمقود

نسبة عدد الأسنان (غير متعلق باتجاه تأثير القوة) $u = \frac{z_{pinion}}{z_{gear}} \geq 1$

تحديد وحساب قيم المسننات ذات الأسنان المستقيمة مع تعشيق انفليوتي

منصف دائري جزئي $t_0 = \pi m$

m مودول (تجزئة القطر)

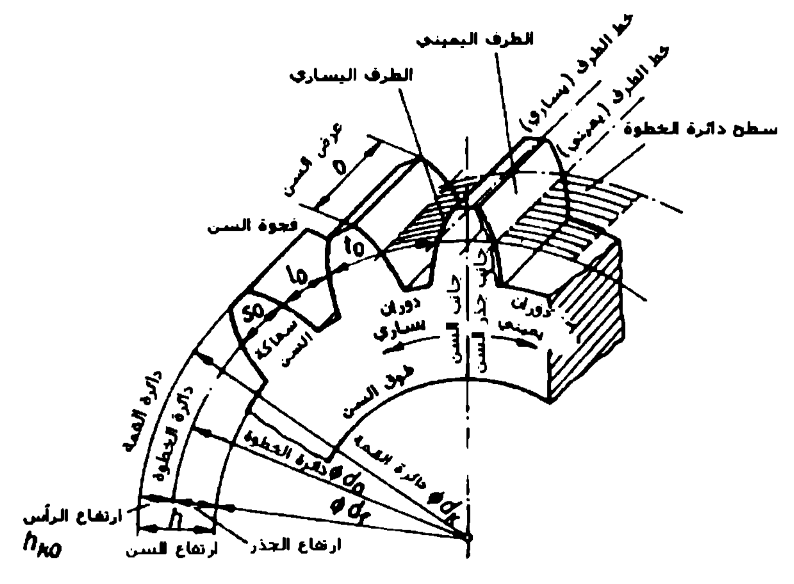
قطر الدائرة الجزئي $d_0 = zm$

ارتفاع رأس السن $h_{k0} = m$

ارتفاع جذر السن $h_{f0} = h_{kw}$

h_{kw} ارتفاع رأس الأداة (ارتفاع الرأس بالنسبة لمسقط الأداة)

ارتفاع رأس الأداة، قيمة عادية (حسب المسقط I حتى IV) $h_{kw} = 1.167\ m$ أو $h_{kw} = 1.25\ m$



الشكل 348 مميزات ومواصفات السن ذو الأسنان المستقيمة

ارتفاع السن	$h_0 = h_{k0} + h_{f0} = h_{k0} + h_{kw}$
قطر دائرة الأساس	$d_k = d_0 + 2h_{k0} = m(z + 2)$
بعد المحور لآلية الصفر وآلية الصفر - V أو	$d_f = d_0 + 2h_{f0} = d_o - 2h_{Kw}$
قيم حسابية لآلية V	$a_0 = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$
بعد المحور للآلية V	
زاوية الهجوم $\alpha = 20°$	$a = \frac{d_{b1} + d_{b2}}{2} = a_0 \frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha_b}$
زاوية هجوم التشغيل $\alpha_b \neq \alpha_0$	
أقطار الدائرة الاسطوانية للتشغيل d_{b2} ،d_{b1}	
قطر دائرة الرأس للمسنن V (مع تقصير الرأس)	$d_{k1} = 2(a + m - x_2m) - d_{o2}$
	$d_{k2} = 2(a + m - x_1m) - d_{o1}$
قطر دائرة الأساس للمسنن V	$d_f = d_0 - 2(h_{kw} - xm)$

مجموع عوامل الانزياح للمسقط

$$x_1 + x_2 = \frac{ev\alpha_b - ev\alpha_0}{2\tan\alpha_0}(z_1 + z_2)$$

تجزئة مجموع عوامل الانزياح للمسقط حسب عدد الأسنان ونسبة النقل للمسننات.

التابع الانفليوتي

$$ev\ \alpha = \tan\alpha - a$$

$ev\ \alpha_0$ أو $ev\ \alpha_b$ قيم التوابع الانفليوتية

$$\varepsilon_p = \frac{\sqrt{d_{k1}^2 - d_{g1}^2} + \sqrt{d_{k2}^2 - d_{g2}^2} - 2a\sin\alpha_b}{2t_0\cos\alpha_0}$$

قطر الدائرة الأساسية

$$d_s = d_0 \cos\alpha_0 = d_b \cos\alpha_b$$

تحديد القيم والحسابية للمسنن المائل مع تعشيق انفليوتي

الشكل 349 مسنن ذو أسنان مائلة ومقطعين ناظمي وجبهي

الموديول الجبهي $m_g = \frac{m_n}{\cos\beta_0}$

m_n موديول الطبيعي، نظامي (ستاندرد)

β_0 زاوية الميل $\beta_0 = 8° ... 20°$

الخطوة المائلة $t_{s0} = \pi m_g$

الخطوة الطبيعية $t_{n0} = \pi m_n$

α_{s0} زاوية الهجوم الجبهية $\tan\alpha_{s0} = \frac{\tan\alpha_{n0}}{\cos\beta_0}$

عدد أسنان المسنن المستقيم المكافئ (عدد الأسنان الحقيقي) $z_n = z_v = \frac{z}{\cos^3\beta_0}$

قطر دائرة الخطوة $d_0 = zm_s = z\frac{m}{\cos\beta_0}$

قطر دائرة الرأس (مسنن الصفر) $d_k = d_0 + 2m_n = \left(\frac{z}{\cos\beta_0} + 2\right)$

قطر دائرة الجذر (مسنن الصفر) $d_f = d_0 - 2h_{kw}$

مسافة المحور لآلية الصفر وآلية الصفر - V أو القيم الحسابية للآلية V $a_0 = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} = \frac{m_n}{2\cos\beta_0}(z_1 + z_2)$

بعد المحور للآلية — V $a = \frac{d_{b1} + d_{b2}}{2} = a_0\frac{\cos\alpha_{s0}}{\cos\alpha_{sb}}$

α_{sb} زاوية هجوم التشغيل في المقطع الجبهي

قطر دائرة الرأس للمسنن V (مع تقصير رأسي)

$d_{k1} = 2(a + m_n - x_2 m_n) - d_{o2}$

$d_{k2} = 2(a + m_n - x_1 m_n) - d_{o1}$

قطر دائرة الأساس للمسنن V $d_f = d_0 - 2(h_{kw} - xm_n)$

مجموع عوامل انزياح البروفيل $x_1 + x_2 = \frac{ev\alpha_{sb} - ev\alpha_{s0}}{2\tan\alpha_{n0}}(z_1 + z_2)$

يتم تجزئة مجموع عوامل انزياح البروفيل حسب عدد الأسنان ونسبة النقل للمسنن

درجة تغطية البروفيل

$$\varepsilon_p = \frac{\sqrt{d_{k1}^2 - d_{g1}^2} + \sqrt{d_{k2}^2 - d_{g2}^2} - 2a\sin\alpha_{sb}}{2t_{s0}\cos\alpha_{s0}}$$

تغطية القفزة

$$\varepsilon_{sp} = \frac{b\tan\beta_0}{t_{s0}}$$

درجة التغطية الكلية

$$\varepsilon_{ges} = \varepsilon_p + \varepsilon_{sp}$$

تحديد القيم الحسابية للمسنن المخروطي ذو الأسنان المستقيمة

مع تعشيق انفليوتي (آلية الصفر)

زاوية المحور

$$\delta_A = \delta_{o1} + \delta_{o2}$$

δ_{o1}، δ_{o2} زوايا المخروط

$$\tan\delta_{o1} = \frac{\sin\delta_A}{\frac{z_2}{z_1} + \cos\delta_A}$$

$$\tan\delta_{o2} = \frac{\sin\delta_A}{\frac{z_1}{z_2} + \cos\delta_A}$$

قطر الدائرة الجزئية

$$d_0 = zm$$

القطر الوسطي

$$d_{m0} = d_0 - b\sin\delta_0$$

عرض السن

$$b \le b_{max} = \frac{R_a}{3}$$

نصف قطر للمسنن

$$R_a = \frac{d_{o1}}{2\sin\delta_{o1}} = \frac{d_{o2}}{2\sin\delta_{o2}}$$

قطر الدائرة الجزئية للمسنن الجبهي الوسطي المكافئ

$$d_{r0} = \frac{d_{m0}}{\cos\delta_0}$$

عدد الأسنان التكميلي

$$z_r = \frac{z}{\cos\delta_0}$$

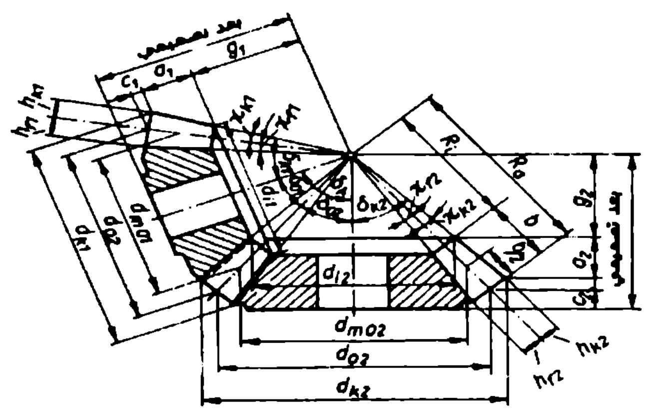
المودول الوسطي، مودول المسنن الجبهي المكافئ

$$m_m = m_r = \frac{d_{m0}}{z} = \frac{d_{r0}}{z_r}$$

قطر دائرة الرأس

$$d_k = d_0 + 2h_k\cos\delta_0$$

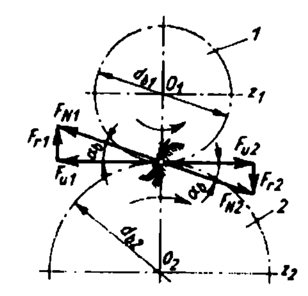
x_k زاوية الرأس	$\tan x_k = \frac{h_k}{R_a}$
زاوية المخروط الرأسية	$\delta_k = \delta_0 + x_k$



الشكل 350 زوج مسننات مخروطية - ذات أسنان مستقيمة

2.12 القوى في المسننات

المسننات الجبهية ذات الأسنان المستقيمة



الشكل 351 القوى في مسننين جبهيين ذوات أسنان مستقيمة

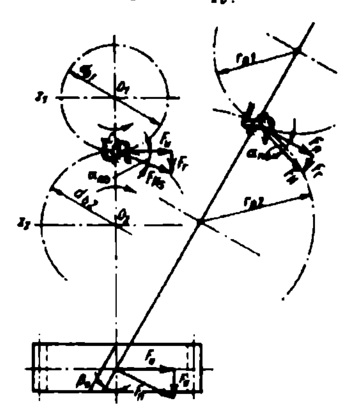
القوة المحيطية $F_{U1} = F_{U2} = F_U = \frac{2M_{t1}}{d_{b1}} = \frac{2M_{t2}}{d_{b2}}$

القوة المحيطية في دائرة الخطوة $F_{U01} = F_{U02} = F_{U0} = \frac{2M_{t1}}{d_{o1}} = \frac{2M_{t2}}{d_{o2}}$

القوة الناظمية (القوة في خط الهجوم) $F_{n1} = F_{n2} = F_n = \frac{F_U}{\cos\alpha_b} = \frac{F_{U0}}{\cos\alpha_0}$

القوة القطرية $F_{r1} = F_{r2} = F_r = F_U \tan\alpha_b = F_{U0} \tan\alpha_0$

المسننات الجبهية ذات الأسنان المائلة



الشكل 352 القوى في مسننين جبهيين ذوات أسنان مائلة

القوة المحيطية $F_{U1} = F_{U2} = \frac{2M_{t1}}{d_{b1}} = \frac{2M_{t2}}{d_{b2}}$

القوة المحيطية في الدائرة الخطوية $F_{UO1} = F_{UO2} = F_{UO} = \frac{2M_{t1}}{d_{o1}} = \frac{2M_{t2}}{d_{o2}}$

القوة المحورية $F_{a1} = F_{a2} = F_a = F_{UO} \tan\beta_0$

القوة القطرية $F_{r1} = F_{r2} = F_r = F_{UO} \frac{\tan\alpha_{n0}}{\cos\beta_0}$

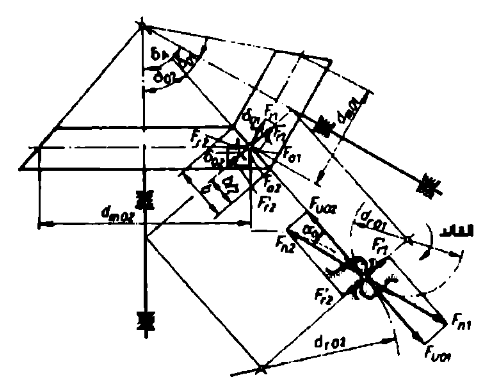
من أجل إيجاد قوى المضاجع وعزوم الانعطاف انظر الفقـــرة "المحـــاور والمحـــاور الدوارة".

حيث تم الحساب في مستويين مثلاً مستوي x,z ومستوي y,z. بعد ذلـــك يمكـــن حساب قوى المضاجع الناتجة وعزوم الانعطاف تخطيطياً.

المسننات المخروطية ذات الأسنان المستقيمة (مسنن صفري)

القوة المحيطية $F_{U1} = F_{U2} = F_U = F_{U0} = \frac{2M_{t1}}{d_{mO1}} = \frac{2M_{t2}}{d_{mO2}}$

القوة الناظمية $F_{n1} = F_{n2} = F_n = \frac{F_{U0}}{\cos\alpha_0}$



الشكل 353 القوى في المسننات المخروطية ذوات الأسنان المستقيمة

القوى القطرية $F_{r1} = F_{U0} \tan\alpha_0 \cos\delta_{O1}$

$F_{r2} = F_{U0} \tan\alpha_0 \cos\delta_{O2}$

القوى المحورية $F_{a1} = F_{U0} \tan\alpha_0 \sin\delta_{O1}$

$F_{a2} = F_{U0} \tan\alpha_0 \sin\delta_{O2}$

من أجل إيجاد قوى المضاجع وعزوم الانعطاف انظر الفقرة "المحاور والمحاور الدوارة"

3.12 قابلية الحمل

مسننات ذات أسنان مستقيمة

إجهاد الانعطاف في جذر السن $\sigma_b = \frac{F_{U0}}{bm} q_k q_\varepsilon$

q_k عامل الشكل (الشكل 354)

q_ε عامل التغطية

$q_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon}$ عند $q_L \le \frac{1}{\varepsilon}$

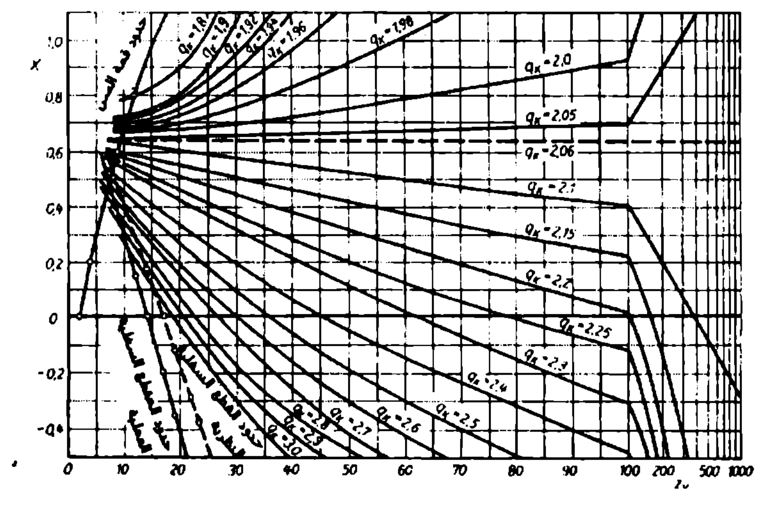
$q_\varepsilon = q_L$ عند $q_L > \frac{1}{\varepsilon}$

q_L عامل توزيع الحمل (الشكل 355)

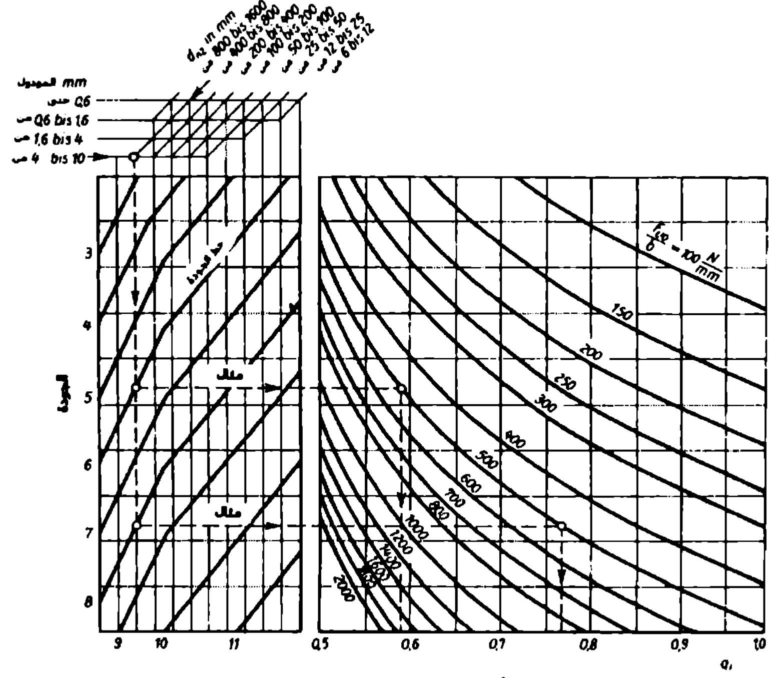
إجهاد الانعطاف المسموح به في جذر السن $\sigma_{balla} \frac{\sigma_{fromG}}{S_D}$

σ_{fromG} متانة الهيكل

S_D عامل الأمان، وبشكل عام $S_D = 1.5$



الشكل 354 عامل الشكل q_k من أجل $\alpha_{n0} = 20$ عند تعشيق خارجي



الشكل 355 عامل توزيع الحمل q_L

(الخطوط المنقطعة تبين إيجاد q_L، عندما تكون m، d_{o2}، b، نوعية وF_{U0} معاليم)

الحساب التقريبي الأولي للمودول عند تطبيق إجهاد الانعطاف المسموح به في جذر الســن

$$m \approx \sqrt[3]{\frac{4M_{t1}}{z_1^2\left(\frac{b}{d_{o1}}\right)\sigma_{b1alla}}}$$

(الفرض: $q_k = 2.25;\ q_e = 0.9$)

الضغط الاسطواني في نقطة التلاقي C

$$Pc = y_C y_W \sqrt{\frac{F_{U0}}{bd_{o1}}\frac{u+1}{u}}$$

عامل نقطة التلاقي

(يمكن استخراجه أيضاً من المخطط)

$$y_C = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha_0 \tan\alpha_b}}$$

عامل المادة
(يمكن استخراجه أيضاً من الجدول)
E_1، E_2 مودول المطيلية للمسننين 1 و2

$$y_W = \sqrt{0.35\frac{2E_1E_2}{E_1+E_2}}$$

الضغط الاسطواني المسموح به
p_D المتانة الدائمة (الانضغاط) لجوانب السن
S_D عامل أمان وبشكل عام $S_D = 1.5$

$$p_{alla} = \frac{p_D}{S_D}$$

الحساب الأولي للمودول عند تطبيق الضغط الاسطواني المسموح به

$$m = \frac{1}{z_1}\sqrt[3]{\frac{2M_{t1}y_W^2 y_C^2}{\left(\frac{b}{d_{o1}}\right)p_{alla}^2}\cdot\frac{u+1}{u}}$$

المسننات ذات الأسنان المائلة

إجهاد الانعطاف لجذر السن

$$\sigma_b = \frac{F_{U0}}{bm_n}q_k q_\varepsilon$$

q_k، q_ε، σ_{balla} انظر حساب المسنن ذو الأسنان المستقيمة

الحساب التقريبي الأولي للمودول الطبيعي عند تطبيق إجهاد الانعطاف المسموح به في جذر السن (الفرض: $q_k = 2.25; q_\varepsilon = 0.9$)

$$m_n \approx \sqrt[3]{\frac{4M_{t1}\cos^2\beta_0}{z_1^2\left(\frac{b}{d_{o1}}\right)\sigma_{b\,zul}}}$$

الانضغاط الأسطواني في نقطة التلاقي C

$$p_c = y_W y_C y_\beta \sqrt{\frac{F_{U0}}{bd_{o1}}\frac{u+1}{u}}$$

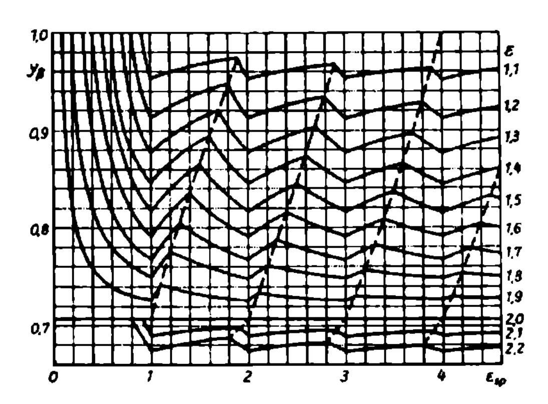
عامل نقطة التلاقي
(يمكن أيضاً استخراجه من المخطط)

$$y_C = \sqrt{\frac{\cos\beta_g}{\cos^2\alpha_{s0}\tan\alpha_{sb}}}$$

β_g زاوية الميل الأساسية، زاوية الإمالة في الاسطوانة الأساسية.

$$\sin\beta_g = \sin\beta_0\cos\alpha_{r0}$$

y_β عامل طول السن الشكل 356
y_W، P_{alla} انظر حساب المسنن ذو الأسنان المستقيمة



الشكل 356 عامل طول السن y_β من أجل $\alpha_{n0} = 20°$

الحساب الأولي للمودول الطبيعي عند تطبيق الضغط الاســـطواني المسموح به

$$m_n = \frac{\cos\beta_0}{z_1}\sqrt[3]{\frac{2M_{t1}y_W{}^2y_C{}^2y_\beta{}^2}{\left(\frac{b}{b_{01}}\right)p_{alla}{}^2}\frac{u+1}{u}}$$

المسننات المخروطية المتعاشقة بأسنان مستقيمة (مسننات صفرية)

إجهاد الانعطاف في جذر السن

$$\sigma_b = \frac{F_{U0}}{bm_m}q_{ke}q_{\varepsilon e}$$

q_{ke} عامل الشكل للمسنن المكافئ (يمكن استخراجه من الشكل 354)

$q_{\varepsilon e}$ عامل التغطية للمسنن المكافئ (يحسب بشكل مطابق للمسنن ذو الأسنان المستقيمة)

$\sigma_{b\,alla}$ انظر حسابات المسنن ذو الأسنان المستقيمة

الضغط الاسطواني في نقطة التلاقي C

$$p_c = y_C y_W\sqrt{\frac{F_{U0}}{bd_{e1}}\frac{u_e+1}{u_e}}$$

u_e نسبة عدد الأسنان للمسنن المكافئ

$d_{e1} = d_{0e1}$، لأنه مسنن صفري

y_C، y_W، p_{alla} انظر حساب المسنن ذو الأســـنان المستقيمة

4.12 آلية المسننات

الآلية المرحلية الهندسية

قانون التشكيل لعدد الدورات $n_z = n_{z-1}\,\varphi = n_{z-2}\,\varphi^2$

z عدد المراحل

مجال عدد الدورات $B = \frac{n_z}{n_1} = \frac{n_{max}}{n_{min}}$

القفزة المرحلية $\varphi = \frac{n_z}{n_{z-1}} \sqrt[z-1]{\frac{n_{max}}{n_{min}}} = \sqrt[z-1]{B}$

φ النظامية، مـــثلاً لآلات التـــشكيل حسب السلسلة الأساسية

$R\,20 \cong \varphi = \sqrt[20]{10} = 1.12$

والسلاسل المشتقة هي:

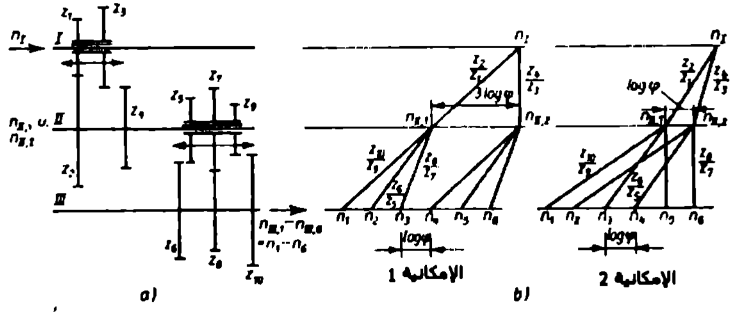
$R\,20/2 \mathrel{\hat{=}} \varphi = 1.25$

$R\,20/3 \mathrel{\hat{=}} \varphi = 1.4$

$R\,20/4 \mathrel{\hat{=}} \varphi = 1.6$

$R\,20/6 \mathrel{\hat{=}} \varphi = 2.0$

الأشكال التخطيطية لتمثيل الآليات بمخطط الآلية وشكل عدد الدورات (الشكل 357)



(الشكل 357). a) مخطط الآلية b) مخطط عدد الدورات

مثال لآلية ذات ست مراحل انتقالية مع إمكانيتين لمخطط عدد الدورات

نسبة النقل الكلية (بشكل عام)

$$i_{tot} = i_1 i_2 i_3 \ldots = \frac{n_{drive}}{n_{driven}}$$

$i_1, i_2, i_3, \ldots$ نسبة النقل المنفردة

مجال نسبة النقل المنفردة (مثلاً آلات التشكيل)

n_{drive} عدد دورات البكرة القائد

n_{driven} عدد دورات البكرة المقاد

نسبة النقل الكلية (الإجمالية)

(خاصة للآلية حسب الشكل 357 في الوضع المرسوم)

$$i_{tot} = \frac{n_I}{n_{II,1}} \cdot \frac{n_{II,1}}{n_{III,3}} = \frac{n_I}{n_3} = \frac{n_{drive}}{n_{driven}}$$

$$i_{tot} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_8}{z_7}$$

المردود الإجمالي

$$\eta_{tot} = \eta_{V1}\, \eta_{V2} \ldots\, \eta_{WI}\, \eta_{WII} \ldots$$

$$\eta_{tot} = \frac{P_{drive}}{P_{driven}}$$

η_{V1}, η_{V2} المراديد المستقلة لتعشيق ما

$\eta_V = 0.99$ بشكل عام

η_{WI}, η_{WII} المراديد المستقلة لمضجع محور دوار

$\eta_W = 0.97 \ldots 0.99$ بشكل عام

P_{drive} استطاعة المقاد

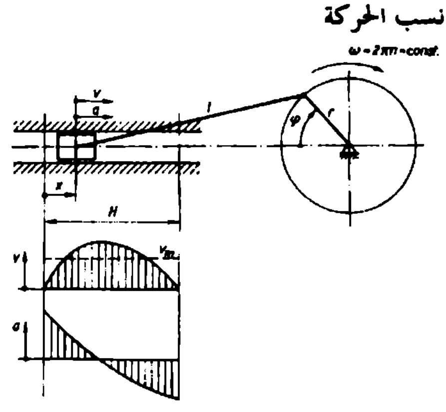
P_{drive} استطاعة القائد

نسبة استطاعة مسننين هجوميين

$$\frac{M_{t2}}{M_{t1}} = \frac{n_1}{n_2} \eta_V$$

13. آلية الذراع المرفقية

نسب الحركة



مخطط السرعة والتسارع من أجل $0 < \varphi < 180^\circ$

من أجل $180^\circ < \varphi < 360^\circ$ مخطط شكل انعكاسي

الشكل 358 قيم الحركة في آلية الذراع المرفقية المركزية

زاوية الذراع $\varphi = \omega t$

t الزمن

السرعة الزاوية للذراع $\omega = 2\pi n = \text{const.}$

n عدد دورات الذراع

ارتفاع الشوط $H = 2r$

نسبة القطر إلى ذراع الشوط $\lambda = \frac{r}{l}$

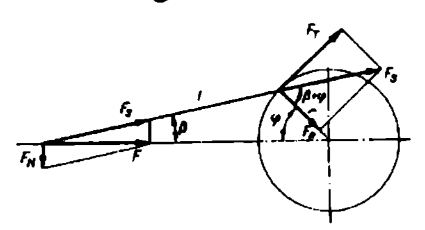
مسافة القيادة المستقيمة $x = r\left(1 - \cos\varphi + \frac{1}{2}\lambda \sin^2\varphi\right)$

سرعة الحركة المستقيمة $v = r\omega\left(\sin\varphi + \frac{1}{2}\lambda \sin 2\varphi\right)$

تسارع الحركة المستقيمة $a = r\omega^2 (\cos\varphi + \lambda \cos 2\varphi)$

سرعة الشوط الوسطية $a_m = 2Hn$

القوى في آلية الذراع المرفقية



الشكل 359 القوى في آلية الذراع المرفقية المركزية

القوة الناظمية

$$F_N = F \tan \beta$$

قوة ذراع المرفق

$$F_S = -\frac{F}{\cos\beta}$$

القوة المماسية (المحيطية)

$$F_T = F\frac{\sin(\beta+\varphi)}{\cos\beta}$$

القوة القطرية

$$F_R = F\frac{\sin(\beta+\varphi)}{\cos\beta}$$

F القوة في الحركة المستقيمة

14. العناصر الهيدروليكية

1.14 المعادلات الأساسية

الضغط

$$p = \frac{F}{A}$$

F القوة A المساحة

التدفق، الكمية

$$Q = \frac{V}{t}$$

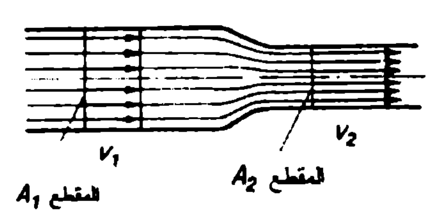
V الحجم t الزمن

معادلة الاستمرار (الشكل 360)

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

A_1, A_2 مقاطع الأنابيب

v_1, v_2 سرعات التدفق



الشكل 360 سرعات التدفق عند مقاطع أنبوب مختلفة

معادلة Bernoulli $$p + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = const$$

p الضغط الستاتيكي

ρgh ضغط الثقالة، يهمل بشكل عام في الوحدات الهيدروليكية

$\frac{\rho v^2}{2}$ ضغط التخزين

ρ الكثافة

قانون التشابه - رقم Reynolds $$Re = \frac{dv\rho}{\eta} = \frac{dv}{\nu}$$

η اللزوجة الديناميكية

رقم Reynolds الحرج في أنبوب ذو مقطع دائري $$Re_{crit} = 2320$$

$$Re_{\text{تدفق صفحي}} < Re_{crit} < Re_{\text{تدفق مضطرب}}$$

اللزوجة الحركية $$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

تغير الحجوم $$\Delta V = V_1 - V_2 = \beta_v V_1 (p_1 - p_2)$$

V_1 الحجم البدائي

V_2 الحجم النهائي

p_1 الضغط البدائي

p_2 الضغط النهائي

هبوط الضغط في أنبوب مستقيم $$\Delta p = \lambda \frac{\rho l v^2}{2d}$$

$\lambda = f(Re)$ عامل المقاومة

عامل المقاومة في تدفق صفحي مع ثبات درجة الحرارة

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

عامل المقاومة في تدفق صـــفحي، غـــير ثابت درجة الحرارة

$$\lambda = \frac{75}{Re}$$

عامل المقاومة في تدفق مضطرب

$$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{0.25}}$$

هبوط الضغط في المقاومات المحلية (انحناء، تفريعة، صمامات، ... الخ)

$$\Delta p = \zeta \frac{\rho v^2}{2}$$

ζ عامل الاحتكاك (يؤخذ من المراجع)

ضياعات المائع، كمية التـــسرب أثنـــاء الجريان في قناة حلقة مركزة

$$Q_L = \frac{\pi d_m s^3 \Delta P}{12 \eta l}$$

s سماكة المجرى

d_m القطر الوسطي (القطر الاسمي)

Δp اختلاف الضغط

l طول المجرى

الاستطاعة (أساسية)

$$P = Qp = Fv$$

2.14 المضخات

تدفق النقل النظري

$$Q_{Pth} = V_{Pth}\, n_P$$

n_P عدد دورات المضخة

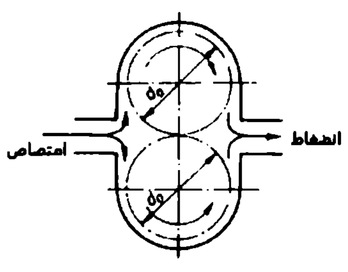
حجم النقل النظري للمضخة المسننة (تقريبي)

$$V_{Pth} = 2\pi\, d_0\, m\, b$$

d_0 قطر الدائرة الخطوية

b عرض المسنن

m المودول



الشكل 361 مضخة مسننة (تخطيطي)

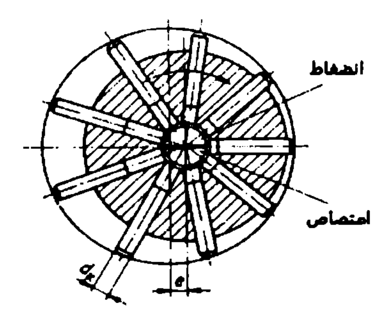
تدفق النقل النظري للمضخة المكبسية القطرية

$$V_{Pth} = \frac{\pi d_K^2}{4} 2ez$$

d_k قطر المكبس

z عدد المكابس

e اللا مركزية



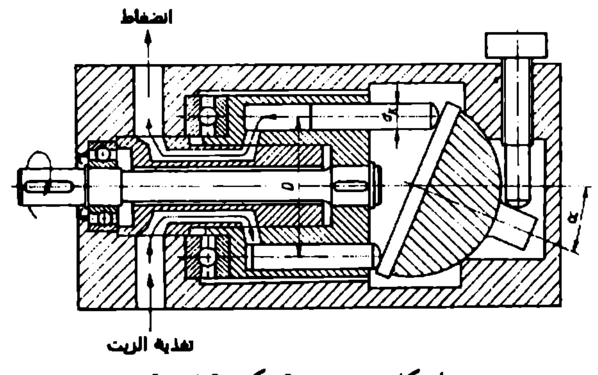
الشكل 362 مضخة مكبسية قطرية (تخطيطي)

حجم النقل النظري للمضخة المكبسية المحورية

$$V_{Pth} = \frac{\pi d_K^2}{4} ZD \tan\alpha$$

D القطر الدائري للثقب

α زاوية تعيير القرص المائل



الشكل 363 مضخة مكبسية محورية

التدفق الحقيقي $Q_{Pactu} = Q_{Pth}\,\eta_{Pvol}$

η_{Pvol} المردود الحجمي

استطاعة النقل، استطاعة المفيدة $P_{Pn} = Q_{Pactu}\,p_P$

p_P ضغط النقل

استطاعة التشغيل $P_{Pdrive} = \frac{P_{Pn}}{\eta_{Pges}} = \frac{Q_{Pactu}\,p_P}{\eta_{Ptot}}$

المردود الإجمالي $\eta_{Ptot} = \eta_{Pvol}\,\eta_{Pmec}$

η_{Pmec} المردود الميكانيكي

3.14 المحركات

محركات الحركة الدائرية

تيار الشحنة النظرية $Q_{mth} = V_{mth}\,n_m$

n_m عدد دورات المحرك

V_{mth} حجم الشحنة النظرية للمحرك تحسب من قياسات المحرك بشكل يطابق حساب التدفق النظري للمضخة

تيار الشحنة الحقيقية $Q_{mactu} = \frac{Q_{mth}}{\eta_{mvol}}$

η_{Mvol} المردود الحجمي

الاستطاعة المقادة، استطاعة الواصل $P_{mAb} = P_K = Q_{mactu}\, p_M\, \eta_{mtot}$

p_M ضغط العمل

المردود الكلي $\eta_{mtot} = \eta_{mvol}\, \eta_{mmec}$

η_{mmec} المردود الميكانيكي

عزم الدوران على محور المحرك

$$* M_{tM} = 97400 \frac{P_{MAb}}{n_M}$$

M_{tM}	P_{MAb}	n_M
kp cm	kW	1/min

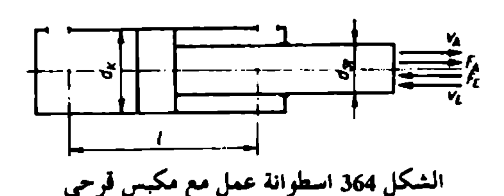
أو

$$* M_{tM} = 9550 \frac{P_{MAb}}{n_M}$$

M_{tM}	P_{MAb}	n_M
Nm	kW	1/min

محركات الحركة المستقيمة

اسطوانة العمل مع مكبس قرصي



الشكل 364 اسطوانة عمل مع مكبس قرحي

قوة الرفع عند الخروج $F_A = \frac{\pi}{4}[d_K{}^2 p_1 - (d_K{}^2 - d_{St}{}^2) p_2]\, \eta_{mec}$

قوة الرفع عند الإقلاع $F_E = \frac{\pi}{4}[(d_K{}^2 - d_{St}{}^2) p_1 - d_K p_2]\, \eta_{mec}$

p_1 ضغط العمل

p_2 الضغط العكسي

$p_1 >> p_2$ بشكل عام

d_K قطر المكبس

d_{St} قطر عمود المكبس

η_{mech} المردود الميكانيكي

سرعة الرفع عند الخروج (إنهاء)

$$v_A = \frac{Q}{\frac{\pi d_K^2}{4}}$$

سرعة الرفع عند الإقلاع

$$v_E = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}(d_K^2 - d_{St}^2)}$$

Q تدفق الشحنة

زمن الرفع عند الخروج

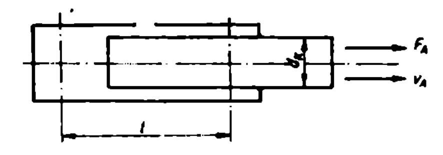
$$t_A = \frac{l}{v_A} = \frac{\frac{\pi}{4} d_K^2 l}{Q}$$

زمن الرفع عند الإقلاع

$$t_E = \frac{l}{v_E} = \frac{\frac{\pi}{4}(d_K^2 \quad d_{St}^2) l}{Q}$$

l طول الشوط

اسطوانة عمل مع مكبس غطاس



الشكل 365 اسطوانة عمل بمكبس غطاس

قوة الرفع عند الخروج

$$F_A = \frac{\pi d_K^2}{4} p_1 \eta_{mec}$$

p_1 ضغط العمل

d_K قطر المكبس

η_{mec} المردود الميكانيكي

سرعة الرفع عند المخرج

$$v_A = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} d_K^2}$$

Q تدفق الشحنة

زمن الرفع عند المخرج

$$t_A = \frac{l}{v_A} = \frac{\frac{\pi}{4} d_K^2 l}{Q}$$

l طول الرفع

باعتبار أن اسطوانة العمل بمكبس غطاس مع مردود بسيط، يمكن بلوغ الإقـــلاع فقط خلال تأثيرات خارجية للقوة.

آلات العمل والقوة

1. حساب الاحتراق

إن القيم التالية منسوبة إلى واحدات الكمية لمادة الاحتراق. إذاً في الحالة الصلبة والسائلة لمادة الاحتراق على 1 kg مادة احتراق وفي الحالة الغازية لمادة الاحتراق على $1\ m^3$ غاز احتراق في الشروط النظامية.

تعطى جميع الحجوم دائماً في الشروط النظامية، (0 °C , 101.3 kPa) هذا يعني بأن m^3 هي m^3 في الشروط النظامية.

تحتوي 1 kg من مادة الاحتراق الصلبة أو السائلة على الأجزاء التالية بـ kg/kg أو بأجزاء الكميات

$$c + h + s + o + n + w + a = 1\ kg/kg$$

إن $1\ m^3$ من مادة الاحتراق الغازية تحتوي على الأجزاء التالية بـ m^3/m^3 أو بأجزاء الحجوم

$$CO + H_2 + CH_n + C_mH_n + H_2S + O_2 + SO_2 + H_2O = 1\ m^3/m^3$$

1.1 حرارة الاحتراق وقيم التسخين

يجب التمييز هنا بين حرارة الاحتراق (قيمة التسخين العليا) $\Delta_v h$ وقيمة التسخين (قيمة التسخين الدنيا) $\Delta_H h$ بـ kJ/kg في مواد الاحتراق الصلبة والسائلة و kJ/m^3 في المواد الغازية.

$$\Delta_H h = \Delta_v h - 2500 \frac{kJ}{kg}(9h + w)$$

إن قيمة التسخين $\Delta_H h$ بواحدة kJ/kg لمادة الاحتراق الصلبة والسائلة

$$\Delta_H h = 33910c + 117200\left(h - \frac{o}{8}\right) + 10470s - 2500w$$

$\Delta_v h'$ حرارة الاحتراق للفحم الصافي (الخالي من الرماد والماء)

$$\Delta_V h = (1 - a - w)\,\Delta_V h'$$

$\Delta_H h'$ قيمة التسخين للفحم الصافي

$$\Delta_H h = (1 - a - w)\,\Delta_H h' - 2500w$$

من أجل مواد الاحتراق الغازية بواحدة kJ/m^3 نطبق:

$$\Delta_H h = 12620\ CO + 10790\ H_2 + 35800\ CH_4 + 64300\ C_2H_6 + \ldots$$

$$\Delta_v h = 12600\ CO + 12800\ H_2 + 39900\ CH_4 + 70400\ C_2H_6 + \ldots$$

2.1 حساب الاحتراق للمواد الصلبة والسائلة

سمات ومميزات للمواد الصلبة والسائلة

المزايا لـــ:

للاحتياج الأصغري للأكسجين

$$\sigma = 1 + \frac{3}{c}\left(h - \frac{o - s}{8}\right)$$

لمحتوى بخار الماء

$$\omega = \frac{2}{3}\frac{9h + w}{c}$$

لمحتوى الكبريت

$$\zeta = \frac{3}{8}\frac{s}{c}$$

لمحتوى الآزوت

$$\nu = \frac{3}{7}\frac{n}{c}$$

المحتوى الأعظمي لـــ CO_2 للغاز المدخن

$$\chi = 1 + \zeta + \nu + 3.76\,\sigma$$

K حجم CO_2 الذي ينتج من 1 kg مادة احتراق صلبة أو سائلة

$$K = 1.867c\,\frac{m^3}{kg}$$

للاحتراق التام مع الاحتياج الأصغري النظري للأكسجين نطبق:

V_{O-min} الاحتياج النظري للأكسجين m³/kg — $V_{O-min} = K\sigma$

V_{L-min} الاحتياج النظري للهواء m³/kg — $V_{L-min} = 4,76\ k\sigma$

V_{TR-min} حجم الغاز المدخن النظري الجاف m³/kg — $V_{TR-min} = K\chi$

V_{FR-min} حجم الغاز المدخن الرطب النظري m³/kg — $V_{FR-min} = K(\chi + \omega)$

للاحتراق الكامل مع احتياج الهواء الحقيقي V_L نطبق:

V_L الهواء اللازم m³/kg — $V_L = \lambda\ V_{L-min} = 4.76\lambda K\sigma$

λ عامل نسبة الهواء — $\lambda = \dfrac{V_L}{V_{L-min}}$

V_{L-u} الهواء الفائض بـــ m³/kg — $V_{L-u} = V_L - V_{L-min} = (\lambda - 1)V_{L-min}$

V_{TR} حجم غاز المدخن الجاف m³/kg — $V_{TR} = V_{TR-min} + V_{L-u}$

$V_{TR}\ K[\chi + 4.76(\lambda - 1)\sigma]$

V_{FR} حجم الغاز المدخن الرطب m³/kg — $V_{FR} = V_{TR} + K\omega = V_{FR-min} + V_{L-u}$

$V_{FR} = K[\chi + \omega + 4.76(\lambda - 1)\sigma]$

m_{FR} كمية الغاز المدخن الرطب kg/kg_{Br} — $*m_{FR} = 1 - a + 1.293\ V_L$

ρ_{FR} كثافة الغاز المدخن الرطب kg/m³ — $\rho_{FR} = \dfrac{m_{FR}}{V_{FT}}$

M_{FR} الكتلة المولية الظاهريـــة في الغـــاز المدخن الرطب kg/mol — $M_{FR} = 22.4\dfrac{m^3}{kmol}\rho_{FR}$

الأقسام المكونة لغاز الدخان m³/kg

V_{CO_2} حجم ثاني أكسيد الكربون — $V_{CO_2} = K$

V_{H_2O} حجم بخار الماء — $V_{H_2O} = K\omega$

V_{SO_2} حجم ثاني أكسيد الكبريت $V_{SO_2} = K\zeta$

V_{N_2} حجم النتروجين $V_{N_2} = K(v + 3.76\sigma)$

V_{O_2} حجم الأكسجين $V_{O_2} = K(\lambda - 1)\sigma$

V_{FR} حجم الغاز المدخن الرطب $\sum V_i = V_{FR}$

3.1 حساب الاحتراق للمواد الغازية

يمكن تطبيق العلاقات الناتجة لمواد الاحتراق الصلبة والسائلة على مواد الاحتـــراق للمواد الغازية، عندما تحسب للمواد الغازية بتعويض 'K بدلاً من K
القيم الناتجة هي قيم منسوبة إلى $1\ m^3$ غاز احتراق في الشروط النظامية.

سمات مواد الاحتراق الغازية

'K حجم ثاني أكسيد الكربون للغـــاز المدخن لكل m^3 غاز احتراق

$$K' = CO + CH_4 + m\,C_m H_n + CO_2$$

$$\sigma = \frac{\frac{CO + H_2}{2} + 2CH_4 + \left(m + \frac{n}{4}\right)C_m H_n + \frac{3}{2}H_2S - O_2}{K'}$$

σ عامل مميز لمادة الاحتراق لأقل احتياج من الأكسجين

ω عامل مميز لمـــادة الاحتـــراق لمحتوى بخار الماء

$$\omega = \frac{H_2 + 2CH_4 + H_2O + H_2S + \frac{n}{2}C_m H_n}{K'}$$

ζ عامل مميز لمـــادة الاحتـــراق لمحتوى الكبريت

$$\zeta = \frac{H_2S + SO_2}{K'}$$

v عامل مميز لمـــادة الاحتـــراق لمحتوى النتروجين

$$v = \frac{N_2}{K'}$$

χ عامل مميز لمـــادة الاحتـــراق

للمحتوى الأعظمي لـــــ CO_2

محتوى الغاز المدخن

$$\chi = \frac{1+\nu+\zeta+3.766\sigma}{K'}$$

4.1 تحديد عامل نسبة الهواء

محتوى O_2 وCO_2 المقاس في حجم الغاز المـــدخن الجاف.

$$\lambda = 1+\frac{O_2}{CO_2\sigma}$$

تطبق فقط لمادة الاحتراق الصلبة

$$\lambda = \frac{CO_{2max}}{CO_2}$$

$CO_{2\ max}$ أعظم محتوى CO_2 لغاز الدخان هذا يعني، محتوى CO_2 لغاز الدخان الرطب أثناء الاحتـــراق بأقل احتياج للهواء

$$CO_{2max} = \frac{1}{\chi}$$

5.1 درجة حرارة الاحتراق النظرية t_{th} بـ °C

t_L درجة حرارة هواء الاحتراق بـــ °C

t_{Br} درجة حرارة مادة الاحتراق بـــ °C

$$t_{th} = \frac{\Delta_H h + V_L C_{pn-L}\Big|_0^{t_L} t_L + c_{p-Br} f_{Br}}{V_{FR} c_{pn-R}\Big|_0^{f_L}}$$

c_{p-Br} السعة الحرارية النوعية الوسطية لمادة الاحتراق

$$c_{pn} = \rho_n c_p$$

c_{Pn-L} السعة الحرارية النوعية الوسطية للهواء $kJ/(m^3\ K)$

ρ_n الكثافة في الشروط النظامية النظامية بـــ kg/m^3

السعة الحرارية النوعية الوسطية لغاز الدخان c_{Pn-R} بـــ $kJ/(m^3\ K)$

$$c_{Pn-R} = \frac{1}{V_{FR}}(V_{CO_2}c_{pn-CO_2} + V_{H_2O}c_{pn-H_2O} + V_{SO_2}c_{pn-SO_2}$$
$$+V_{O_2}c_{pn-O_2} + V_{N_2}c_{pn-N_2})$$

الضياع الحراري Q_A الناتج عن طرد الغاز بـ kJ لكل وحدة كمية لمادة الاحتراق

$$Q_A = V_{FR}\left[c_{pn-R}\Big|_0^{t_A} t_A - c_{pn-R}\Big|_0^{t_{L1}} t_{L1}\right]$$

t_A درجة حرارة الغاز بـ °C

$$Q_A \approx c_{pn-R}\Big|_0^{t_A} V_{FR}(t_A - t_{L1})$$

t_{L1} درجة حرارة الهواء الخارجي بـ °C

$$q_A = \frac{Q_A 100\%}{\Delta_H h}$$

q_A الضياع الغازي بـ % للحرارة المضافة

2. مولدات البخار

في هذه الفقرة تعطى جميع الحجوم لكل من غاز الاحتراق، وهواء الاحتراق، وغاز الدخان دائماً في الشروط النظامية (0 °C و101.3 kPa)، هذا يعني أن m^3 من هذه القيم دوماً بـ m^3 في الشروط النظامية.

$\Delta_H h$ قيمة تسخين مادة الاحتراق بـ kJ/kg أو kJ/m^3

$\dot{m}_B$ كمية مادة الاحتراق المضافة بـ kg/s أو m^3/s

w محتوى الماء المتبقي بـ % لكمية البخار

A_K مساحة تسخين المرجل بـ m^2

A_R مساحة الموقد بـ m^2

$\dot{\bar{m}}_B$ كمية المادة المحترقة الحقيقية بـ kg/s أو m^3/s

$\dot{m}_D$ كمية البخار بـ kg/s

t_{L1} درجة حرارة الهواء عند الدخول في مسخن الهواء الأولي °C

t_{L2} درجة حرارة الهواء عند الخروج من مسخن الهواء الأولي °C

$h_{ü}$ انتالبي البخار خلف المسخن العالي kJ/kg

h'' انتالبي البخار المشبع kJ/kg

h_{w2} انتالبي ماء التغذية بعد المسخن الأولي لماء التغذية

h_{w1} انتالبي ماء التغذية قبل المسخن الأولي لماء التغذية

r حرارة التبخير kJ/kg

t_1 درجة حرارة غاز الدخان قبل المبادل الحراري °C

t_2 درجة حرارة غاز الدخان بعد جهاز نقل الحرارة °C

V_L هواء الاحتراق بـ m^3/kg أو m^3/m^3

V_{FR} حجم غاز الدخان بـ m^3/kg أو m^3/m^3

$c_{Pn\text{-}L}$ السعة الحرارية النوعية الوسطية للهواء $kJ/(m^3\,K)$

$c_{Pn\text{-}R}$ السعة الحرارية النوعية الوسطية لغاز الدخان $kJ/(m^3\,K)$

k عامل النفوذ الحراري بـ $W/(m^2\,K)$

Δt_m فرق درجات الحرارة الوسطي في المبادل الحراري

η_K مردود المرجل

تعاريف ودلالات خاصة

استطاعة التسخين الحارقة kW

$$\dot{Q}_B = \dot{m}_B \Delta_H h$$

تحميل الموقد $kg/(m^2\,h)$

$$b_r = \frac{\dot{m}_B}{A_R}$$

الحمل الحراري للموقد kW/m^2

$$q_r = \frac{\dot{Q}_B}{A_R} = \frac{\dot{m}_B \Delta_H h}{A_R}$$

حمل سطح التسخين $kg/(m^2\,h)$

$$b_h = \frac{\dot{m}_D}{A_K}$$

الحمل لحجرة النار $kg/(m^2\,h)$

$$b_f = \frac{\dot{m}_D}{V_F}$$

الحمل الحراري لحجرة النار

$$q_f = \frac{\dot{Q}_B}{V_F} = \frac{\dot{m}_D \Delta_H h}{V_F}$$

عامل التبخر kg/kg

$$z = \frac{\dot{m}_D}{\dot{m}_B} = \frac{\Delta_H h \eta_K}{h_u - h_{w1}}$$

عامل التبخر للبخار الطبيعي، مقاسة بالواحدة kg/kg

$$z_n = z \frac{h_u - h_{w1}}{2680\,kJ/kg}$$

البخار الطبيعي هو بخار مشبع جاف ذو درجة حرارة 100 °C، ينتج من ماء التغذية عند 0 °C مع حرارة متولدة تبلغ 640 kcal/kg = 2680 kJ/kg.

الاستطاعات الحرارية kW

لوحدة المرجل الإجمالية

$$\dot{Q} = \dot{m}_D(h_u - h_{w1})$$

$$\dot{Q} = \dot{Q}_K + \dot{Q}_u + \dot{Q}_w$$

للمبخر

$$\dot{Q}_K = \dot{m}_D\left(h'' - h_{w2} - \frac{wr}{100\%}\right)$$

للمسخن الفائض

$$\dot{Q}_u = \dot{m}_D\left(h_u - h'' + \frac{wr}{100\%}\right)$$

للمسخن الأولي لماء التغذية

$$\dot{Q}_w = \dot{m}_D(h_{w2} - h_{w1})$$

للمسخن الأولي للهواء

$$\dot{Q}_L = \dot{m}_B V_L c_{pn-L}\Big|_0^{t_{L2}}(t_{L2} - t_{L1})$$

$$c_{pn-L}\Big|_0^{t_{L2}} \approx c_{pn-L}\Big|_{t_{L1}}^{t_{L2}}$$

لجهاز التسخين الزائد تطبق:

$$\dot{Q}_u = \dot{m}_D\left(h_u - h'' + \frac{wr}{100\%}\right) = \dot{m}_B V_{FR}\left[c_{pn-R}\Big|_0^{t_1} t_1 - c_{pn-R}\Big|_0^{t_2} t_2\right]$$

$A_ü$ بـ m^2 سطح التسخين لجهاز التسخين الزائد

$$A_u = \frac{\dot{m}_D\left(h_u - h'' + \frac{wr}{100\%}\right)}{k\,\Delta t_m}$$

$k = (30 \ldots 70)\ W/(m^2\ K)$

من أجل المسخن الأولي - لماء التغذية - لغاز الدخان نطبق:

$$\dot{Q}_w = \dot{m}_D(h_{w2} - h_{w1}) = \dot{m}_B V_{FR}\left[c_{pn-R}\Big|_0^{t_1} t_1 - c_{pn-R}\Big|_0^{t_2} t_2\right]$$

A_w سطح التسخين للمسنن الأولي لماء التغذية m^2

$$A_w = \frac{\dot{m}_D(h_{w2} - h_{w1})}{k\,\Delta t_m}$$

$k = (10 \ldots 35)\ w/(m^2\ K)$

من أجل المسخن الأولي للهواء نطبق

$$\dot{Q}_L = \dot{m}_B V_L c_{pn-L}\Big|_0^{t_{L2}}(t_{L2} - t_{L1}) = \dot{m}_B V_{FR}\left[c_{pn-R}\Big|_0^{t_1} t_1 - c_{pn-R}\Big|_0^{t_2} t_2\right]$$

A_L سطح التسخين للمسخن الأولي لماء التغذية m^2

$$A_L = \frac{\dot{m}_B V_L c_{pn-L}\Big|_0^{t_{L2}}(t_{L2} - t_{L1})}{k\,\Delta t_m}$$

$k = (10 \ldots 30)\ W/(m^2\,K)$

المراديد والضياعات الحرارية

مردود المرجل

$$\eta_k = \frac{\dot{m}_D(h_u - h_{wl})}{\dot{m}_B\,\Delta_H h} = \eta_H \eta_F$$

مردود الاشتعال

$$\eta_F = \frac{\dot{\overline{m}}_B}{\dot{m}_B}$$

مردود السطح الساخن

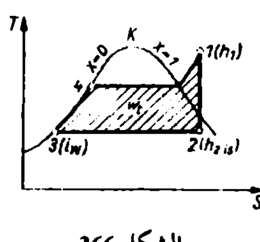
$$\eta_H = \frac{\dot{m}_D(h_u - h_{wl})}{\dot{\overline{m}}_B \Delta_H h}$$

3. الآلات البخارية المكبسية

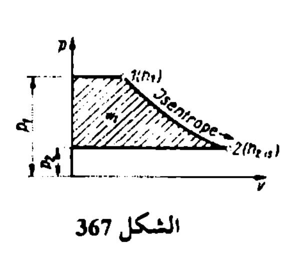
1.3 الاستطاعات والمراديد

الاستطاعة النظرية P_{th} للآلة البخارية بـ kW

إن عملية المقارنة النظرية للآلة البخارية ذات مرجل بخاري هي دارة Clausius-Rankine (انظر الشكل 366) بتمدد ايزونتروبي تام في الآلة البخارية (انظر مخطط p-v الشكل 367)



الشكل 366



الشكل 367

P_{th} الاستطاعة النظرية بـ kW

$$P_{th} = \dot{m}_D w_t = \dot{m}_D (h_1 - h_{2is})$$

w_t العمل النظري للآلة البخارية عند تمدد ايزونتروبي تام kJ/kg

$$w_t = h_1 - h_{2is}$$

η_{th} المردود الحراري للآلة البخارية ذات مرجل بخاري

$$\eta_{th} = \frac{h_1 - h_{2is}}{h_1 - h_w}$$

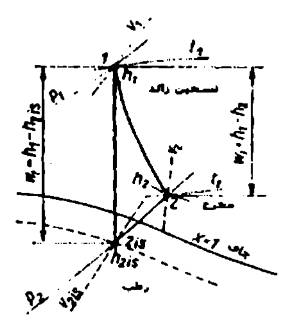
h_1 انتالبي البخار عند الدخول للآلة kJ/kg

h_2 انتالبي البخار عند الخروج من الآلة kJ/kg (شكل 368)

h_{2is} انتالبي البخار بعد تمدد ايزونتروبي kJ/kg (شكل 368)

h_w انتالبي ماء التغذية عند الدخول للمرجل kJ/kg

$\dot{m}_D$ معدل استهلاك البخار kg/s



الشكل 368

η_i المردود الداخلي أو درجة الجودة

$$\eta_i = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2is}} = \frac{w_i}{w_t} = \frac{P_i}{P_{th}}$$

η_{th-i} المردود الحراري الدليلي

$$\eta_{th-i} = \eta_{th} \eta_i = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_w}$$

w_i العمل الداخلي أو العمل الدليلي kJ/kg

$$w_i = h_1 - h_2$$

P_i الاستطاعة الداخلية أو الاستطاعة الدليلية kW

$$P_i = \eta_i P_{th} = \dot{m}_D w_i = \dot{m}_D (h_1 - h_2)$$

P_e استطاعة التوصيل

$$P_e = \eta_m P_i = \eta_m \eta_i P_{th}$$

η_m المردود الميكانيكي (0.85 ... 0.95)

$$\eta_m = \frac{P_e}{P_l}$$

η_{tot} المردود الكلي للآلة البخارية

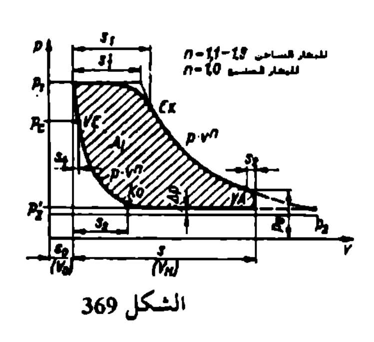
$$\eta_{tot} = \eta_m \eta_i \eta_{th} = \frac{P_e}{m_D (h_i - h_w)}$$

P_{tot} استطاعة اللاقط - المولدة

$$P_{tot} = \eta_{gen} \eta_u P_e$$

η_{tot} مردود المولدة

η_u مردود وسيط النقل، في التوصيل المباشر $\eta_u = 1$



الشكل 369

A_i سطح المخطط الدليلي مقاس بالواحـــدة mm^2 (الشكل 369)

f قياس النابض بالواحدة $\frac{mm}{(N/cm^2)}$

l طول المخطـــط mm، في الـــشكل (369)

يكون طول l مساوياً للمسافة s

$\dot{m}_D$ معدل استهلاك البخار kg/s

$$\dot{m}_D = \frac{P_e}{(h_1 - h_2)\eta_m} = d_e P_e$$

d_e معدل استهلاك البخار النوعي kg/kWh

$$d_e = \frac{\dot{m}_D}{P_e} = \frac{3600 \frac{kJ}{kWh}}{(h_1 - h_2)\eta_m}$$

2.3 الاستطاعة الدليلية من المخطط الدليلي

انظر الشكل (369)

P'_i الاستطاعة الدليلية لإحدى جوانب الاسطوانة kW

$$P'_i = A p_i s n$$

P_i الاستطاعة الدليلية للآلة البخارية kW

$$P_i = \Sigma P'_i = sn \, \Sigma A p_i$$

A سطح المكبس cm^2

s طول شوط المكبس m

n عدد الدورات بواحدة U/s

$$p_i = c_m \, \Sigma A p_i$$

c_m سرعة المكبس الوسطية m/s

p_i الضغط الداخلي الوسطي أو الضغط الدليلي الوسطي N/cm^2 من المخطط أو من العلامات التقريبية التالية:

$$p_i = \frac{A_i}{l f}$$

- لآلة التكثيف

$$p_i = 12\frac{N}{cm^2} + 0.2p_1$$

- لآلة العادم وآلة الضغط المعاكس $p_2 < 20\ N/cm^2$

$$p_i = 12\frac{N}{cm^2} + 0.25p_1$$

$c_m = 2 \ldots 3.5$ m/s من أجل دوار بطيء

$c_m = 3.5 \ldots 5$ m/s من أجل دوار سريع

$$c_m = 2sn$$

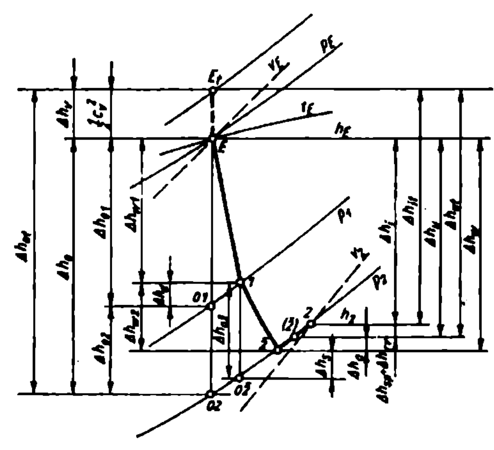
x_h نسبة الشوط

$$x_h = \frac{s}{D}$$

D قطر الاسطوانة

يمكن تحديد الأبعاد الرئيسية عن طريق العلاقات المبينة أعلاه للاستطاعة الداخلية P_i وفرض x_h، c_m وp_i.

4. العنفات البخارية



الشكل 370 سير الحالة في المخطط h-s في مرحلة عنفة محورية مع رد فعل منخفض

انخفاض الحرارة المرحلية الأيزونتروبية[1] kJ/kg $\Delta h_0 = h_{EStx} - h_{O2Stx}$

انخفاض الدولاب القائد الأيزونتروبي[1] kJ/kg $\Delta h_{01} = h_{EStx} - h_{O1Stx}$

انخفاض الدولاب الدوار الايزونتروبي[1] kJ/kg $\Delta h_{02} = h_{O1Stx} - h_{O2Stx}$

انخفاض الحرارة المرحلية الداخلية[1] kJ/kg $\Delta h_i = h_E - h_2$

انخفاض الحرارة المرحلية الكلي الايزونتروبي kJ/kg $\Delta h_{0t} = h_{Et} - h_{02}$

انخفاض الحرارة المرحلية الكلي الداخلي kJ/kg $\Delta h_{it} = h_{Et} - h_2$

انخفاض الحرارة المرحلية الحقيقية في القرص القائد والدوار $\Delta h_w = \Delta h_{w1} - \Delta h_{w2}$

انخفاض الحرارة المرحلية الحقيقية في القرص القائد kJ/kg $\Delta h_{w1} = h_E - h_1$

انخفاض الحرارة المرحلية الحقيقية في القرص الدوار kJ/kg $\Delta h_{w2} = h_1 - h_2$

انخفاض الحرارة المرحلية للعمل في محيط القرص الدوار kJ/kg $\Delta h_u = h_E - h_{(\bar{2})}$

العمل الكلي في محيط قرص دوار لمرحلة واحدة kJ/kg $\Delta h_{ut} = h_{Et} - h_{(\bar{2})}$

$$\Delta h_{ut} = \Delta h_v + h_E - h_{(\bar{2})}$$

Δh_v انخفاض الدوار الأولي kJ/kg

$$\Delta h_v = \frac{c_v^2}{2} = h_{Et} - h_E$$

c_v سرعة الدوار الأولي m/s

$$\left[\frac{1\,\text{kg}\,\text{m}^2}{\text{kg}\,\text{s}^2} = \frac{1\,\text{Nm}}{\text{kg}} = \frac{1\,\text{J}}{\text{kg}}\right]$$

ضياعات القرص القائد (قارن الشكل 370) kJ/kg $\Delta h_d = h_1 - h_{O1}$

ضياعات القرص الدوار (قارن الشكل 370) kJ/kg $\Delta h_s = h_{\bar{2}} \quad h_{0\bar{2}}$

ضياعات الخرج (قارن الشكل 370) kJ/kg $\Delta h_a = h_{(2)} - h_{\bar{2}}$

درجة رد الفعل

$$r = \frac{\Delta h_{02}}{\Delta h_0} = \frac{h_1 - h_{\bar{2}}}{h_E - h_{02}}$$

مردود القرص القائد

$$\eta' = \frac{\Delta h_{w1} + \Delta h_v}{\Delta h_{01} + \Delta h_V} = \frac{c_1^2}{c_0^2}$$

---

[1] يمكن حذف الدليل Stx عندما يكون من الواضح عند الحساب، في أي مرحلة تتم المعالجة.

مردود القرص الدوار $\eta'' = \frac{w_2^2}{w_{20}^2}$

'η و"η تأخذان بعين الاعتبار ضياعات القرصين الدوار والقائد ويمكن استنتاجهما من المنحنيات التجريبية.

1.4 الاستطاعات والمراديد

h_E الانتالبي قبل بداية التمدد kJ/kg

$\dot{m}_s$ تدفق البخار اللحظي kg/s

h_{0A} الانتالبي بعد التمدد الإيزونتروبي kJ/kg

$\dot{m}_B$ معدل كمية مادة الاحتراق المضافة بالساعة kg/h

h_A الانتالبي في قاعدة طرد الغاز kJ/kg

$\Delta_H h$ قيمة تسخين مادة الاحتراق

h_e الانتالبي عند مخرج مولد البخار kJ/kg

η_K مردود وحدة المراحل

h_{wi} الانتالبي عند مدخل مولد البخار kJ/kg

للتعويض للعنفات ذات سحب البخار

$m_s \quad \Delta H_0 = \sum m_{s\text{-}St}\,\Delta h_{0\text{-}St}$

$m_s \quad \Delta H_i = \sum m_{s\text{-}St}\,\Delta h_{i\text{-}St}$

P_{th} استطاعة الآلة النظرية عند تمدد ايزونتروبي kW

$$P_{th} = m_s\,\Delta H_0 = m_s\,(h_E - h_{0A})$$

ΔH_0 انخفاض الحرارة الإجمالي الايزونتروبي kJ/kg

$$\Delta H_0 = h_E - h_{0A}$$

η_i المردود الداخلي للعنفة

$$\eta_i = \frac{\Delta H_i}{\Delta H_0} = \frac{P_i}{P_{th}} = \frac{h_E - h_A}{h_E - h_{0A}}$$

P_i استطاعة الداخلية للعنفة kW

$$P_i = \eta_i P_{th} = \dot{m}_s \Delta H_i$$

ΔH_i انخفاض الحرارة الإجمالي الداخلي kJ/kg

$$\Delta H_i = h_E - h_A$$

η_m المردود الميكانيكي (انظر الشكل 371)

$$\eta_m = \frac{P_e}{P_i}$$

P_e الاستطاعة التوصيل أو الفعالة بـــ kW

$$P_e = \eta_m P_i = \eta_m \eta_i \dot{m}_s \Delta H_0$$

η_e المردود الفعال (انظر الشكل 371)

$$P_e = \eta_e \dot{m}_s \Delta H_0$$

P_{gen} استطاعة المولد مقاسة بالواحدة kW

$$P_{gen} = \eta_{gen} P_i = \eta_{gen} \eta_i \dot{m}_s \Delta H_0$$

η_{gen} مردود المولدة (0.98 ... 0.96)

$$\eta_{gen} = \frac{P_{gen}}{P_e}$$

η_e و η_m تعتمد على الخبرة ويمكن استنتاجهما من المخططات (371 و372)

$$\eta_e = \eta_i \, \eta_m$$

$$\eta_i = \frac{\eta_e}{\eta_m}$$

η_{th} المردود الحراري للدارة

$$\eta_{th} = \frac{\Delta H_O}{h_e - h_{wl}}$$

η_{th-i} المردود الحراري الداخلي

$$\eta_{th-i} = \frac{\Delta H_i}{h_e - h_{wl}}$$

$\dot{m}_h$ معدل تدفق البخار في الساعة kg/h

$$\dot{m}_h = \frac{P_e}{\Delta H_i \eta_m}$$

d_{gen} استهلاك البخار النوعي منسوب إلى P_{gen} بـ kg/kWh

$$d_{gen} = \frac{\dot{m}_h}{P_{gen}} = \frac{3600 \frac{kJ}{kWh}}{\Delta H_i \eta_m \eta_{gen}}$$

q_{gen} استهلاك الحرارة النوعي للمحطة kJ/kWh

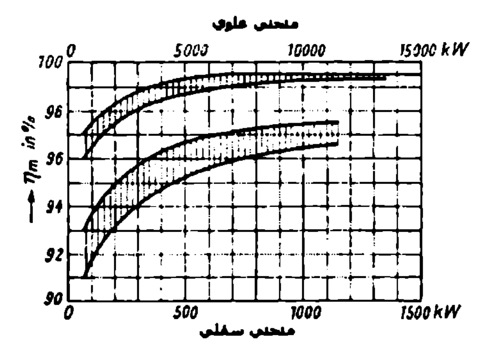
$$q_{gen} = \dot{m}_B \Delta_H h = \frac{3600 \frac{kJ}{kWh}}{\eta_{gen}}$$

η_{ges} المردود الإجمالي للمحطة

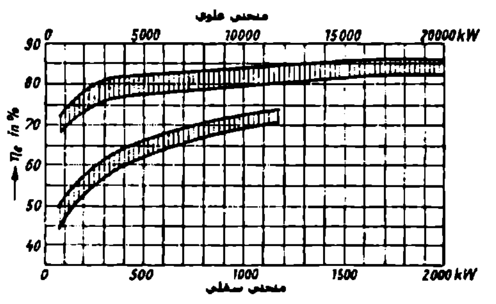
$$\eta_{tot} = \frac{P_{gen}}{\dot{m}_B \Delta_H h}$$

η_{self} المردود للاحتياج الخاص للمحطة

$$\eta_{tot} = \eta_{th} \, \eta_i \, \eta_m \, \eta_K \, \eta_{gen} \, \eta_{self}$$



الشكل 371 المراديد الميكانيكية كتابع لاستطاعة العنفة



الشكل 372 المراديد الفعالة كتابع لاستطاعة العنفة

2.4 استثمار الطاقة في القرص القائد والقرص الدوار

الاستنتاج الحسابي والتخطيطي للسرع والزوايا

معادلة الطاقة للقرص القائد

$$h_E + \frac{c_v^2}{2} = h_{01} + \frac{c_0^2}{2}$$

h_v انخفاض الدوار الأولي بـ kJ/kg

$$\Delta h_v = \frac{c_v^2}{2}$$

في حالة $c_v \leq 50$ m/s، يمكن إهمال طاقة الجريان.

c_0 السرعة النظرية عند تمدد الايزونتروبي في القرص القائد m/s

$$c_0 = 44.72\sqrt{\Delta h_{0'1} + \Delta h_v}$$

c_1 سرعة الخروج الفعلية للقرص القائد تساوي سرعة الدخول المطلقة للقرص الدوار m/s

$$c_1 = \sqrt{\eta' c_0^2} = \sqrt{\eta'} c_0$$

η' مردود القرص القائد

u_1 السرعة المحيطية في مدخل القرص الدوار

$$u_1 = \pi D_1 n$$

u_2 السرعة المحيطية في مخرج القرص الدوار

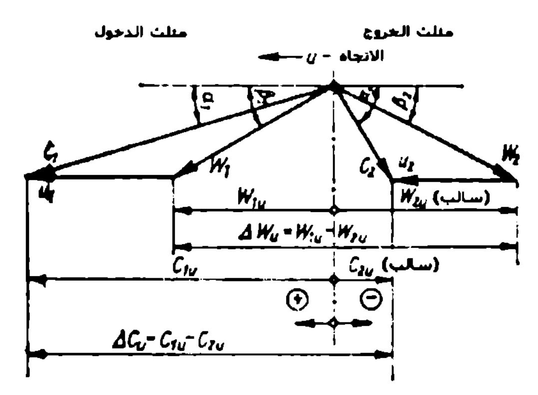
$$u_2 = \pi D_2 n$$

w_1 سرعة الدخول النسبية m/s

$$w_1^2 = c_1^2 + u_1^2 - 2 c_1 u_1 \cos \alpha_1$$

β_1 زاوية الدخول للقرص الدوار

$$\sin\beta_1 = \frac{c_1}{w_1}\sin\alpha_1$$



الشكل 373 مخطط السرعة لمراحل العنفة

معادلة الطاقة للقرص الدوار

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = h_{02} + \frac{w_{20}^2}{2}$$

w_{20} سرعة الخروج النسبية النظرية عند التمدد الإيزونتروبي بـ m/s

$$^{*} w_{20} = \sqrt{2000r\,\Delta h_0 + w_1^2 + u_2^2 \quad u_1}$$

u السرعة المحيطية عند التأثير المحوري

$$u_2 = u_1 = u = \pi Dn$$

w_{20} سرعة الخروج النسبية النظرية من أجل $u_1 = u_2$

$$^{*} w_{20} = \sqrt{2000r\,\Delta h_0 + w_1^2}$$

w_2 سرعة الخروج النسبية

$$w_2 = \sqrt{\eta'' w_{20}^2} = \sqrt{\eta''}\,w_{20}$$

c_2 سرعة الخروج المطلقة

$$c_2^2 = w_2^2 + u_2^2 - 2u_2\,w_2\cos\beta_2$$

α_2 زاوية الخروج المطلقة

$$\sin\alpha_2 = \frac{w_2}{c_2}\sin\beta_2$$

3.4 حساب مقاطع التدفق

معادلة الاستمرار لمقطع القرص القائد

$$\frac{m_s v_1}{c_1} = A_1 z_d$$

$$\frac{m_s v_1}{c_1} = k\varepsilon\pi D_1 l_1 \sin\alpha_1$$

معادلة الاستمرار لمقاطع القرص الدوار

$$\frac{m_s v_2}{w_2} = A_2 z_s$$

$$\frac{m_s v_2}{w_2} = k\varepsilon\pi D_2 l_2 \sin\beta_2$$

k عامل التصحيح

ε درجة التأثير

$$\varepsilon = \frac{\text{محيط التأثير}}{\text{المحيط الكلي}}$$

A_1 المقطع عند مخرج القرص القائد

z_d عدد الأقراص القائدة

v_1 الحجم النوعي للبخار عند مخرج القرص القائد

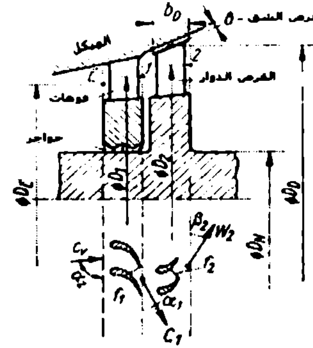
l_1 طول القرص القائد

A_2 المقطع عند مخرج القرص الدوار

z_s عدد الأقراص الدوارة

v_2 الحجم النوعي للبخار عند مخرج القرص الدوار

l_2 طول القرص الدوار عند المخرج



الشكل 374 مراحل عنفة (ليست محورية تماماً)

4.4 العمل في محيط القرص Δh_{ut} والمردود في المحيط η_u

العمل في محيط القرص الوسطي للقرص الدوار مقاس بالواحدة kJ/kg (المعادلة الأساسية للعنفة)

$$\Delta h_{ut} = \frac{1}{2}(c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2)$$

$$\Delta h_{ut} = u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u} = u_1 w_{1u} - u_2 w_{2u}$$

$$\Delta h_{ut} = h_{Et} - h_{(2)}$$

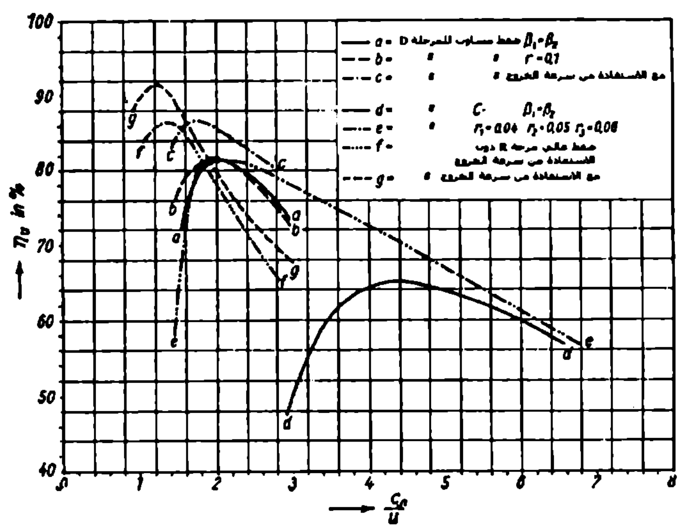
قارن الشكل (370)

$$\Delta h_{ut} = u(c_{1u} - c_{2u})$$

يطبق فقط لمرحلة محورية صافية مع $u_1 = u_2 = u$

$\Delta_{ut} = u\Delta c_u = u\Delta w_u$

Δc_u و Δw_u تعرف بمسافات الاستطاعات يمكن استنتاجها بشكل غير مباشر من مخطط السرعات (قارن الشكل 373)



الشكل 375 مردود المحيط للقرص عند درجات ردود أفعال مختلفة كتابع لقيمة عكسية لعامل الدوران c_o/u

$$\eta_u = \frac{\Delta h_{ut}}{\Delta h_0 + \frac{c_v^2 - c_2^2}{2}}$$

η_u للردود في المحيط دون ضياعات الخروج. من أجل المراحل التي تستخدم عندها طاقة الخروج $c_2^2/2$ كطاقة دخول في المراحل القادمة

$$\bar{\eta}_u = \frac{\Delta h_{ut}}{\Delta h_0 + \frac{c_v^2}{2}} = \frac{\Delta h_{ut}}{\Delta h_{ot}}$$

$\bar{\eta}_u$ المردود في المحيط مع ضياعات الخروج، للمراحل عندما لا يمكن استخدام طاقة الخروج في المراحل التالية.

5.4 عرض الضياعات لمرحلة في عنفة والمردود الداخلي المرحلي η_i

الضياع في الفوهة kJ/kg

$$\Delta h_d = (1-\eta')\frac{c_o^2}{2} = h_1 - h_{o1}$$

ضياعات القرص الدوار kJ/kg

$$\Delta h_s = (1-\eta'')\frac{w_{2o}^2}{2} = h_2 - h_{o2}$$

ضياعات الخروج kJ/kg

$$\Delta h_a = \frac{c_2^2}{2} = h(\bar{2}) - h_2$$

ضياعات احتكاك القرص، وضياعات المروحة kJ/kg.

$$\Delta h_{rv} = \frac{P_{rv}}{\dot{m}_s}$$

P_{rv} بـ kW (راجع المراجع الاختصاصية)

ضياعات القناة لمرحلة

$$\Delta h_{sp} = \Delta h_{sp}' + \Delta h_{sp}''$$

$$\Delta h_{sp} = \xi_{sp}\,\Delta h_o = (\xi_{sp}' + \xi_{sp}'')\,\Delta h_o$$

ضياعات القناة للقرص القائد

$$\Delta h_{sp}' = \xi_{sp'}\,\Delta h_o$$

ضياعات القناة للقرص الدوار

$$\Delta h_{sp}'' = \xi_{sp}''\,\Delta h_o$$

عمل المحيط لمرحلة في عنفة

$$\Delta h_{ut} = \Delta h_{ot} - (\Delta h_d + \Delta h_s + \Delta h_a)$$

العمل الداخلي لمرحلة في عنفة

$$\Delta h_{it} = \Delta h_{ut} - (\Delta h_{sp} + \Delta h_{rv})$$

المردود الداخلي لمرحلة عنفة عند الاستهلاك التام لطاقة الخروج

$$\eta_i = \frac{\Delta h_{it}}{\Delta h_0 + \frac{c_v^2 - c_2^2}{2}}$$

المردود الداخلي لمرحلة عنفة مع ضياعات طاقة الخروج

$$\bar{\eta}_i = \frac{\Delta h_{it}}{\Delta h_0 + \frac{c_v^2}{2}}$$

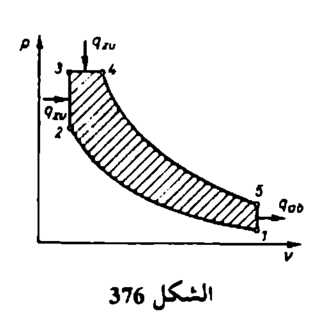
5. آلات قوى الاحتراق

1.5 الدارات المثالية لآلات قوى الاحتراق:

η_{th} المردود الحراري للدارة المثالية

$$\eta_{th} = 1 - \frac{q_{loss}}{q_{supp}}$$

دارة محركات Otto، انظر (علم الحرارة الهندسي)



الشكل 376

دارة محركات الديزل، انظر (علم الحرارة الهندسي)

تتكون دارة Seiliger (الشكل 376) من تغيرات الحالة التالية:

1 - 2: تكثيف ايزونتروبي

2 - 3: اكتساب الحرارة تحت حجم ثابت

3 - 4: اكتساب الحرارة تحت ضغط ثابت

4 - 5: تمدد ايزونتروبي

5 - 1: طرد الحرارة تحت حجم ثابت

η_{th} المردود الحراري لدارة Seiliger

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\chi-1}} \frac{\psi\rho^{\chi} - 1}{\psi - 1 + \chi\psi(\rho - 1)}$$

ε نسبة التكاثف

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$$

ψ نسبة ازدياد الضغط في دارة Diesel $\psi = 1$

$$\psi = \frac{p_3}{p_2}$$

ρ نسبة الضغط الكلي، في دارة Otto $\rho = 0$

$$\rho = \frac{V_4}{V_3}$$

P_{th} الضغط الوسطي kP_a لمحرك يعمل حسب الدارة المثالية

$$p_{th} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{q_{supp}\eta_{th}}{v_1}$$

$$p_{th} = \frac{p_1}{\chi - 1} \frac{\varepsilon^{\chi}}{\varepsilon - 1}[\psi - 1 + \chi\psi(\rho - 1)]\eta_{th}$$

q_{supp} الحرارة المكتسبة kJ/kg

v_1 الحجم النوعي m^3/kg

2.5 دارات المحركات الكاملة (التامة)

$\dot{m}_B$ معدل استهلاك المادة اللازمة kg/s w_v عمل المحركات بواحدة KJ لواحدة مادة احتراق

$\Delta_H h$ قيمة تسخين مادة الاحتراق بواحدة kJ لواحدة مادة الاحتراق

T عدد الأشواط لكل دورة عمل

$T = 4$ لمحركات رباعية الشوط

$T = 2$ لمحركات ثنائية الشوط

q_{supp} الحرارة المكتسبة بـ kJ لكل kg شحنة جاهزة

m_L كمية الهواء المحترقة بـ kg لكل وحدة من مادة الاحتراق

q_{ab} الحرارة المسحوبة بـ kJ لكل kg شحنة جاهزة

$m_{L\text{-}min}$ احتياج الهواء النظري kg لكل وحدة من مادة الاحتراق

D قطر المكبس m

V_H حجم الشوط للمحرك m^3

s طول الشوط m

V_h حجم الشوط للاسطوانة m^3

n عدد الدورات $\frac{1}{s}$

z عدد الاسطوانات

η_v مردود المحرك الكامل، يتعلق بدارة المقارنة الموضوعة إما (Otto، Diesel، أو Seiliger)

$$\eta_v = 1 - \frac{q_{ab}}{q_{supp}}$$

$$\eta_v = \frac{w_v}{\Delta_H h} = \frac{P_v}{m_B \Delta_H h}$$

q_{supp} الحرارة المكتسبة kJ/kg، شحنة جاهزة

$$q_{supp} = \frac{\Delta_H h}{m_G}$$

m_G كمية الشحن الجاهزة kg لكل وحدة من مادة الاحتراق

$$m_G = \lambda_v m_{L\text{-}min} + k$$

λ_v عامل نسبة الهواء

$$\lambda_v = \frac{m_L}{m_{L-min}}$$

من أجل محركات Diesel وOtto مع حقن مادة احتراق

$$k = 0$$

لمحركات Otto

$$k = 1 \text{ kg/kg}$$

للمحركات الغازية، ρ_k كثافة غاز التشغيل kg/m^3 في الشروط النظامية (0 °C; 101.3 kPa)

$$k = \rho_k$$

p_v الضغط الوسطي للمحرك الكامل kPa

$$p_v = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \rho_1 q_{supp} \eta_v$$

ρ_1 كثافة تعبئة الاسطوانة kg/m^3 عند بداية الانضغاط

P_v استطاعة المحرك الكامل kW

$$P_v = \frac{2p_v V_H n}{T}$$

3.5 الأبعاد، المراديد والاستطاعات

V_h حجم الشوط للاسطوانة m^3

$$V_H = z\,V_h$$

V_H حجم الشوط للمحرك m^3

$$V_H = z\frac{\pi}{4}D^2 s$$

c_m سرعة المكبس الوسطية m/s

$$c_m = 2sn$$

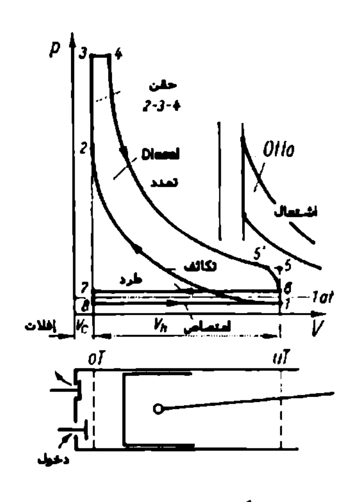
ε نسبة التكاثف

$$\varepsilon = \frac{V_h + V_c}{V_c}$$

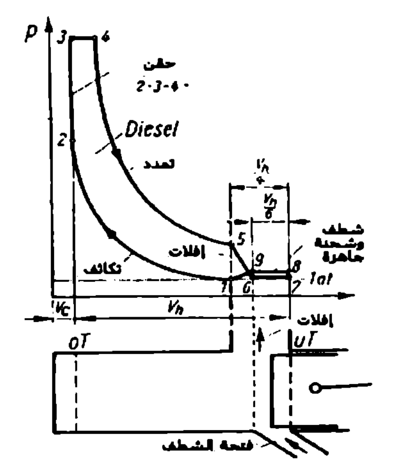
V_c حجرة تكثيف الاسطوانة

x_h نسبة الشوط

$$x_h = \frac{s}{D}$$



الشكل 377 طريقة عمل محركات رباعية الشوط



الشكل 378 طريقة عمل محركات ثنائية الشوط

η_i المردود الداخلي أو المردود الدليلي

$$\eta_i = \frac{P_i}{\dot{m}_B \Delta_H h} = \eta_g \eta_v$$

η_g مردود الجودة

$$\eta_g = \frac{P_i}{P_v} = \frac{p_i}{p_v} = \frac{\eta_i}{\eta_v}$$

p_i الضغط الداخلي الوسطي kPa

P_i الاستطاعة الداخلية kW

$$P_i = \frac{2V_H n}{T} p_i = \frac{\pi D^2 snz}{2T} p_i$$

η_m المردود الميكانيكي

$$\eta_m = \frac{P_e}{P_i} = \frac{P_e}{P_e + P_r}$$

P_r استطاعة الاحتكاك واستطاعات التجهيـــزات المساعدة (الشاحن، النافخ الطرد)

P_e الاستطاعة المفيدة kW

$$P_e = \frac{2V_H n}{T} p_e = \frac{\pi D^2 nz}{2T} p_e$$

M_d عزم الدوران المفيد kNm

$$M_d = \frac{V_H}{\pi T} p_e$$

p_i الضغط الداخلي الموسط kPa

$$p_e = p_i \eta_m$$

p_e الضغط المفيد الموسط kPa

$$p_e = \frac{\Delta_H h}{\lambda_v m_{L-min} + k} \lambda_i \rho_F \eta_e$$

λ_l درجة التوزيع

$$\lambda_l = \frac{m_z}{\rho_F V_h}$$

m_z كمية الشحنة الجاهزة للاسطوانة

ρ_F كثافة الشحنة الجاهزة قبل فتحات الدخول

$$\frac{p_e}{\lambda_i \eta_e} = \frac{p_i}{\lambda_i \eta_i} = \frac{p_v(\varepsilon - 1)}{\eta_v \varepsilon}$$

η_e المردود المفيد

$$\eta_e = \frac{P_e}{\dot{m}_B \Delta_H h} = \frac{1}{b_e \Delta_H h}$$

$$\eta_e = \eta_v \eta_g \eta_m$$

b_e الاستهلاك النوعي للمادة kg/kWh

$$b_e = \frac{\dot{m}_B}{P_e} = \frac{3600 \frac{kJ}{kWh}}{\Delta_H h \, \eta_e}$$

6. المضخات المكبسية والمضخات الدوارة

(العلاقات المشتركة)

الرمز	المعنى
H	ارتفاع النقل m
H_{geo}	ارتفاع النقل الجغرافي (فرق الارتفاع بين مستوي السائل العلوي والسفلي)
H_{Sgeo}	ارتفاع الضغط الجغرافي m
H_{Dgeo}	مقاومات الأنابيب m
H_v	مقاومات الأنابيب m
H_{Vs}	مقاومة أنابيب الامتصاص m
H_{VD}	مقاومة أنابيب الضغط m
H_{vi}	الضياعات الداخلية للمضخة m
H_{th}	ارتفاع النقل النظري m
H_{man}	ارتفاع النقل المانومتري m
e_M	فرق الارتفاع بين موقع قياس الضغط والامتصاص m
P_D	الضغط في قعر مضخة الضغط (موقع قياس الضغط Pa)
P_S	الضغط في قعر الامتصاص للمضخة
P_a	الضغط في مستوى السائل (العلوي)
P_e	سرعة التدفق في موقع قياس الضغط m/s
C_D	سرعة التدفق في موقع قياس الامتصاص m/s
C_S	سرعة التدفق في موقع قياس الامتصاص m/s
g	التسارع الأرضي m/s^2
ρ	كثافة السائل kg/m^3
$\dot{V}$	التدفق m^3/s
n	عدد الدورات 1/s
H_A	ارتفاع عمود سائل m أثناء قياس ضغط الهواء الجوي
H_t	ارتفاع عمود سائل m أثناء قياس ضغط الإشباع لبخار السائل
H	ارتفاع النقل m

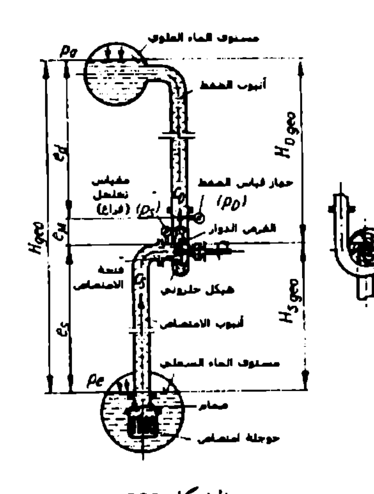
H_{geo} ارتفاع النقل الجغـــرافي m (فرق الارتفاع بين مستوى السائل العلوي والسفلي)

$$H = \frac{(p_D - p_S)}{\rho g} + e_M + \frac{C_D^2 - C_S^2}{2g}$$

$$H = \frac{(p_D - p_S)}{\rho g} + H_{geo} + H_v$$

$$H = H_{geo} + H_v$$

الشكل 379



الشكل 380

H_v مقاومة الأنبوب m

$$H_v = H_{VS} + H_{VD}$$

يطبق في المضخات المكبسية في مرحلة الانضغاط والامتصاص

$$H = \frac{(p_D - p_S)}{\rho g} + e_M$$

H_{man} الارتفاع المانومتري بواحدة m، ارتفاع عنـــد نقل الماء، 4 °C، $\rho_{4°C} = 1000\ kg/m^3$

$$H_{man} = \frac{H\rho}{1000\frac{kg}{m^3}}$$

Δp ضغط النقل Pa

$$\Delta p = H_{man}\ 1000\ kg/m^3 \quad g = H\rho g$$

H_{th} الارتفاع النظري m

$$H_{th} = \frac{H}{\eta_h} = H + H_{vi}$$

η_h المردود الهيدروليكي

$$\eta_H = \frac{H}{H_{th}}$$

1.6 المضخات المكبسية

P الاستطاعة المفيدة kW

$$P = \dot{V}H\rho g$$

η_i المردود الداخلي

$$P_i = \frac{P}{\eta_i} = \frac{P}{\lambda \eta_h}$$

$\dot{V}_{th}$ تدفق الارتفـــاع المطلـــوب m^3/s، مـــن قياسات المضخة المكبسية عديمة الضياعات

$\dot{V}_v$ ضياعات النقل m^3/s خلال المرشحات

$$\eta_i = \frac{P}{P_i} = \lambda \eta_h$$

η_v المردود الحجمي ($\eta_v = 0.88 \ldots 0.98$)

$$\eta = \frac{\dot{V}}{\dot{V}_{th}} = \lambda \lambda_f$$

λ_f مردود التعبئة

$$\lambda_f = \frac{\dot{V} + \dot{V}_v}{\dot{V}_{th}}$$

λ درجة التوزيع

$$\lambda = \frac{\dot{V}}{\dot{V} + \dot{V}_v}$$

P_i' الاستطاعة الدليلية لجانب الاسطوانة kW

$$P_i' = Ap_i sn$$

p_i الضغط الداخلي المتوسط بواحدة Pa، مـــن مخطط الدليلي

P_i الاستطاعة الدليلية للمضخة المكبسية kw

$$P_i = \Sigma P_i' = sn\, \Sigma Ap_i$$

A مساحة المكبس لطرف الاسطوانة m^2

s طول الشوط m

P_K استطاعة التوصيل kW

$$P_K = \frac{P_i}{\eta_{mec}} = \frac{P}{\eta_i \eta_{mec}} = \frac{P}{\eta_{tot}}$$

η_{mech} المردود الميكانيكي

η_{tot} المردود الكلي ($\eta_{tot} = 0.7 \ldots 0.85$)

$$\eta_{tot} = \frac{P}{P_K} = \eta_i \eta_{mec} = \lambda \eta_h \eta_{mec}$$

c_m سرعة المكبس الوسطية m/s ($c_m = 1.5 \ldots 2$ m/s)

$$c_m = 2sn$$

x_h نسبة الشوط ($x_h = 0.6$ حتى 1.2 من أجل $p \le 4$ MPa)

$$x_h = \frac{s}{D}$$

العلاقات لتحديد القياسات الأساسية حسب الفرض لـ c_m و x_h

$$\dot{V} = \eta_v \dot{V}_{th} = \eta_v s n \sum A$$

$$\dot{V} = \eta_v \frac{c_m}{2} \sum A$$

ارتفاع الامتصاص الأعظمي الممكن في المضخات المكبسية ($H_{s\,geo\,max}$)

مضخات بدون وعاء امتصاص

$$H_{s\,geo\,max} = H_A - H_t - h_{as\,max} - h_{svo}$$

مضخات مع وعاء امتصاص

$$H_{S\,geo\,max} = H_A - H_t - H_{VS} - h_{svo}$$

ارتفاع الامتصاص الحقيقي (للماء البارد 6 ... 7 m)

$$H_{S\,geo} < H_{S\,geo\,max}$$

$h_{as\,max}$ ارتفاع التسارع الأعظمي m

h_{svo} مقاومة فتحة صمام الامتصاص m

p_A ضغط الهواء الجوي N/m^2

p_t ضغط إشباع بخار السائل بواحدة Pa

$$H_A = \frac{p_A}{1000 \frac{kg}{m^3} g}$$

$$H_t = \frac{p_t}{1000 \frac{kg}{m^3} g}$$

2.6 المضخات الدوارة - المكثفات الدوارة

(انظر أيضاً المضخات المكبسية والمضخات الدوارة) الأدلة:

$H_{th\infty}$ ارتفاع النقل لعدد شفرات غير منته وتدفق بدون احتكاك بواحدة m

u السرعة المحيطية m/s

c السرعة المطلقة للتدفق m/s

w السرعة النسبية للتدفق m/s

0 لحظة قبل بداية دوران القرص

1 لحظة بعد بداية دوران القرص

2 قليل قبل نهاية دوران القرص

3 قليل بعد نهاية دوران القرص

الزوايا:

α الزاوية بين c و u

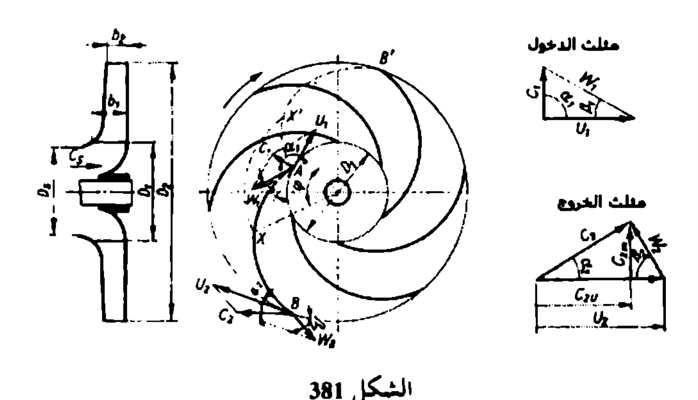
β الزاوية بين w والاتجاه السالب لـ u

$h_{th\infty}$ ارتفاع النقل لعدد شفرات غير منته وجريان بدون احتكاك

$$H_{th\infty} = \frac{u_2 c_2 \cos\alpha_2 - u_1 c_0 \cos\alpha_0}{g}$$

المعادلة الرئيسية Euler (عند عدد غير منته من الشفرات $c_0 = c_1$ وأيضاً $\alpha_0 = \alpha_1$)

$$H_{th\infty} = \frac{u_2 c_{2u} - u_1 c_{0u}}{g}$$



الشكل 381

عند $\alpha_0 = 90°$ (الدخول عمودي)

$$H_{th\infty} = \frac{u_2 c_2 \cos\alpha_2}{g} = \frac{u_2 c_{2u}}{g}$$

H_{th} الارتفاع النظري المطلوب عند عدد غير منته من الشفرات

$$H_{th} = kH_{th\infty}$$

k عامل الاستطاعة الأصغري، ويمكن تحديده حسب صيغ التقريب لـ Plfeider

$$k = \frac{H_{th}}{H_{th\infty}} (k \approx 0.70...0.85)$$

H الارتفاع الحقيقي المطلوب m

$$H = \eta_{th} H_{th} = \eta_h k H_{th\infty}$$

درجة رد الفعل لعدد نهائي من الشفرات

$$r_\infty = 1 - \frac{c_{2u}}{2u_2}$$

درجة رد الفعل لعدد منته من الشفرات

$$r = 1 - \frac{kc_{2u}}{2u_2}$$

عامل الضغط ($\psi = 0.9 ... 1.1$، أقراص قطرية)

$$\psi = \frac{2gH}{u_2^2}$$

3.6 الاستطاعات والمراديد في المضخات الدورانية

P الاستطاعة المفيدة kW

$$P = \dot{V}H\rho g$$

P_i الاستطاعة الداخلية kW

P_{vr} ضياعات احتكاك الدولاب kW

P_K استطاعة جهاز الوصل kW

λ درجة التوزيع ($\lambda = 0.88 ... 0.98$)

η_h المردود الهيدروليكي ($\eta_h = 0.7 ... 0.95$)

η_i المردود الداخلي

η_{mec} المردود الميكانيكي ($_{mech} = 0.85 ... 0.98$)

η_{tot} المردود الكلي ($\eta_{tot} = 0.4 ... 0.9$)

$$P_i = \frac{P}{\lambda \eta_h} + P_{vr}$$

$$*P_{vr} = 0.9 \times 10^{-6} \mu_2^3 D_2^2$$

$$\eta_i = \frac{P}{P_i}$$

$$P_K = \frac{P_i}{\eta_{mec}}$$

$$\eta_{tot} = \frac{P}{P_K}$$

4.6 سلوك المضخات الدورانية والمكثفات الدورانية

سلوك المضخات الدورانية والمكثفات الدورانية عند عدد دورات متغير

عند تغير عدد الدورات من n إلى n_1 يتغير تدفق النقل $\dot{V}$ وارتفاع النقل H والاستطاعة P حسب العلاقات التالية:

تدفق النقل
$$\dot{V}_1 = V \frac{n_1}{n}$$

ارتفاع النقل
$$H_1 = H \frac{n_1}{n^2}$$

الاستطاعة
$$P_1 = P \frac{n_1^3}{n^3}$$

السلوك عند عدد دورات متساوي وانعكاس دوران الدولاب من D_2 إلى D_2'

عندما يتم تدوير الدولاب الدوار من D_2 إلى D_2' يتغير تدفق النقل $\dot{V}$، وارتفاع النقل H والاستطاعة P حسب العلاقات التالية:

تدفق النقل
$$\dot{V}_1 = \dot{V} \frac{D_2'}{D_2}$$

ارتفاع النقل

$$H_1 = H\frac{D'_2{}^2}{D_2{}^2}$$

الاستطاعة

$$P_1 = P\frac{D_2{}^3}{D_2{}^3}$$

عدد الدورات النوعي n_q

$$* \; n_q = n\frac{\sqrt{\dot{V}}}{H^{3/4}}$$

n_q	n	$\dot{V}$	H
U/min	U/min	m^3/s	m

أشكال الدولاب الدوار

دوران بطيء (دولاب محوري) $n_q = 11 \dots 39$

دوران متوسط (دولاب عنفة Francis) $n_q = 38 \dots 82$

دوران سريع (دولاب قطري) $n_q = 82 \dots 164$

دوران أسرع ما يمكن (دولاب على شـــكل قطعي) $n_q = 100 \dots 500$

الشكل 382

ارتفاع الامتصاص المسموح به في المضخات الدورانية $H_{S\,geo\,max}$

$$H_{S\,geo\,max} = H_A - H_1 - H_{VS} - \frac{c_0{}^2}{2g} - \Delta h$$

$$* \; \Delta h = \left[\left(\frac{n}{100}\right)^2 \frac{\dot{V}}{k_n S}\right]^{2/3}$$

Δh	n	$\dot{V}$	$k_n S$
m	U/min	m^3/s	-

Δh انخفاض الضغط (ضغط التوقف) m

c_0 السرعة المطلقة قبل الدولاب m/s

k_n عامل تضييق مقطع الدخول

S عامل الامتصاص

$k_n = 1 - (d_n/D_S)^2$

$S \approx 2.47$ للدولاب القطعي

$S \approx 2.35$ عنفة ذات تدوير بسيط

$S \approx 2.9$ (مضاعف التدوير) دولاب محوري

5.6 اجهزة سحب الهواء

(خصوصيات مقارنة مع المضخات الدورانية)

Δp_{tot} ضغط النقل بواحدة Pa

Δp_{stat} الضغط الستاتيكي Pa

Δp_{dyn} الضغط الديناميكي Pa

P الاستطاعة المفيدة kW

عدد الشفرات

$$\Delta p_{tot} = (p_D \quad p_S) + \frac{c_D^2 \quad c_S^2}{2}\rho$$

$$P_{stat} = p_D - p_S$$

$$p_{dyn} = \frac{c_D^2 - c_S^2}{2}\rho$$

$$P = \dot{V}\,\Delta p_{tot}$$

$$z \approx 8.5\frac{\sin\beta_2}{1 \quad (r_1/r_2)}$$

6.6 المكثفات الدورانية

(خصوصيات مقارنة مع المضخات الدورانية)

w_t العمل النوعي للمكثف عند تكثيف ايزونتروبي J/kg

c_p السعة الحرارية النوعية عند ضغط ثابت J/(kg K)

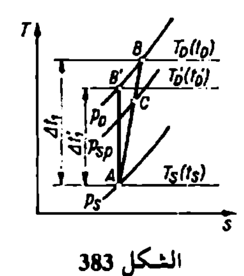
R ثابت الغازات العام J/(kg K)

v_S الحجم النوعي بحالة الامتصاص m³/kg

$$W_t = \frac{\chi}{\chi-1}p_S v_S\left[\left(\frac{p_D}{p_S}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} - 1\right]$$

$$W_t = \frac{\chi}{\chi-1}RT_S\left[\left(\frac{p_D}{p_S}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} - 1\right]$$

$$W_t = c_p T_S\left[\left(\frac{p_D}{p_S}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} - 1\right]$$



الشكل 383

العلاقة بين ارتفاع النقل H بواحدة m والعمل النوعي w_t $\quad H = \frac{w_t}{g}$

w_{t-i} العمل النوعي الداخلي J/kg $\quad w_{t-i} = c_p(T_D - T_S) = h_D - h_S$

η_i المردود الداخلي $\quad \eta_i = \frac{w_t}{w_{t-i}} = \frac{T_D' - T_S}{T_D - T_S} = \frac{\Delta t_1'}{\Delta t_1}$

h_D الانتالبي للنقطة B بـ J/kg

h_s الانتالبي للنقطة A بـ J/kg

w_{t-L} العمل النوعي للدولاب الدوار J/kg $\quad w_{t-L} = r w_t$

p_{sp} الضغط في القناة بين الدولاب الدوار والجهاز القائد N/m^2

P الاستطاعة المفيدة عند التكاثف الايزونتروبي kW $\quad P = \dot{m} w_t$

P_i الاستطاعة الداخلية kW $\quad P_i = \frac{P}{\eta_i} = \dot{m} w_{t-i}$

P_K استطاعة التوصيل kW $\quad P_K = \frac{P_i}{\eta_{mech}}$

η_{mech} المردود الميكانيكي

η_{tot} المردود الكلي $\quad \eta_{ges} = \frac{P}{P_K}$

$\dot{m}$ الكمية المطلوبة (المنقولة) kg/s $\quad \dot{m} = \frac{p_S \dot{V}}{R T_S}$

7. المكثفات المكبسية

$\dot{V}$ تدفق النقل (التدفق الحجمي) m^3/s

V_H حجم الشوط لاسطوانة m^3

V_0 الفراغ المتضرر للاسطوانة m^3

z عدد الاسطوانات

s شوط الاسطوانة m

n عدد الدورات U/s

c_m سرعة المكبس الوسطية m/s

P_i الاستطاعة الداخلية kW

P_K استطاعة التوصيل kW

p_i الضغط الداخلي المتوسط Pa

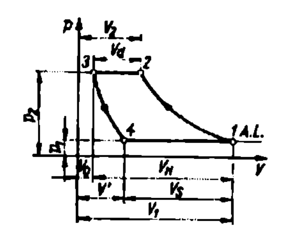
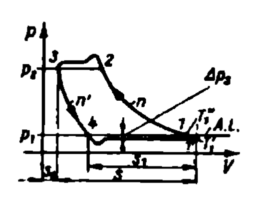
$p_{i\,th}$ الضغط الوسطي النظري Pa

p_D الضغط في داعمات الضغط Pa

p_S الضغط في داعمات الامتصاص Pa

T_D درجة الحرارة في داعمات الضغط K

T_S درجة الحرارة في داعمات الامتصاص K

الشكل 384 المخطط المثالي لمكثف ذي فراغ متضرر

A مساحة المكبس الفعالة لجانب الاسطوانة m^3 — $V_0 = s_0A$

V_H حجم الشوط للاسطوانة m^3 — $V_H = sA$

ε_0 نسبة الفراغ المتضرر ($\varepsilon_0 = 0.03 ... 0.15$)

$$\varepsilon_0 = \frac{V_0}{V_H} = \frac{s_0}{s}$$

ε نسبة التكثيف

$$\varepsilon = \frac{s_0 + s}{s_0} = \frac{V_0 + V_H}{V_0}$$

العلاقة بين ε وε_0

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\varepsilon - 1} \qquad \varepsilon = \frac{\varepsilon_0 + 1}{\varepsilon_0}$$

λ_0 عامل التمدد العكسي

$$\lambda_0 = 1 - \varepsilon_0 \left[\left(\frac{p_D}{p_S} \right)^{\frac{1}{n''}} - 1 \right] = \frac{s_1}{s}$$

عامل ضياع الضغط عند الامتصاص، وغالباً:

($\lambda = 1$، $\Delta p_S = 0.02 ... 0.03\ p_S$)

$$\lambda = \frac{\Delta p_S}{p_S}$$

λ_1 درجة الكثافة (درجة التوزيع) نسبة كمية التوزيع لكمية الامتصاص ($\lambda_1 = 0.97$ حتى 1)

$$\lambda_1 = \frac{\dot{V}}{\dot{V}_1}$$

λ_2 درجة التسخين

$$\lambda_2 = \frac{T_S}{T_1''}$$

T_S درجة الحرارة في حالة الامتصاص

T_1'' درجة الحرارة في النقطة 1 (انظر الشكل 385)

λ_f درجة التعبئة

$$\lambda_f = \lambda_0\, \lambda\, \lambda_2$$

n' أس البروليتروبي لتمدد الإرجاع

$$\lambda_f = \left\{1-\varepsilon_0\left[\left(\frac{p_D}{p_S}\right)^{\frac{1}{n'}}-1\right]\right\}\frac{T_S}{T_1''}$$

η_v المردود الحجمي $(\eta_v = 0.7 \ldots 0.9)$

$$\eta_v = \lambda_f\, \lambda_l = \lambda_0\, \lambda'\, \lambda_1\, \lambda_2$$

1.7 الأبعاد، الاستطاعات والمراديد

$\dot{V}$ الحجم المنقول m^3/s في حالة الامتصاص للمرحلة الأولى. في حالة تكثيف ذي مراحل متعددة تعتبر $\dot{V}$ على حالة البداية لكل مرحلة.

$$\dot{V} = \eta_v z V_H$$

$$\dot{V} = \eta_v s n \sum A$$

V_H حجم الشوط بـ m^3 للأسطوانة التابعة لكل مرحلة الضغط

$$\dot{V} = \eta_v \frac{c_m}{2} \sum A$$

D قطر الاسطوانة m

x_H نسبة الشوط

$$x_H = \frac{s}{D}$$

c_m سرعة المكبس الوسطية m/s $(c_m = 1.4 \ldots 4\ m/s)$

$$c_m = 2sn$$

P_{is} الاستطاعة النظرية عند تكثيف ايزونتروبي

$$P_{is} = 2.3 p_S \dot{V} \lg \frac{p_D}{p_S}$$

P_{pol} الاستطاعة النظرية kW عند تكثيف بوليتروبي. أما عند تكثيف ايزونتروبي فتعوض n بـ x.

$$P_{pol} = \frac{n}{n-1} p_S \dot{V}\left[\left(\frac{p_D}{p_S}\right)^{\frac{n-1}{n}}-1\right]$$

P_i الاستطاعة الداخلية (الاستطاعة الدليلية) kW

$$P_i = sn \sum p_i A$$

η_h درجة الاكتمال أو المردود الهيدروليكي $(\eta_h = 0.94 \ldots 0.98)$

$$p_i = \frac{p_{ith}}{\eta_h}$$

n أس البوليتروبي للتكاثف والتمدد الإرجاعي

$$p_{ith} = \frac{n}{n-1} p_S \lambda_0\left[\left(\frac{p_D}{p_S}\right)^{\frac{n-1}{n}}-1\right]$$

η_{is-i} المردود الدليلي بثبوت درجة الحرارة $\eta_{is-i} = \frac{P_{is}}{P_i}$

η_{mech} المردود الميكانيكي $(\eta_{mech} = 0.88 \ldots 0.95)$ $P_K = \frac{P_i}{\eta_{mech}}$

نسبة الضغط المرحلية بالعمال ضياعات الضغط قبل وبعد المبردات $x = \sqrt[i]{\frac{P_e}{p_S}}$

نسبة الضغط المرحلية باهمال ضياعات الضغط قبل وبعد المبردات $x' = k\sqrt[i]{\frac{P_e}{p_S}}$

Q_S الحرارة المطروحة من الغاز عند التكثيف في مرحلة ما $Q_S = c_v \frac{\chi - n}{n-1}(T_D' - T_S')\dot{m}$

Q_K الحرارة المكتسبة لمرحلة ما بين المبرد $Q_K = c_{pm}(T_D' - T_S')\dot{m}$

$\dot{m}$ معدل تدفق كمية الغاز kg/s

T_D' درجة الحرارة بعد التكثيف في مرحلة ما

T_S' درجة الحرارة عند بداية التكثيف في مرحلة ما

P_e الضغط Pa لمرحلة ما بعد المبرد

i عدد المراحل

k عامل اعتبار ضياعات الضغط في مرحلة ما بين وما بعد المبرد $(k = 1.03 \ldots 1.2)$

هندسة الإنتاج والتشكيل

1. التشكيل والقص

1.1 التشكيل

قواعد حساب التشكيل

تمتلك المواد المعدنية خواص البلاستيكية، حيث تظهر تغيرات مرنة على هذه المواد فور خضوعها لتأثير قوى خارجية، وحتى يقع أي تغير في سلوك هذه المواد ينبغي أن تكون قيمة الإجهاد المتولد بتأثير تلك القوى الخارجية أكبر من متانة التشكيل.

إن التغير المتزايد في شكل المادة ضمن درجة حرارة إعادة البنية الكرستالية (الزجاجية) يؤدي إلى زيادة متانة المادة.

تنطلق جميع العلاقات التالية من ثبات الحجم $V_0 = V_1 = V_2 = ... = V$

شروط التشكيل وشروط المادة

متانة التشكيل بواحدة N/mm^2 (قيم المادة) وتكون متماثلة خارج حدود المسافة بجهد حقيقي σ_w

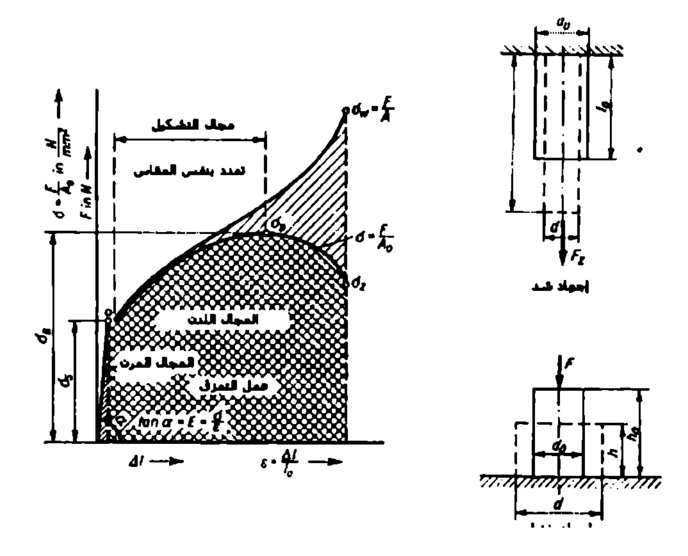
$$k_f = \frac{F}{A} = \sigma_w$$

إن تغير الأبعاد من الأبعاد البدائية والنهائية منسوبة إلى الأبعاد البدائية، المعطيات غالباً نسبة مئوية %

$$\varepsilon_x = \frac{x_1 - x_0}{x_0} = \frac{x_1}{x_0} - 1 = \frac{\Delta x}{x_0}$$

درجة التشكيل، تغيرات شكل لوغاريتمية، اللوغاريتم الطبيعي لنسبة من نهاية الأبعاد إلى البداية (انظر الجدول 39)

$$\varphi_x = \int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{x} = \ln \frac{x_1}{x_0} = \ln(1 + \varepsilon_x)$$



الشكل 386 مخطط لتغيرات الانفعال والإجهاد لمعدن ذي المحتوى 0.08% كربون

(الجدول 39) علاقات حساب تغيرات الأبعاد

	العلاقات البدائية والوسطى والنهائية	تغيرات الأبعاد المنسوبة		درجة التشكيل، تغيرات الشكل اللوغاريتمية
		المطلقة	المنسوبة	
المقطع	$A_0, A_1 \ldots A_n$	$A = A_1 - A_0$	$\varepsilon_A = \frac{A_1 - A_0}{A_0} = \frac{\Delta A}{A_0}$	$\varphi_A = \ln\frac{A_1}{A_0} = \ln(1 + \varepsilon_A)$
الطول	$l_0, l_1 \ldots l_n$	$l = l_1 - l_0$	$\varepsilon_l = \frac{l_1 - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}$	$\varphi_l = \ln\frac{l_1}{l_0} = \ln(1 + \varepsilon_l)$
العرض	$b_0, b_1 \ldots b_n$	$b = b_1 - b_0$	$\varepsilon_b = \frac{b_1 - b_0}{b_0} = \frac{\Delta b}{b_0}$	$\varphi_b = \ln\frac{b_1}{b_0} = \ln(1 + \varepsilon_b)$
الارتفاع السماكة	$h_0, h_1 \ldots h_n$	$h = h_1 - h_0$	$\varepsilon_h = \frac{h_1 - h_0}{h_0} = \frac{\Delta h}{h_0}$	$\varphi_h = \ln\frac{h_1}{h_0} = \ln(1 + \varepsilon_h)$
القطر	$d_0, d_1 \ldots d_n$	$d = d_1 - d_0$	$\varepsilon_d = \frac{d_1 - d_0}{d_0} = \frac{\Delta d}{d_0}$	$\varphi_d = \ln\frac{d_1}{d_0} = \ln(1 + \varepsilon_d)$

درجة التشكيل، تغيرات الشكل اللوغاريتمية	تغيرات الأبعاد المنسوبة		العلاقات البدائية والوسطى والنهائية	
	المنسوبة	المطلقة		
$\varphi_S = \ln\frac{S_1}{S_0} = \ln(1+\varepsilon_S)$	$\varepsilon_S = \frac{S_1 - S_0}{S_0} = \frac{\Delta S}{S_0}$	$S = S_1 - S_0$	$S_0, S_1 \ldots S_n$	سماكة الجدار

قابلية التشكيل النوعية N/mm^3

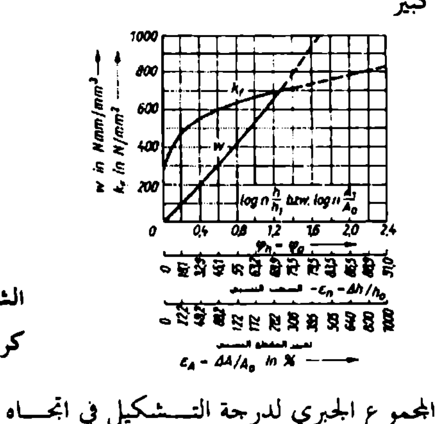
$$w = \int_0^{\varphi} k_f d\varphi = k_{fm}\varphi$$

متانة التشكيل الوسطية N/mm^2.

$$k_{fm} = \frac{k_{f0} + k_{f1}}{2}$$

k_{fm} يعتبر كقيمة حسابية ويطبق بتقريب كبير

$$k_{fm} = \frac{k_{f0} + 2k_{f1}}{3}$$



الشكل 387 قيم المادة k_f و w، 0.1 % كربون و $\sigma = 380\ N/mm^2$

المجموع الجبري لدرجة التشكيل في اتجاه التغيير الرئيسي يساوي الصفر

$$\varphi_x + \varphi_y + \varphi_z = 0$$

درجة التشكيل المقارن، تغير الشكل المقارن اللوغاريتمي φ_v يساوي φ_{max} عند إجهاد الشد أو الضغط البسيطين

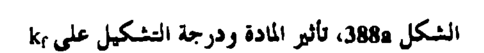
$$\varphi_v = \sqrt{\frac{2}{3}(\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2)}$$

$$\varphi_v = \varphi_{max}$$

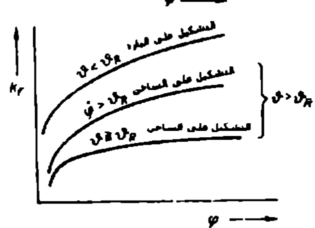
سرعة التشكيل $1/s$، v سرعة الأداة اللحظية m/s، h ارتفاع السحب الموجود m

$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dh}{h\,dt} = \frac{1}{h}\frac{dh}{dt} = \frac{v}{h}$$

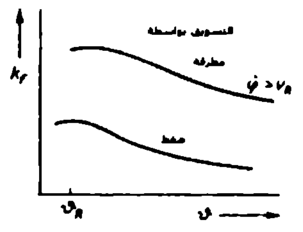
بنية تشكيل المادة (تكوينها)، حالة التكوين (التاريخ الأولي للأداة بالمعنى الواسع) درجة التشكيل φ (التاريخ الأولي بالمعنى المحدد)، درجة حرارة التشكيل ϑ، سرعة التشكيل $\dot{\varphi}$



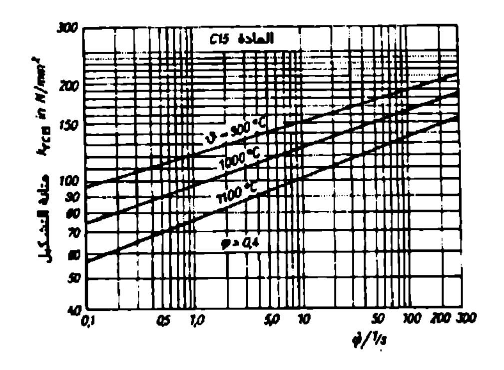
الشكل 388a، تأثير المادة ودرجة التشكيل على k_f



(الشكل 388b) تأثير درجة الحرارة ودرجة التشكيل على k_f درجة حرارة إعادة البنية v_R، تقع سرعة إعادة التشكيل (البنية) وسطياً عند $0.1 \frac{1}{s}$



(الشكل 388c) تأثير درجة الحرارة وسرعة التشكيل على k_f



المادة	$n = k_{fx}/k_{fC15}$ العامل		
	1100 °C	1000 °C	900 °C
C 15	1	1	1
C 35	1,06	1,10	1,16
C 45	1,02	1,12	1,27
C 60	1,11	1,19	1,38
16 Mn Cr 5	1,05	1,09	1,12
20 Mn Cr 5	1,05	1,10	1,13
26 Cr V 7	1,05	1,09	1,27

(الشكل 389) منحنيات السيلان الحار لـ C15 (مادة أساسية)

(حسب تجربة Nenberger - Möckel - Rötz)

n عامل تحويل الحساب لبعض أنواع الفولاذ

(الجدول 40) عامل تحويل الحساب n لمقاومة التشكيل ومتانة التشكيل k_f لبعض أنواع الفولاذ

$n = \frac{k_{fx}}{k_{fC15}}$ العامل			المادة
900 °C	1000 °C	1100 °C	
1	1	1	C 15
1.16	1.10	1.06	C 35
1.27	1.12	1.02	C 45
1.38	1.19	1.11	C 60
1.12	1.09	1.05	16 Mn Cr 5
1.13	1.10	1.05	20 Mn Cr 5
1.27	1.09	1.05	26 Cr V 7

k_{fx} متانة التشكيل المطلوبة — $k_{fx} = nk_{fC15}$

n عامل تحويل الحساب (الجدول 40)

k_{fC15} متانة التشكيل للمادة الأساسية

ϑ درجة حرارة التشكيل °C

قوة التشكيل - عمل التشكيل - مردود التشكيل

قوة التشكيل مقاسة بالواحدة N، المساحة المجهدة مقاسة بالواحدة mm^2 — $F = pA$

p الإجهاد الكلي N/mm^2

k_w مقاومة التشكيل تحتوي كما في p إلى جانب الإجهادات المثالية إجهادات الاحتكاك والانزلاق — $F = k_wA$

قوة التشكيل المثالية مقاسة بالواحدة N — $F_{id} = k_fA$

قوة التشكيل العظمى مقاسة بالواحدة N (باعتبار ازدياد القوة وتغيير شكل المرحلة النهائية لعملية التشكيل مثلاً (السحب على البارد) — $F_{id\,max} = k_{f\,max} A_{max}$

عمل التشكيل مقاسة بالواحدة N.mm من أجل تعويض $F = \frac{V}{h}p$، حيث V تمثل حجم التشكيل المزاح mm^3 — $W = \int_{h_0}^{h_1} F dh = V_P \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h}$

من أجل $\ln\frac{h_1}{h_0} = \varphi_h$ — $W = V_P \ln\frac{h_1}{h_0}$

من أجل p قيم تعريف المادة تعوض k_f — $W = V_P\varphi_h;\ W = Vk_f\varphi_n$

من أجل تعويض $k_f\varphi_n = w$ — $W_{id} = Vw$

عمل التشكيل يتكون من عمل التشكيل المثالي وكذلك من عمل الانزلاق والاحتكاك — $W = W_{id} + W_R + W_S$

مردود التشكيل هو نسبة من العمل الحقيقـــي؛ والمثالي أو مقاومة التشكيل ومتانة التشكيل

$$\eta_u = \frac{W_{id}}{W} = \frac{k_f}{k_w}$$

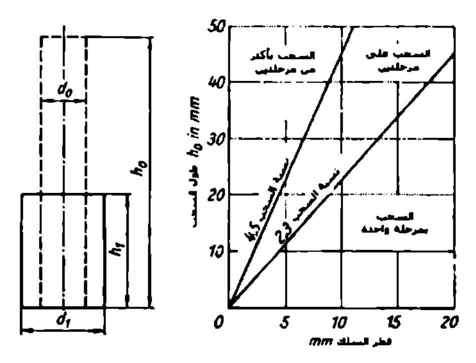
القيم الحقيقية لمردود التشكيل

$\eta_u = 0.4 \ldots 0.8$ عند التشكيل على البارد

$\eta_u = 0.2 \ldots 0.5$ عند التشكيل على الساخن

2.1 التشكيل، القوة والعمل اللازم

1.2.1 السحب



(الشكل 390) نسب السحب ومراحل التشكيل

قيم التشكيل

نسبة السحب

$$s = \frac{h_0}{d_0}$$

مردود السحب (عام) درجة التشكيل

$$\varphi = \ln\frac{h_1}{h_0} = \ln\frac{A_1}{A_0}$$

درجة السحب العظمى

$$\varphi_{max} = \ln\frac{A_{max}}{A_0}$$

سرعة التشكيل $\frac{1}{s}$ 		$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{h}$

v سرعة الأداة اللحظية mm/s

h ارتفاع السحب اللحظي mm

تغيرات الأبعاد النسبية 		$\varepsilon = \frac{h_1 - h_0}{h_0}$

طول وحجم السحب انظر العلاقات الهندسية في مراجع أخرى

السحب على البارد

قوة التشكيل (قوة السحب) مقاسة بالواحدة N 		$F = Ak_w = A\frac{k_f}{\eta_F}$

k_f متانة التشكيل

η_F مردود التشكيل لقوة السحب

قوة السحب الأعظمية N 		$F_{max} = \frac{A_{max}k_f}{\eta_F}$

عمل التشكيل (العمل اللازم) N mm 		$W = \frac{Vw}{\eta_F} = \frac{Vk_{fm}\varphi}{\eta_w}$

w عمل التشكيل النوعي $N\ mm/mm^3$

η_w مردود التشكيل لعمل التشكيل

(الجدول 41) *مردود التشكيل تابع لشكل السحب*

	η_F من أجل قوة التشكيل	η_w من أجل عمل التشكيل
السحب بين صفائح مستوية	$\frac{1}{1+\frac{1}{3}\mu\frac{d}{h}}$	0.85 ... 0.98
رأس لبرغي سداسي (ست أطراف)	0.75 ... 0.85	0.8 ... 0.9
رأس أسطواني	0.35 ... 0.45	0.6 ... 0.6
رأس غاطس	0.3 ... 0.5	0.4 ... 0.6

0.4 ... 0.6	0.3 ... 0.4	رأس كروي
0.35 ... 0.6	0.25 ... 0.4	رأس نصف دائري

عامل الاحتكاك يتعلق بالتشحيم للسحب على البارد $\mu = 0.05 ... 0.15$

السحب على الساخن

تطبق العلاقات المطبقة للسحب على البارد تماماً.

نسبة السحب الممكنة على الساخن في عملية ما $S = \frac{h_0}{d_0} = 3$

قوة التشكيل مقاسة بالواحدة N $F = A\, k_f\, z\, k$

z عامل يأخذ بعين الاعتبار تأثير السرعة المحيطية عند التحويل إلى السحب على الساخن $z = 1 ... 2$ عند الضغط، $z = 2 ... 5$ عند الطرق

متانة التشكيل مقاسة بالواحدة N/mm^2 $k_{f\,dyn} = k_{f\,stat}\, z$

عندما يكون $\vartheta > \vartheta_R$ و $\dot{\varphi} > \vartheta_R$

نحصل على k_{fstat} عند $\dot{\varphi} = v_R = 0.1\frac{1}{s}$ من الشكل (389)، ويؤخذ العامل n من العلاقة بين المادة الموجودة والمادة الأساسية C15 (الجدول 14)

$k_{fs} = n k_{fC15}$

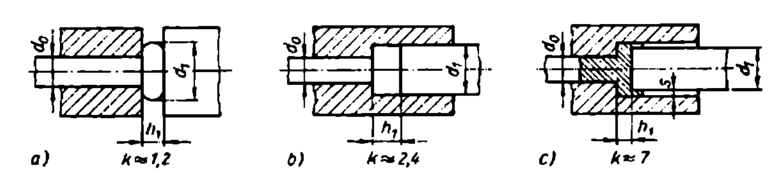
$k_f dynC15$ من الشكل 389 كتابع لـ ϑ و $\dot{\varphi} = \frac{v}{h}$

k عامل يأخذ بعين الاعتبار ارتفاع الرأس وشكل السحب عند السحب على الساخن وتطابق مردود التشكيل η_F عند السحب على البارد

قوة التشكيل بواحدة N $F = AK_{f\,dynC15}\, nk$

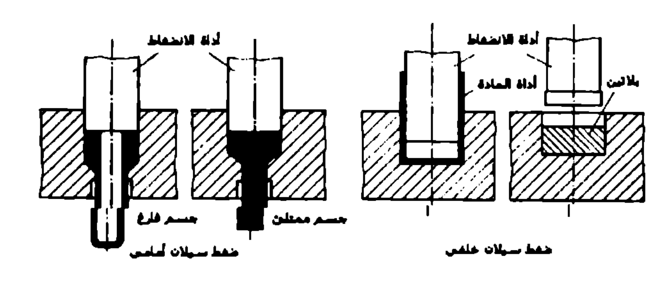
عمل التشكيل N.mm $W = VK_f zk\varphi$

$W = Vk_{f\,dyn\,C15}\, nk\varphi$



الشكل 391 عوامل حسب Billigmann

1.2.2 ضغط السيلان



الشكل 392 أنواع ضغط السيلان

للحسابات التقديرية تطبق كلتا حالتي السيلان:

قوة التشكيل مقاسة بالواحدة N

$$F = \frac{A k_{fm} \varphi}{\eta_F}$$

A المقطع، الذي تنقل من خلاله القوة

عند ضغط السيلان إلى الأمام $A = A_0$

عند ضغط السيلان إلى الخلف $A = A_{St}$

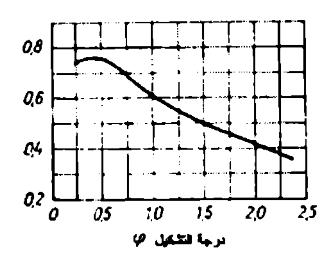
η_F مردود التشكيل

$\eta_F = 0.3 \ldots 0.85$

φ درجة التشكيل

عمل التشكيل مقاس بالواحدة N mm

$$w = \frac{V k_{fm} \varphi}{\eta_F}$$



الشكل 393 مردود التشكيل η_F كتابع لدرجة التشكيل φ

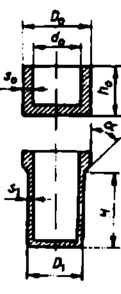
عمل التشكيل النوعي $N\ mm/mm^3$ $\quad W = k_{fm}\,\varphi$

درجة التشكيل عند ضغط السيلان إلى الأمام $\quad \varphi = \ln\frac{A_0}{A_1}$

درجة التشكيل عند ضغط السيلان إلى الخلف $\quad \varphi \approx \ln\frac{D_0}{D_0 - d} - 0.16$

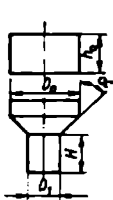
في الحسابات الدقيقة

$$F = A_0 k_{fm}\varphi\left(1 + \frac{\hat{\alpha}}{2\varphi} + \frac{2\mu}{\hat{\alpha}}\right)\pi D_0 h_0 \mu k_{f0}$$

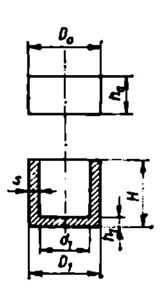


الشكل 394 مميزات القياس للأجسام المفرغة عند ضغط السيلان إلى الأمام

$$F = A_0 k_{fm}\varphi\left(1 + \frac{\mu}{\hat{\alpha}} + \frac{2}{3}\,\frac{\hat{\alpha}}{\varphi}\right)\pi D_0 h_0 \mu k_{f0}$$



الشكل 395 مميزات القياس للأجسام المصمتة عند ضغط السيلان إلى الأمام



الشكل 396 مميزات القياس للأجسام المفرغة عند ضغط السيلان إلى الخلف

$$F = A_{St}\left\{k_{f1}\left(1+\frac{1}{3}\mu\frac{d_1}{h_1}\right)+k_{f2}\left[1+\frac{h_1}{S}\left(0.25+\frac{\mu}{2}\right)\right]\right\}$$

درجة التشكيل لإيجاد k_{f1}

$$\varphi_1 = \ln\frac{h_0}{h_1}$$

درجة التشكيل لإيجاد k_{f2}

$$\varphi_2 = \left(1+\frac{d_1}{8s}\right)\ln\frac{h_0}{h_1}$$

نطبق مميزات القياس للأشكال في العلاقات. A_o مقطع الخروج أو المقطع المجهد عند ضغط السيلان إلى الأمام. A_{St} مقطع ختم الضغط؛ عامل الاحتكاك $\mu = 0.1 ... 0.15$

$\hat{\alpha}$ زاوية Matrize

عمل التشكيل N mm

$$W = Fh$$

F قوة التشكيل N

h مسافة الختم، التي تم عندها التشكيل مقاسة بالواحدة mm

ضغط الختم N/mm^2

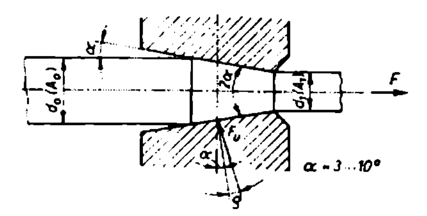
$$p_{St} = \frac{F}{A_{St}}$$

F قوة التشكيل N

A_{St} مساحة الختم مقاسة بالواحدة mm^2

$P_{St} \leq 2500\ N/mm^2$

3.2.1 سحب الأسلاك والقضبان



الشكل 397 مميزات القياس عند سحب البروفيل

قوة السحب مقاسة بالواحدة N

$$F = A_1 k_{wm} \varphi = A_1 \frac{k_{fm}}{\eta_F} \varphi$$

مردود التشكيل $\eta_F \approx 0.4 ... 0.7$

درجة التشكيل $\varphi = \ln \frac{A_1}{A_0}$

$$\eta_F = \frac{1}{\left(1 + \frac{\mu}{\hat{\alpha}} + \frac{2}{3}\frac{\hat{\alpha}}{\varphi}\right)}$$

عمل التشكيل مقاس بالواحدة N mm

$$F = A_1 w \left(1 + \frac{\mu}{\hat{\alpha}} + \frac{2}{3}\frac{\hat{\alpha}}{\varphi}\right)$$

$$W = V w \left(1 + \frac{\mu}{\hat{\alpha}} + \frac{2}{3}\frac{\hat{\alpha}}{\varphi}\right)$$

استطاعة سحب الفوهة kW

$$P = Fv$$

v سرعة السحب m/s

(الجدول 42) عامل الاحتكاك للسحب خلال فوهة

المادة	التشحيم	مادة فوهة السحب	
Ms 63	زيت	فولاذ	0.1
Ms 63	زيت	معدن قاس	0.06
فولاذ، متوهج طري	زيت أو صابون	معدن قاس	0.04 ... 0.06
ألمنيوم	زيت آلات أو زيت سحب	فولاذ	0.15 ... 0.17

تقارن درجة التعب الإجهاد الطولي المتولد خـــلال قوة السحب مع متانة سحب للمادة

$$v = \frac{F}{A_1 \sigma_B} = \frac{k_{fm} \varphi}{\sigma_B \eta_F}$$

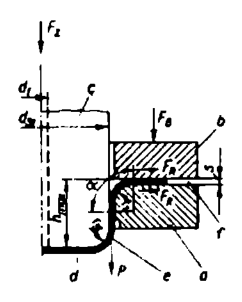
$v \leq 0.75$

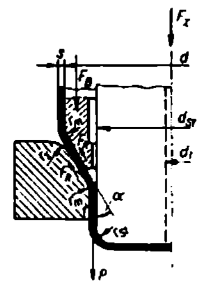
$$v = \frac{w}{\sigma_B \eta_F}$$

درجة التشكيل العظمى

$$\varphi_{max} = \partial \eta_F \frac{\sigma_B}{k_{fm}}$$

4.2.1 السحب العميق مع ختم التشكيل





الشكل 398a السحب العميق — الشكل 398 b السحب العميق المستمر

a حلقة السحب، b ماسك، c الختم، d جزء السحب

e مجال نقل القوة، f مجال محيط الشكل

السحب العميق

قوة السحب المثالية N

$$F_{id} = \pi d s \, 1,1 k_{fm} \ln \frac{D_z}{d}$$

$$F_z = \pi d s \left\{ \left(1 + \frac{\pi \mu}{2}\right) \left(1,1 k_{fm} \ln \frac{D_z}{d} + \frac{\mu}{2} \left[\left(\frac{D_o}{d} \right)^2 - 1 \right] \frac{d^2 P_B}{D_z s} \right) + \frac{k_{f1} s}{2 r_2} \right\}$$

احتياج القوة الحقيقي N باعتبار نصيب إعـــادة الانعطاف والاحتكاك (حـــسب Siebel) $\mu \approx 0.2$

قطر البلاتين mm، التي تظهر عنده القوة العظمى

$$D_z = d\sqrt{0.7\beta^2 + 0.3}$$

$$D_z \approx d(0.77\beta + 0.23)$$

نسبة السحب (D قطر التدوير، d قطر السحب)

$$\beta = \frac{d_n - 1}{d_n} = \frac{D}{d}$$

درجة التشكيل φ_1، التي تحـــدد k_{f1} مـــن مـــنحني السيلان (درجة التشكيل في طرف السحب)

$$\varphi_1 = \ln\sqrt{0.3\beta^2 + 0.7}$$

$$\varphi_2 = \ln\frac{\beta}{0.7\beta^2 + 0.3}$$

متانة التشكيل الوسطية N/mm^2

$$k_{fm} = \frac{k_{f1} + k_{f2}}{2}$$

درجة التشكيل لحظة تأثير القوة العظمى

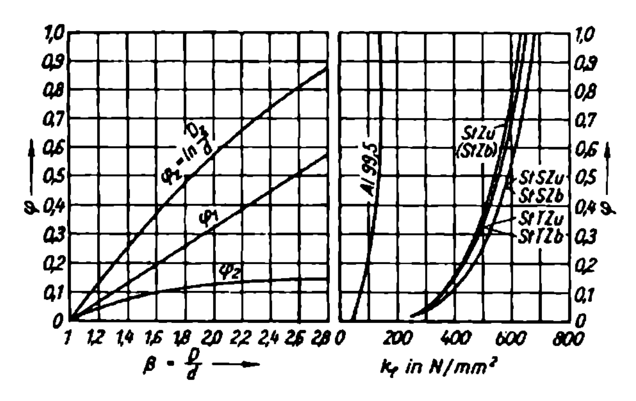
$$\varphi_z = \ln\frac{D_z}{d} = \ln\sqrt{0.7\beta^2 + 0.3}$$

(الجدول 43) نسب السحب لبعض المواد

(تصلح لأجل s = 1 mm وقطر d = 100 mm)

القيم المسموح بها للسحب					
متانة الشد	مع توهج	نسبة السحب بدون توهج		وصف المادة	
σ_{B} N/mm²	β_2	β_2	β_1	جديد	قديم
280 ... 500	1.5	1.2	1.7	StG, StGu	St I-III 23
280 ... 420	1.6	1.2	1.8	StZu, StZb	St V-VI 23
280 ... 420	1.65	1.25	1.9	StTZu, StTZb	St VII 23
280 ... 400	1.7	1.3	1.9	StSZu, StSZb	St VIII 23
210 ... 250	1.9	1.3	2.0	Cu	Cu
310	1.9	1.4	2.0	CuZn 30	Ms 72 مسحوب عميقاً
78	1.8	1.3	1.9	Al 99.5	ألمنيوم صافي AluF 7w
160 ... 210	1.7	1.4	1.8	AlMg 3 F 18	AlMg 3w
230 ... 250	-	-	1.55	AlMg 3 F 23	AlMg3½H
180 ... 250	1.8	1.4	1.9	AlCuMgF 20	AlCuMg w

النسبة d : s تعتبر العامل k عند d : s > 20، تكون k = 1 وعندما d : s بين 20 ... 2 تقع k بين 1 ... 0.4



الشكل 399 مخطط لتعين درجة التشكيل φ_1، φ_2، φ_3

الجزء المشطوف الاسطواني المحيطي من صفيحة فولاذية $\beta_n = \beta_1 n^{-0.7\beta_1}$

(الصيغة التقريبية حسب Volter) $\log \beta_n = \log \beta_1 - 0.07\, \beta_1 \log n$

تعطى قيم β من أجل s = 1 mm (انظر الجدول 43)، n عدد المراحل

علاقة التصحيح (حسب Oehler) $\beta_{zul} = ck\beta$

للصفائح مقاسة بالواحدة 1 mm $\lessgtr$ s تقع c في صفائح الفـــولاذ بـــين 1.15 ... 0.8 ولسماكة الصفيحة بين 3 mm ... 0.3

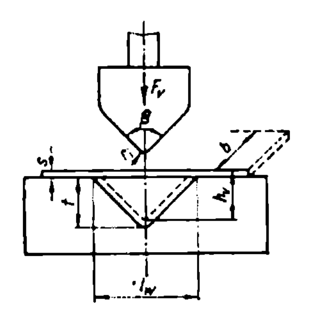
العمل اللازم N $w = 0{,}75\ F_z . h$

ضغط تماسك الصفيحة N $p_B = 0.0025\left[(\beta_1 - 1)^2 + 0.005\frac{d}{s}\right]\sigma_B$

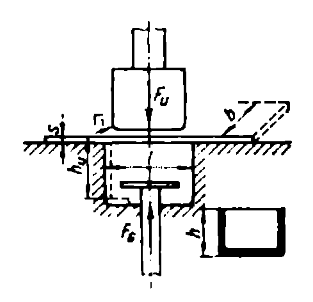
قوة الصفيحة المحافظ بواحدة N $F_B = A\, p_B$

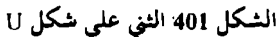
A المساحة الفعالة mm²

5.2.1 الثني



الشكل 400 الثني على شكل V





الشكل 401 الثني على شكل U

قوة الثني بدون قوة السنبكة عند الثني على شكل V مقاسة بالواحدة N
$$F_v = \frac{bs^2\sigma_B}{l'}$$

$l' = l_w - s$ عرض العمق الفعال

نصف قطر الثني الأصغري
$$r_{in} = cs$$

c = 0.5 ... 0.6 فولاذ حراري

c = 0.3 ... 0.4 نحاس أصفر

c = 0.6 ألمنيوم طري

قوة الثني النهائية مقاسة بالواحدة N وما يتبعها قوة الثني
$$F_{v\,max} \approx 2F_v$$

قوة الثني N mm
$$W_v = \frac{1}{3}F_{V\,max}h_V$$

$$W_v = \frac{1}{3}F_{V\,max}\frac{l'}{2}$$

قوة الثني مقاسة بالواحدة N عند الثني على شكل U
$$F_U = 0.4\,\sigma_B bs$$

قوة الثني الأعظمية N
$$F_{U\,max} = 2F_U$$

قوة رد الفعل N $F_G = (0.2 \dots 0.4)\, F_U$

عمل الثني N $W_U = \frac{1}{3} F_{Umax} h_U$

عمل الثني مقاسة بالواحدة N عند الانخفاض مع حامل عكسي $W_U = \frac{2}{3}(F_U + F_G) h_U$

حجم العمل الضروري $h_U = (2 \dots 4)\, s$

عزم الثني على آلة إزالة الأطراف N mm $M_b = F r_s = \frac{c_p \sigma_B b s^2}{4}$

c_b قيم الثني عند:

$c_b = 1.6$	$\frac{r_i}{s} = 0.5$
$c_b = 1.3$	$\frac{r_i}{s} = 1.0$
$c_b = 1.1$	$\frac{r_i}{s} = 2.5$

عمل الثني لإزالة الأطراف N mm $W_K \approx \frac{2}{3} M_b \hat{\beta}$

$\hat{\beta}$ زاوية الثني مقاسة بالقوس

عزم الثني N mm عند الثني للأنابيب على آلة ثني الأنابيب $M_b = \frac{1}{3} \sigma_B W_b$

عزم المقاومة للأنابيب ذات الجدران الرقيقة $(s < 0.04D)$ $W_b \approx 0.8\, D_m^2\, s$

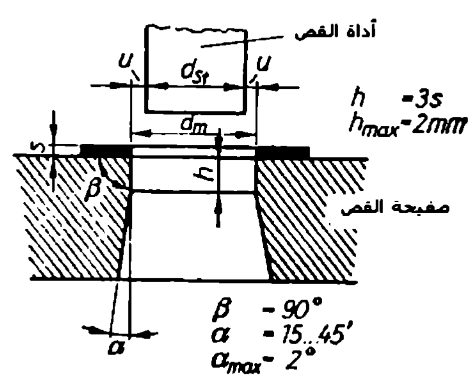
عزم المقاومة للأنابيب ذات الجدران الثخينة $(s \geq 0.04D)$ $W_b = 0.1 \frac{D^4 - d^4}{D}$

عمل الثني مقاس بالواحدة N mm $W = M_b \hat{\beta}$

$\hat{\beta}$ زاوية الثني مقاسة بالواحدة rad (قياس القوس)

3.1 القص (القص المتوازي)

القص، الثقب – الفصل بالقص



الشكل 402، القص، والثقب

قوة القص مقاسة بالواحدة N، حيث A_s = Ls

$$F = A_s \tau_{aB}$$

L طول القطع (المحيط مقاسة بالواحدة mm)

$$F = L.s \times 0.8\, \sigma_{zB}$$

s سماكة الصفيحة مقاسة بالواحدة mm

$\tau_{aB} \approx 0.8\, \sigma_{zB}$ متانة القص مقاسة بالواحـــدة N/mm^2

عمل التشكيل مقاسة بالواحدة N mm

$$W = \chi F s$$

$\chi = 0.65$ من أجل $s \approx 1 \ldots 2$ mm

$$W = \chi L s^2 \times 0.8\, \sigma_{zB}$$

مجرى القص u مقاسة بالواحـــدة mm مـــن أجل s = 3 mm

$$u = cs\sqrt{0.8\sigma_{zB}}$$

من أجل s > 3 mm

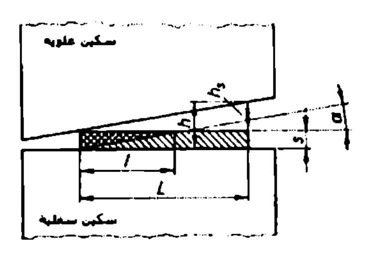
$$u = (1.5cs - 0.015)\sqrt{0.8\sigma_{zB}}$$

العوامل:

$c = 0.005$ من أجل $\sigma_{zB} \le 500\ N/mm^2$

$c \ge 0.01$ من أجل $\sigma_{zB} > 500\ N/mm^2$

القص بألواح قص (القص المتقاطع)



الشكل 403، القص على لوح قص

قوة القص مقاسة بالواحدة N، حيث

$$F = A_s \tau_{aB}$$

$$A_s = \frac{ls}{2};\quad l = \frac{s}{\tan\alpha}$$

$$F = \frac{s^2\, 0.8\sigma_{zB}}{2\tan\alpha}$$

العمل اللازم مقاس بالواحدة N mm حيث

$$W = Fh = F(L\tan\alpha + s)$$

$$h = h_s + s$$

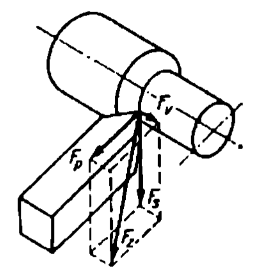
$$h_s = L \tan\alpha$$

2. الخراطة

2.1 علاقات الخراطة الأساسية

عند التطبيق المناسب للمعرفة في قلم الخراطة المستقلة يمكن نقل هذه المعرفة على مشاكل الخراطة الأخرى. تستخدم عوامل العمليات من أجل عمليات الإجهاد المختلفة.

F_s قوة القطع



الشكل 404 مركبات القوى في أداة ذات قطع مفرد

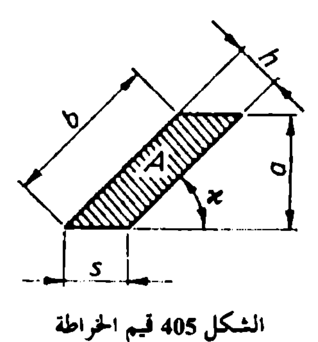
F_s قوة القطع، F_p القوة السلبية، F_v القوة الانزلاقية، F_z قوة الإجهاد

قيم الضبط

a عمق القطع بواحدة mm، χ زاوية التعيين بالدرجة °

s المسافة الانسحابية لكل دورة من القلم (mm/U)

قيم الحساب



الشكل 405 قيم الخراطة

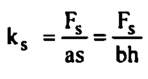
مقادير الخراطة

عرض الخراطة مقاس بالواحدة mm

$$b = \frac{a}{\sin\chi}$$

سماكة الخراطة مقاسة بالواحدة mm — $h = s \sin \chi$

مقطع الخراطة مقاس بالواحدة mm^2 (إهمال زيـــادة القطـــع وأنصاف أقطار القمم) — $A = as = bh$

قوة القطع النوعية N/mm^2 — 

$$k_s = \frac{F_s}{as} = \frac{F_s}{bh}$$

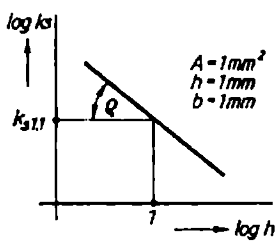
قانون قوة قطع Kienzle (تشمل تأثير s أو h) — $\frac{F_s}{b} = k_{s1.1} \cdot h^{1-m}$

قوة القطع النوعية المنسوبة للمادة N/mm^2 (فقط أثناء تطبيقها على الدوران) عند 1 mm ثخانة الـــرايش و mm 1 عـــرض الرايش (انظر الجدول 44) — $k_s = \frac{k_{s1.1}}{h^m}$

ظل زاوية التقدم (ميل زاوية الصعود) — $m = \tan \rho$

قيم الزيادة — $1 - m$

سرعة القطع مقاسة بالواحدة m/s (الصيغة العامة) — $G = \pi dn$



الشكل 406، k_s كتابع لـ h

T زمن القطع لأداة جديدة مجلوخة — T زمن الوقوف

سرعات قطع زمن الوقوف — $v_{60}; v_{240}, v_{480}$

v_T مقاسة بالواحـــدة m/min (دوران v_{60}؛ دوران المـــسدس v_{240}، الدوران الآلي v_{480}

(الجدول 44) قوة القطع النوعية الوسطية عند المعالجة بالخراطة

المادة	σ_B/N mm^{-2} bzw. MPa قساوة Brinel HB	1-m	$k_{s1.1}$ N/mm^2	k_s بـ N/mm^2 أو MPa عند h بـ mm								
				0.063	0.10	0.16	0.25	0.40	0.63	1.0	1.6	2.5
St 34, St 42	500 حتى	0.83	1780	2820	2600	2400	2240	2060	1920	1780	1640	1520
St 50	520	0.74	1990	4200	3610	3190	2830	2500	2240	1990	1780	1580
St 60	620	0.83	2110	3310	3080	2830	2620	2440	2270	1110	1960	1820
St 70	720	0.70	2260	5120	4500	3920	3410	2990	2600	2260	1980	1740
Ck 45	670	0.86	2220	3240	3040	2840	2660	2500	2340	2220	2090	1960
Ck 60	770	0.82	2130	3430	3150	2920	2700	2490	2300	2130	1960	1810
16 MnCr 5	770	0.74	2100	4350	3830	3400	3020	2660	2360	2100	1880	1670
GGL 15	200	0.79	950	1670	1510	1370	1250	1140	1040	950	850	780
GGL 25	245	0.74	1160	2360	2100	1870	1660	1470	1300	1160	1050	930

عينت بالقيم: المعادن القاسية، قص عمل حاد، دون إعطاء مجال الارتياب

زاوية الأداة	$\alpha°$	$\beta°$	$\gamma°$	$\varepsilon°$	$\chi°$	$\lambda°$	R بـ mm	سرعة القطع $v = 90...125 \frac{m}{min}$
معالجة الفولاذ	5	79	6	90	45	4	1	العملية: دوران طولي $b : h \geq 4$
معالجة حديد الصب	5	83	2	90	45	4	1	قابل للتطبيق بعوامل العملية، القشط، الثقب، التفريز، التخليق، والتجليخ

العلاقة بين B-v-t $B = t^n C_B$

B عرض المميز الاستهلاكي mm

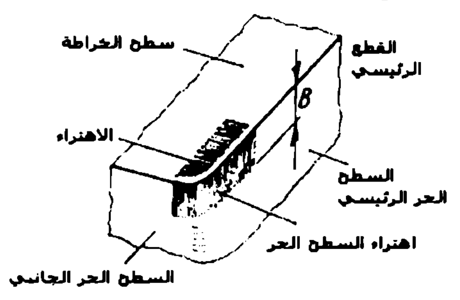
t زمن القطع مقاس بالواحدة min

v سرعة القطع m/min

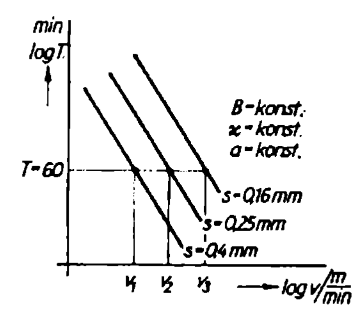
$n = \tan \eta$ قيمة الصعود

C_B ثابت

عرض المميز المستهلك الاعتيـــادي 0.2؛ 0.5؛ 0.8 و 1.2 mm حسب طريقة إنجاز العمل.



الشكل 407a أشكال الاهتراء في أداة القطع



الشكل 407b، مخطط - T, v, s

سرعة القطع في زمن الوقوف m/min $v_T = \frac{C_T}{T^y}$

C_T سرعة القطع من أجل زمن الوقوف T = 1 min

y أس زمن الوقوف

سرعة قطع زمن الوقوف الحقيقي الممكن الوصول إليه m/min $v_{tat} = \pi d n_{tat}$

d القطر مقاس بالواحدة m حيث:

للمعالجة الخارجية - قطر الأنبوب

للمعالجة الداخلية - قطر جاهز

n_{tat} مقاسة بالواحدو $\frac{U}{min}$ عدد الدورات الحقيقي القابل للتعيير في الآلة

سرعة القطع النظرية بزمن الوقوف m/min $v_{Tth} = v_{TTab} K_\chi K_a K_{Kr} K_U K_{ku} K_B$

v_{TTab} سرعة القطع بزمن الوقوف

K_χ عامل التصحيح لزاوية العيار (تتعلق بالمادة والقطع)

وبتقريب كبير نطبق:

$K_\chi = 1$ عند $\chi = 45°$، $K_\chi = 0.95$ عند $\chi = 70°$، و$K_\chi = 0.9$ عند $\chi = 90°$

K_a عامل التصحيح لعمق القطع (يتعلق بمادة القطع) للمعادن القاسية ذات المحتوى العالي من التيتان الكاربيدي

(نوع p) نطبق $K_a = 1$ عند a = 5 mm؛ قيمة K_a تزداد عند a = 1 mm إلى $K_a =$ 1.18، إن قيمة K_a تنخفض حتى a = 10 mm إلى $K_a = 0.92$

K_{Kr} عوامل التصحيح من أجل قشور الدرفلة والقص أو الصب

$K_{Kr} = 1$ للمواد بدون قشور

$K_{Kr} = 0.7 ... 0.75$ للفولاذ مع قشرة

$K_{Kr} = 0.6$ لـــ GG مع قشرة

K_U عوامل التصحيح لتوقفات القطع

$K_U = 1$ بدون توقفات القطع

$K_U = 0.8 ... 0.85$ عند توقفات القطع

K_{Ku} عامل التصحيح للتبريد

$K_{Ku} = 1$ عند القطع الجاف

$K_{Ku} = 1.4...1.5$ التبريد أثناء الدوران

$K_{Ku} = 1.8$ تبريد عند دوران المسدس

$K_{Ku} = 1.75$ تبريد عند الثقب

K_B عامل تصحيح لعرض المميز المتآكل:

المعادن القاسية تكون $K_B = 1$، عند $B = 0.8$ mm و$K_B = 0.8$ عند $B = 0.5$ mm عرض المميز المتآكل.

سرعة زمن الوقوف النظرية m/min $v_{Tth} = \pi d n_{th}$

عدد الدورات النظرية U/min $n_{th} = \frac{v_{Tth}}{d}$

n_{tat} عدد الدورات القابلة الحقيقية للتعيير في الآلة U/min، التي تكون قريبة من عدد الدورات النظرية ويتم اختيارها في الشروط النظامية لآلية أقل مـــن n_{th}، وبـــذلك ينخفض زمن الوقوف المطلوب.

حجم الرايش cm^3/min $V = Av = asv$

معادلة قوة القطع حسب Kienzle بواحدة N $F_s = bh^{1-m} k_{s1.1}$

(حقل التوزيع الطبيعي حسب Kienzle مـــن 18% → 12 من قوة القطع)

$F_s = ask_s K_v K_\gamma K_{sch} K_{ver}$

$K_\gamma = 1 - \frac{\gamma - \gamma_0}{66.7}$

من أجل مادة رايش طويلة $\gamma_0 = 6°$

من أجل مادة رايش قصيرة $\gamma_0 = 2°$

K_{Sch} عامل التصحيح لمادة القطع

$K_{Sch} = 1$ لجميع المعادن القاسية والفولاذ ذو العمل السريع.

$K_{Sch} = 0.95 \ldots 0.9$ لسيراميك القطع للفولاذ ومعالجة حديد الصب.

K_v عامل التصحيح لسرعة القطع

عوامل التصحيح

v m/min	20	30	40	50	60	70	80	100	200	300	400
K_v	1.25	1.2	1.15	1.1	1.08	1.05	1.03	1.0	0.96	0.93	0.91

هذه القيم صالحة للخراطة، للفرز، للقشط والصدم

عند القشط والصدم نطبق $K_v = 1.18$ كقيمة وسطية، عند التثقيب، عند النـــشر، والتحويف وعلى العكس تحذف K_v عند التحليخ.

K_{ver} عامل التصحيح للاهتراء

$K_{ver} = 1$ لأداة حادة

$K_{ver} = 1.3 \ldots 1.5$ لأداة غير حادة

استطاعة القطع والتشغيل P_s و P_A

$P_s = F_s\, v_T$

استطاعة القطع kW

F_s مقاسة بالواحدة N؛ v_T مقاسة بالواحدة m/s

$P_A = \frac{P_s}{\eta}$

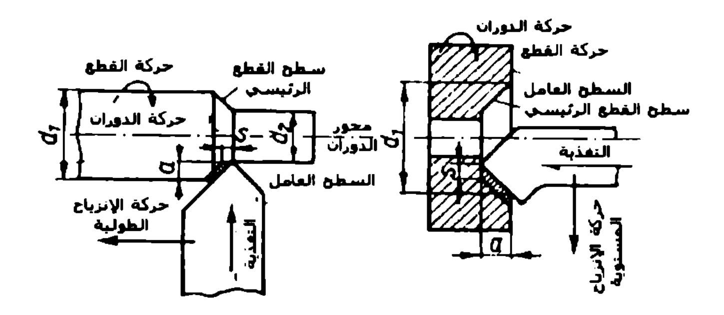
استطاعة التشغيل للأداة

η مردود لأداة القطع $\eta = 0.7 \ldots 0.85$

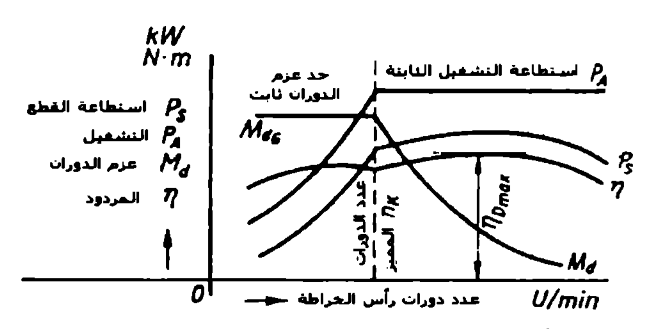
(P_A الاستطاعة الاسمية للمحرك الكهربائي)

2.2 حساب قوى القطع، استطاعة القطع والتشغيل

1.2.2 الخراطة



الشكل 408 حركة أداة القطع والأداة



الشكل 409 خطوط تعريف آلة الدوران (آلية ذات مراحل)

مجال عدد الدورات $s \quad = B = \frac{n_{max}}{n_{min}}$

قفزة المراحل $\varphi \quad = \sqrt[z-1]{\frac{n_{max}}{n_{min}}} = \sqrt[z-1]{B}$

النظامية 1.12؛ 1.25؛ 1.4؛ 1.6؛ 2.0

حد عزم الدوران Nm $M_{dG} = 9555\frac{P_{sK}}{n_K}$

P_{sK} استطاعة القطع kW عند عدد الدورات الاسمي

n_K عدد الدورات الاسمي (عندما تكون غير معطـــاة من المنتج، غالباً في نهاية الربع الأول من مجال عـــدد الدورات)

2.2.2 *القشط والصدم*

قوى القطع انظر العلاقات الأساسية.

استطاعة القطع للقشط والصدم كما في العلاقات الأساسية، بدلاً من v نعوض r_a عند القشط وv_{am} عند الصدم.

سرعة القطع m/min عند الشوط العامل، m المودول، $v_a = \frac{\pi m z n_a}{1000}$

z عدد أسنان شقوق التشغيل

n_a عدد الدورات لشقوق التشغيل

سرعة الإرجاع m/min $v_r = \frac{\pi m z n_r}{1000}$

n_r عدد دورات الإرجاع لشقوق التشغيل

نسبة السرعة q = 1.4 ... 1.35 $q = \frac{v_r}{v_a}$

تكون q صغيرة عند قصر القشط وكبيرة عند طول القشط

تصلح أيضاً من أجل التشغيل الهيدروليكي الكامـــل، لأن v_a وv_r قابلتان للمعايرة

استطاعة التشغيل kW $P_A = \frac{[F_s + \mu(G_T + G_W)]v_a}{\eta}$

v_a سرعة القطع عند شوط العمل m/s

G_T وزن الطاولة N

G_W وزن الأداة N

$\mu \approx 0.15$ للمسار المسطح

$\mu \approx 0.3$ للمسار على شكل V

$\eta = 0.4 \ldots 0.75$

الصدم مع دوران ذراع الإدارة المهتز بـ $q = 1.4 \ldots 2$

(في آلية بسيطة (طول الشوط < 250 mm) تصبح q = 1)

سرعة القطع الوسطية عند شوط العمل $v_{am} = \frac{L180°.n_{DH}}{\alpha°}$

سرعة الإرجاع الوسطية عند شوط الإرجاع $v_{rm} = \frac{L180°.n_{DH}}{\beta°}$

تجيب الزاوية β (α + β = 180°) $\cos\beta = \frac{L}{2R}$

R ثابت الآلة (نصف القطر، الذي يصف الذراع المهتز)

السرعة الوسطية $v_m = 2Ln_{DH} = \frac{2L}{t_a + t_r}$

t_a زمن شوط العمل

t_r زمن شوط الإرجاع

استطاعة التشغيل مقاسة بالواحدة kW $P_A = \frac{F_a v_{am}}{\eta}$

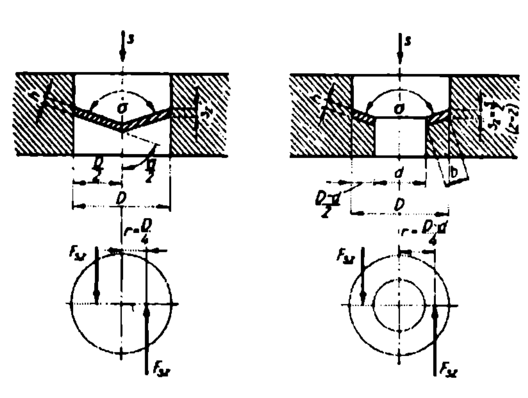
v_{am} سرعة القطع الوسطية أثناء شوط العمل m/s

$\eta = 0.6 \ldots 0.8$

3.2.2 الثقب

يمكن تطبيق علاقات قوى القطع حسب Victor أيضاً كما حسب Kienzle.

التشابه بين الثقب والخراطة الداخلية.



الشكل 410، علاقات القيم والقوى أثناء الثقب

الشوط لكل قطعة مقاس بالواحدة mm/z	$s_z = \frac{s}{z}$
s الشوط لكل دورة ثقب مقاس بالواحدة mm/U	
z عدد القطعات (z = 2 أثناء الثقب اللولبي)	
سماكة الرايش مقاسة بالواحدة mm	$h = s_z \sin\frac{\sigma}{2}$
σ زاوية القمة	
عرض الرايش مقاس بالواحدة mm	$b = \frac{D-d}{2\sin\frac{\sigma}{2}}$
D قطر الثقب مقاس بالواحدة mm	
d القطر المثقوب مسبقاً	
قوة القطع مقاسة بالواحدة N في بداية الثقب	$F_{sz} = \frac{D-d}{2} s_z k_s f_B K_{ver}$
قوة القطع مقاسة بالواحدة N أثناء الثقب بكامل المادة	$F_{sz} = \frac{D}{2} s_z k_s f_B K_{ver}$

k_s الثقب ≈ k_s عند الخراطة، تحسب كتابع لـ h

عوامل العملية

$f_B = 1$ أثناء الثقب لكامل المادة

$f_B = 0.95$ في بداية الثقب

$K_{ver} = 1.25 ... 1.4$ عامل التصحيح لاستهلاك القطع

قوة الإزاحة مقاسة بالواحدة N

$$F_v \approx 2F_{sz} \sin\frac{\sigma}{2}$$

عزم الدوران أثناء الثقب بكامل المادة مقاس بالواحدة N cm؛ D مقاسة بالواحدة mm

$$M_d = 2F_{sz}\frac{D}{4}\frac{1}{10}$$

$$M_d = F_{sz}\frac{D}{20}$$

عزم الدوران في بداية عند الثقب مقاس بالواحدة N cm

$$M_d = 2F_{sz}\frac{D+d}{4}\frac{1}{10}$$

$$M_d = F_{sz}\frac{D+d}{20}$$

D و d مقاسان بالواحدة mm

استطاعة القطع مقاسة بالواحدة kW عند الثقب بكامل المادة

$$* P_s = \frac{M_d n}{955000}$$

n مقاسة بالواحدة 1/min و M_d مقاس بالواحدة N cm

استطاعة القطع مقاسة بالواحدة kW

$$P_s = F_{sz}\, v$$

استطاعة القطع مقاسة بالواحدة kW في بداية الثقب

$$P_s = \frac{1}{2}F_{sz}(v_D + v_d)$$

v_D سرعة القطع عند القطر الأعظمي m/s

v_d سرعة القطع عند القطر الأصغري m/s

استطاعة التشغيل مقاسة بالواحدة kW بإهمال استطاعة الانزلاق الصغرى

$$P_A = \frac{Ps}{\eta}$$

$\eta = 0.75 ... 0.85$ مردود آلة الثقب

4.2.2 السحل

معطيات القيم (انظر الشكل 246)

انظر أيضاً علاقات الثقب، عند السحل يكون عامل القطع غالباً أكبر من 2

سماكة الرايش مقاسة بالواحدة mm عند رأس أو عنق $h = s_z = \frac{s}{z}$

أداة السحل $\left(\frac{\sigma}{2} = 90°; \sin\frac{\sigma}{2} = 1\right)$

عامل العملية $f_{se} = 1.0$

عامل التصحيح لاستهلاك القطع $K_{ver} = 1.3$

قوة القطع للقصة الواحدة مقاسة بالواحدة N $F_{sz} = \frac{D-d}{2} s_z k_s f_{se} K_{ver}$

عزم الدوران مقاس بالواحدة N cm $M_d = F_{sz} \frac{z(D-d)}{4 \times 10}$

استطاعة القطع مقاسة بالواحدة kW $P_s = \frac{F_{sz} z(v_D + v_d)}{2}$

v_D، v_d مقاستان بالواحدة m/s

5.2.2 الحك

استطاعة القطع مقاسة بالواحدة kW $* P_s = \frac{M_d n}{955000}$

عزم الدوران N cm (قيم تجريبية)

n مقاسة بالواحدة U/min

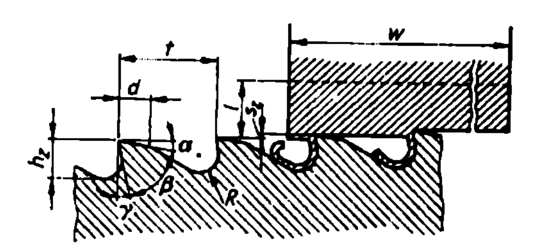
إن حساب القوى والاستطاعات أثناء الحك غير ضروري في أغلب الأحيان.

6.2.2 التفريغ

عواما الرايش هي:

سرعة قص منخفضة، انزلاق أسنان منخفض، رايش لولبي، أدوات متعددة القطع مرور الرايش عند التفريغ الداخلي والخارجي مختلف، والطلاء والتلميع بعملية واحدة.

نسب الهحوم في التفريغ



قوة القطع بواحدة N للتفريغ الداخلي والخارجي مع قطع متوسطة منتظم مهترئة (مستهلكة)

$F_s = a\, k_s\, s_z\, z_{iE}\, f_R\, K_\gamma\, K_{ver}$

عوامل العملية:

$f_R = 1.6$ للتفريغ الداخلي

$f_R = 1.05$ للتفريغ الخارجي

عامل التصحيح للاستهلاك $K_{ver} = 1.3 \dots 1.5$ أكبر قيمة حوالي نهاية زمن الوقوف.

w طول التفريغ في قطعة المساحة مقاس بالواحدة mm

عدد الأسنان المعترضة

$n = \frac{w}{t}$

t جزء السن المضروب مقاس بالواحدة mm

$t = 1.7 \dots 1.8\sqrt{w}$

التجزيء المسموح به mm (يجب أن يمنع تجـــاوز متانة الأداة)

$t_s = \frac{a s_z k_s w K_\gamma f_R}{A_{w\,min}\sigma_{z\,alla}}$

$A_{w\,min}$ مقطع الأداة الأصغري mm^2

$\sigma_{z\,alla}$ متانة الشد المسموح به للأداة الفولاذية

$\sigma_{z\,alla} = 300 \dots 350\ N/mm^2$

يجب التحقق أن $t \ge t_F$، و $t \ge t_s$

قوة القطع المسموح بها مقاسة بالواحدة N

$F_{allal} = \frac{2}{3} F_{nom}$

F_{nom} قوة الشد الاسمية مقاسة بالواحدة N

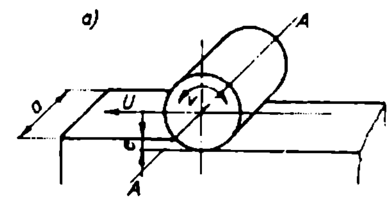
$P_s \quad = F_s v$

استطاعة القطع kw

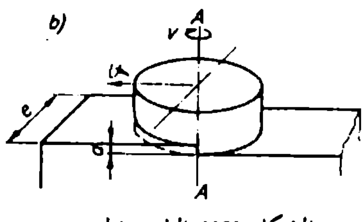
v سرعة القطع m/s

7.2.2 التفريز

من أجل شرح المصطلحات هناك الأشكال التالية



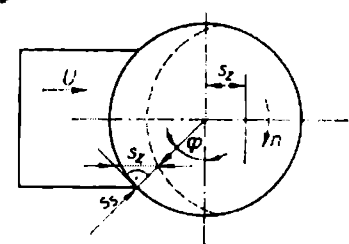
الشكل 412a التفريز السطحي (بالدخل)



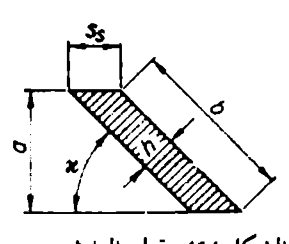
الشكل 412b التفريز الجبهي

الشكل 412 أنواع التفريز

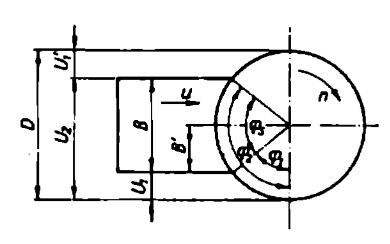
التفريز الجبهي Weilenmann



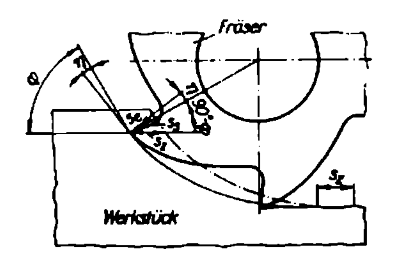
الشكل 413 نسب القطع
عند التفريز الجبهي



الشكل 414 مقطع الرايش
عند التفريز الجبهي



الشكل 415، قيم الزاوية والحسابات عند التفريز الجبهي



الشكل 416 انسحاب السن s_z؛ انسحاب القطع s_s وانسحاب التأثير s_e أثناء التفريز المتعاكس

حسب الأشكال 412 ... 416 يكون

$h = s_s \sin \chi$ $\quad$ $b = \dfrac{a}{\sin \chi}$ $\quad$ $v = \dfrac{\pi D n}{1000}$

سرعة الانزلاق (السحب) الأولى مقاسة بالواحدة mm/min $\quad$ $u = s_z z n$

z عدد أسنان سكين التفريز

s_z الانسحاب لكل سن فرز مقاس بالواحدة mm لكل سن

انسحاب القطع مقاس بالواحدة mm $\quad$ $s_s \approx s_z \sin \varphi$

φ زاوية اتجاه الانسحاب

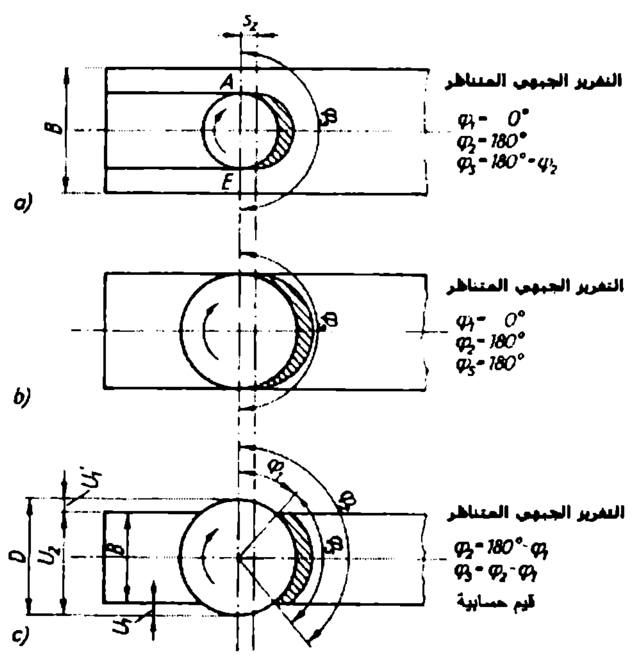
φ_1 زاوية اتجاه الانسحاب ببداية القطع $\quad$ $\cos \varphi_1 = 1 - \dfrac{2U_1}{D}$

φ_2 زاوية اتجاه الانسحاب بنهاية القطع $\quad$ $\cos \varphi_2 = 1 - \dfrac{2U_2}{D}$

φ_s زاوية قوس القطع $\quad$ $\varphi_s = \varphi_2 - \varphi_1$

سماكة الرايش الوسطي مقاسة بالواحدة mm $\quad$ $h_m = \dfrac{114.6}{\varphi_s^{\,o}} s_z \sin \chi \dfrac{B}{D}$

إن علاقات القياس للفرز الجبهي والوسط الخارجي ينتج من الأشكال التالية:



الشكل (417) قطر سكين التفريز وعرض قطع الأداة، موقع وسط سكين التفريز

قوة القطع الوسطية لكل سن مقاسة بالواحدة N

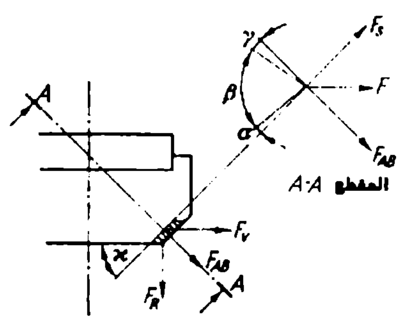
$$F_{smz} = b\ h_m\ k_s\ K_\gamma\ K_v\ K_{ver}$$

$K_{ver} = 1.2 \ldots 1.4;\ k_s,\ k_\gamma,\ k_v$

انظر العلاقات الأساسية

عدد مرات القطع، المصادفة أثناء القطع (ولا دورة)

$$z_{iE} = \frac{z\varphi_s^{\ o}}{360°}$$



الشكل 418 قوى القطع في الفرز الجبهي

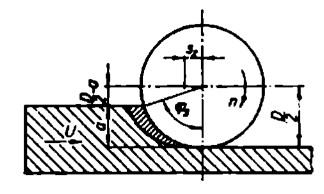
استطاعة القطع مقاسة بالواحدة kW $\qquad P_s = F_{smz}\, v\, z_{iE}$

v مقاسة بالواحدة m/s

استطاعة التشغيل مقاسة بالواحدة kW $\qquad P_A = \dfrac{P_s}{\eta}$

$\eta = 0.6 \ldots 0.8$

التفريز الاسطواني



الشكل 419 نسب التغذية عند التفريز الاسطواني

باستخدام العلاقات العادية:

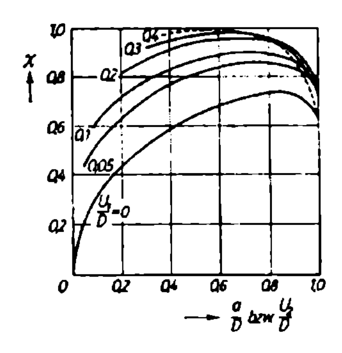
b = B عرض الرايش يساوي عرض القطع $\qquad \varphi_1 = 0°;\ \varphi_s = \varphi_2;\ \sin\chi = 1;$

$K_{ver} = 1.2 \ldots 1.4$، انظر العلاقات الأساسية K_s، K_γ، K_V

سماكة الرايش الوسطي مقاسة بالواحدة mm $\qquad h_m = \dfrac{114.6°}{\varphi_s°} s_z \dfrac{a}{D}$

($h_m = \chi\, s_z$) الشكل (420)

زاوية قوس القطع مقاسة بالدرجة. $\cos\varphi_s = 1 - \frac{2a}{D}$



الشكل 420 مخطط لإيجاد سماكة الرايش الوسطي

المنحني $\frac{U_1}{D} = 0$ للتفريز الاسطواني؛ المنحني $\frac{U_2}{D}$ للتفريز الجبهي

قوة القطع الوسطية لكل سن من سكين التفريز مقاسة بالواحدة N $F_{smz} = B\, h_m\, k_s\, K_\gamma\, K_v\, K_{ver}$

B سماكة الأداة أو الفارزة $* V = \frac{aB_u}{1000}$

حجم الرايش مقاس بالواحدة cm^3/min

u سرعة الانسحاب mm/min

حجم الرايش النوعي مقاس بالواحدة $cm^3/(kW\ min)$ $V_s = \frac{6120}{k_s K_\gamma K_v K_{ver}}$

استطاعة القطع بواحدة kW $P_s = F_{smz}\, v\, z_{iE}$

v بواحدة m/s $P_s = \frac{V}{V_s}$

استطاعة التشغيل kW $P_A = \frac{P_s}{\eta}$

$\eta = 0.6 \dots 0.8$

8.2.2 التجليخ، الصقل

تكون قوى التجليخ صغيرة نسبياً، وبشكل عام لا تحسب هذه القوى، لأن هناك عوامل تأثير كثيرة يجب أخذها بعين الاعتبار.

صيغ التقريب لقوة التجليخ مقاسة بالواحدة N

$$* F_s = \frac{\tau_0 a s v_w}{60 v_s}$$

τ_0 متانة القص مقاسة بالواحدة N/mm^2

a التوزيع mm

s الانزياح الطولي mm/U

v_s السرعة المحيطية للجسم المجلوخ

v_w السرعة المحيطية للأداة

استطاعة القطع kW

$$P_s = F_s v_s$$

استطاعة التشغيل kW

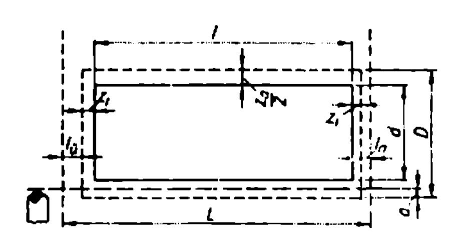
$$P_A = \frac{P_s}{\eta}$$

$\eta \approx 0.4 \dots 0.5$

3.2 حساب الزمن الأساسي للآلة t_{Gm} بـ min (الزمن الرئيسي)

1.3.2 الخراطة

الخراطة الطولية



الشكل 421 نسب المسافة عند الخراطة الطولية

مميزات القياس (انظر الشكل 421)

$$* t_{Gm} = \frac{\pi LDi}{1000sv} = \frac{L}{ns}$$

s الانزياح مقاس بالواحدة mm/U

$$D = d + 2Z_a$$

Z_a إعادة المعالجة

n عدد الدورات مقاسة بالواحدة U/min

$$t_{Gm} = \frac{Li}{ns} = \frac{Li}{u}$$

$l_a + l_u$ مسافة البداية والمسير

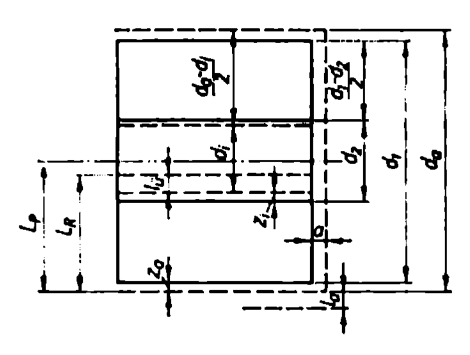
i عدد مرات القطع

Z_i إعادة المعالجة

l طول قطعة الأداة (القياس النهائي)

$L = l + 2zl + l_a + l_u$ مسافة الخراطة مقاسة بالواحدة mm

الخراطة السطحية (n = const)



الشكل 422 نسب المسافة في الخراطة السطحية

علاقات القياس (انظر الشكل 422)

$$t_{Gm} = \frac{L_R i}{ns}$$

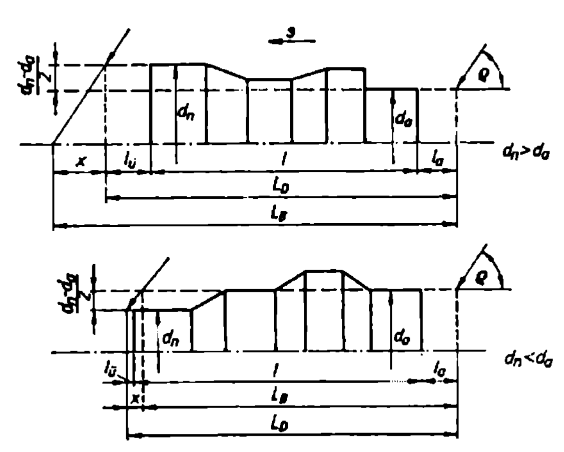
مسافة الأداة مقاسة بالواحدة mm

$$L_R = l_a + l_u \frac{d_a + d_i}{2}$$

المساحة الكلية - علاقات القياس (انظر الشكل 422)

مسافة الأداة مقاسة بالواحدة mm $L_p = l_a + \frac{d_a}{2}$; $t_{Gm} = \frac{L_R i}{ns}$

الخراطة الطولية حسب الشكل



الشكل 423 نسب المسافة أثناء الخراطة الطولية حسب الشكل
مع تغذية مائلة لأداة الخراطة، حيث n_D و s ثوابت

شرط أن تقاس المسافة بالواحدة mm، خلال الوضع المائل لأداة الخراطة (إطالة أو تقصير) $x = \frac{d_n + d_a}{2 \tan \rho}$

ρ وضع مائل لأداة الخراطة (55°)

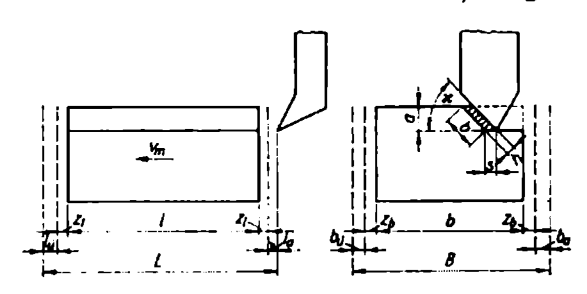
علاقات القياس انظر الشكل 423 $t_{Gm} = \frac{L_B i}{sn} = \frac{i(L_D + x)}{sn}$

تغير الانزياح (mm/U) $s_t = s \frac{\sin \rho}{\sin(\rho + \alpha)}$

α موجبة عند الصعود
α سالبة عند الهبوط
} زاوية مخروط منصفة

أثناء رفع أو تخفيض الانزياح الأولي وعند أقطار مختلفة للأداة مـــع عـــدد دورات متغيرة لرأس الخراطة أثناء عملية الخراطة يجب أن تحسب t_{Gm} على شكل خطوات من القيم التابعة لها.

2.3.2 القشط والصدم



الشكل 424 طرق العمل عند القشط والصدم

$$L = l + 2z_l + L_a + l_u$$

$$B = b + 2z_b + b_a + b_u$$

$l_a = l_u = 100...600\,mm$

$b_a = bu = 3...6mm$

z_l و z_b إضافات المعالجة لعرض أو طول المشفرة

شوط مضاعف لكل دقيقة $* n_{DH} = \frac{v_m}{2L}$

v_m السرعة الوسطية مقاسة بالواحدة m/min

القشط $* t_{Gm} = \frac{Bi}{sn_{DH}}$

s الانسحاب مقاس بالواحدة mm/DH

صدم عزقة $* t_{Gm} = \frac{2H_h L_w i}{sv_m}$

$L_N = a + b_a$ عمق العزقة مقـــاس بالواحـــدة mm

بمسافة الدروان.

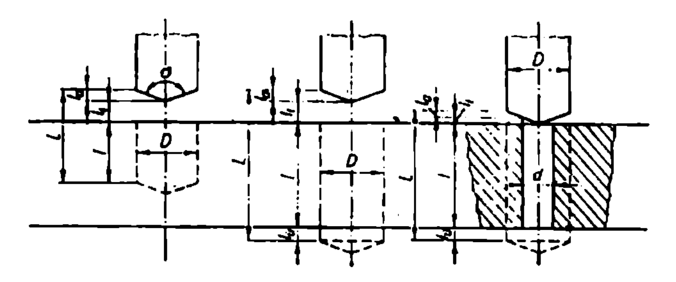
a طول العزقة mm

H_h عمق العزقة مقاس بالواحدة mm ومـــا يتبعـــه

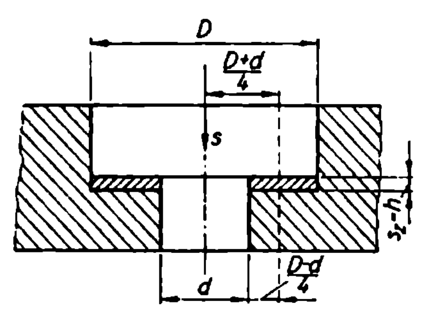
بمسافة الدوران وزيادته.

$$b_a = b_u = 1.5...3\,mm$$
$$l_a = l_u = 10...50\,mm$$

3.3.2 الثقب والإنزال



الشكل 425 طرق العمل عند الثقب



الشكل 426 معطيات قيم للإنزال

معطيات الطول لرأس المثقب مقاس بالواحدة mm

$$l_a = \frac{D}{2\tan\frac{\sigma}{2}}$$

$l_a \approx 0.3\,D$ من أجل $\sigma = 112°$ عند الثقب بكامل الأداة

عند الثقب والإنزال $l_a = l_u = 0$ عند الثقب والإنـــزال للرأس والعنق المتزل

$$l_a = \frac{D \quad d}{2\tan\frac{\sigma}{2}}$$

$l_e + l_u = 0$ من أجل الحك

مسافة الثقب الكلية مقاس بالواحدة mm

$$L = l + l_a + l_u$$

علاقات القياس (انظر الشكل 425)

$$t_{Gm} = \frac{Li}{ns}$$

$l_e \approx l_u$ (بشكل عام 3 mm ... 1)

$l_u = 0$ عند عملية الثقب الأساسي

4.3.2 التفريغ (التجويف)

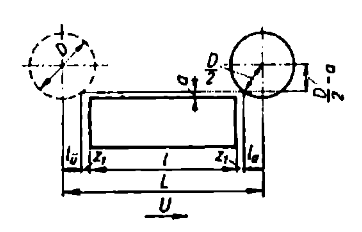
H الشوط المعين للآلة مقاسة بالواحدة mm

$$* \; t_{Gm} = \frac{Hi}{v}$$

v مقاسة بالواحدة m/min

5.3.2 التفريز

التفريز الاسطواني



الشكل 427 طول الفرزة عند التفريز الاسطواني

مسافة بداية الدوران مقاسة بالواحدة mm $\quad l_a = 1.5 + \sqrt{a(D \quad a)}$

$l_a = 1.5$ mm

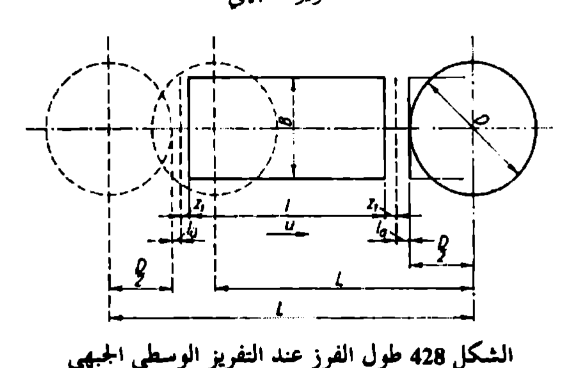
$L = l + 2z_1 + l_a + l_u$

طول الفرزة بواحدة mm (علاقات القياس انظر الشكل)

z_1 معطيات المعالجة للطرف الجبهي

a عمق القطع مقاس بالواحدة mm

التفريز الجبهي



الشكل 428 طول الفرز عند التفريز الوسطي الجبهي

$$l_a = 1.5\,\text{mm} + \frac{D}{2} \quad 0.5\sqrt{D^2 \quad B^2} \qquad\qquad l_u = 1.5\,\text{mm}$$

من أجل التفريز الوسطي الجبهي الخارجي (محور الفارزة ضمن سطح الأداة)

$$l_a = 1.5\,\text{mm} + \frac{D}{2} \quad \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 \quad B'^2} \qquad\qquad t_u = 1.5\,\text{mm}$$

نطبق بشكل عام

$$l_a = l_u ; l_a = 1.5\,\text{mm} + \frac{D}{2} ; l_a + l_u = 3\,\text{mm} + D$$

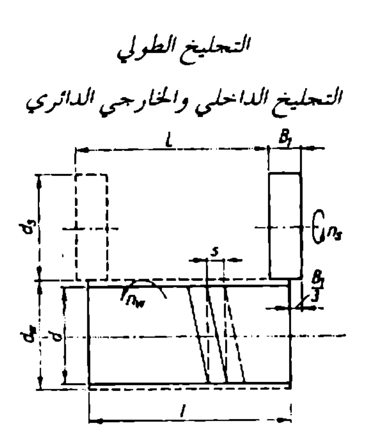
الزمن الأساسي للتفريز الجبهي والاسطواني

u سرعة الانسحاب مقاسة بالواحدة mm/min $\quad t_{Gm} = \frac{Li}{u}$

6.3.2 التجليط

التحليخ الطولي

التحليخ الداخلي والخارجي الدائري



الشكل 429 مسافة التجليخ عند التجليخ الدائري الخارجي

السرعة المحيطية للجسم المجلوخ $v_s = \pi n_s d_s$

d_s مقاس بالواحدة mm؛ n_s مقاسة بالواحدة m/s

$v_s \approx 25 ... 30$ m/s (غالباً تعطى من المنتج)

نسبة السرعة بين صفيحة التحليخ والأداة $q = \frac{v_s}{v_w}$

$q \approx 120$ للفولاذ (مجلوخ)

$q = 100$ للغرافيت GG (مجلوخ)

تجليخ طبقي $\approx 2q$

تجليخ ناعم $\approx 4q$

(تتبع عملية التحليخ ونوع تغذية صحيفة التحليخ)

v_w السرعة المحيطية للأداة m/min

عدد دورات الأداة U/min $n_w = \frac{v_w}{\pi d_w}$

d_w قطر الأداة مقاس بالواحدة mm

عدد الأشواط عند التحليخ الخارجي $i = \frac{d_a - d_w}{2a}$

d_a قطر الأنبوب mm

d_w القطر المحلوخ مقاس بالواحدة mm

a التوزيع mm

عدد الأشواط عند التحليخ الداخلي $i = \frac{d_w - d_t}{2a}$

d_w القطر المحلوخ مقاس بالواحدة mm

d_l قطر الأنبوب المثقوب مقاس بالواحدة mm

مسافة التحليخ مقاسة بالواحدة mm $L = l \quad \frac{1}{3} B_l$

l طول الأداة مقاسة بالواحدة mm

B_l عرض قرص التحليخ mm

التغذية

تحليخ للفولاذ $a \approx 0.01 \ldots 0.03$ mm

تحليخ طبقي للفولاذ $a \approx 0.003 \ldots 0.005$ mm

تحليخ للغرافيت $a \approx 0.05 \ldots 0.08$ mm

تحليخ طبقي للغرافيت $a \approx 0.005 \ldots 0.03$ mm

الانسحاب الطويل لكل دورة للأداة مقاس بالواحدة mm/U

$s_w = (0.04 \ldots 0.7) B_l$ للتحليخ الفولاذ؛ Al؛ B_z؛ M_s

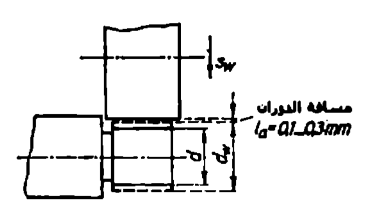
$s_w = (0.2 \ldots 0.4) B_l$ للتحليخ الطبقي للفولاذ Al؛ B_z؛ M_s

$s_w = (0.6 \ldots 0.8) B_l$ للتحليخ لمادة الغرافيت

$s_w = (0.2 \ldots 0.5) B_l$ للتحليخ الطبقي لمادة الغرافيت

$$t_{Gm} = \frac{Li}{s_w n_w}$$

التجليخ عن طريق اللدغ



الشكل 430 مسافة التجليخ عند التجليخ عن طريق اللدغ

z إعادة إضافة المادة مقاسة بالواحدة mm $\qquad L = \frac{z}{2} + l_a$

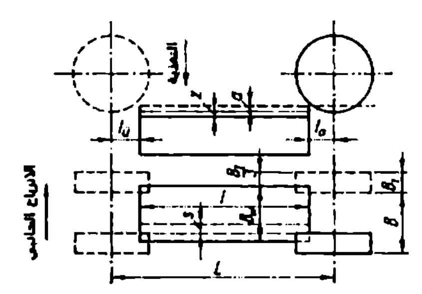
l_a مسافة الدوران ($\approx 0.1 \ldots 0.3$ mm)

s_w الانسحاب القطري لكل دورة للأداة بواحدة $\frac{1}{min}$ $\qquad t_{Gm} = \frac{L}{s_w n_w}$

$$s_w = 0.02 \ldots 0.008 \ \frac{1}{min}$$

تجليخ السطوح

تجليخ السطوح مع محيط جسم التجليخ



الشكل 431، مسافة التجليخ عند تجليخ السطوح مع محيط جسم التجليخ

طول الشوط مقاس بالواحدة mm $\qquad L = l + l_a + l_u$

$$l_a = l_u = 15 \ldots 30 \text{ mm}$$

مسافة التجليخ مقاسة بالواحدة mm $B = B_w - \frac{1}{3} B_l$
(مسافة التوصيل باتجاه عرض الأداة)

عدد الشوط المضاعف ($DH.\frac{1}{min}$) $n_{DH} = \frac{v_w}{2L}$

$q \approx 30$ للغرانيت و $q \approx 80$ للفولاذ $q = \frac{v_s}{v_w}$

v_w سرعة الأداة باتجاه الشوط m/s
سرعة ما قبل الانزياح

v_s السرعة المحيطية لجسم التجليخ m/s

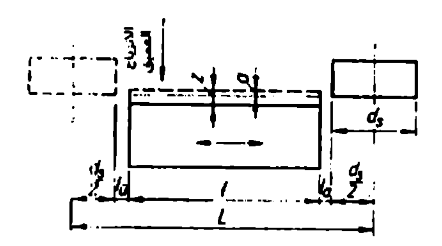
عدد المقاطع (التغذية) $i = \frac{z}{a}$

z إضافة المعالجة مقاسة بالواحدة mm

a التغذية لكل قصة مقاسة بالواحدة mm

s الانسحاب الجانبي مقاس بالواحدة mm $t_{Gm} = \frac{Bi}{n_{DH} s}$

تجليخ السطوح في السطح الجبهي للجسم المجلوخ



الشكل 432 مسافة التجليخ عند تجليخ السطوح بمحيط جسم جبهي للجسم المجلوخ

جسم المجلوخ يقبض على العرض الكلي لأداة العمل

طول الشوط مقاس بالواحدة mm $L = d_s + l + l_a + l_u$

d_s قطر الجسم المجلوخ مقاس بالواحدة mm

$l_a = l_u$ 15...25 mm

$$t_{Gm} = \frac{z}{an_{DH}}$$

z معطيات المعالجة مقاسة بالواحدة mm

a التغذية لكل شوط مضاعف DH مقاسة بالواحدة mm

جداول ومخططات

التوصيلات المركبة I

التوصيل	كتلة المقاومة		$\tan\varphi$	عملية قيمة الناقل		$\tan\varphi$
	الشكل الرمزي $\underline{Z}$	القيمة المطلقة Z	شعاع الجهد عكس شعاع التيار حول مدار $\varphi°$	الشكل الرمزي $\underline{Y}$	القيمة المطلقة Y	شعاع التيار عكس شعاع الجهد حول مدار $\varphi°$
R	R	R	0	$\frac{1}{R}$	$\frac{1}{R} = G$	0
L	$j\omega L$	$\omega L = X_L$	$+\infty$ الجهد يسرع التيار حول $90°$ بعد	$-j\frac{1}{\omega L}$	$\frac{1}{\omega L} = B_L$	$-\infty$ التيار يلحق الجهد بـ $90°$
C	$-j\frac{1}{\omega C}$	$\frac{1}{\omega C} = X_C$	$-\infty$ الجهد يسبق التيار حول $90°$ بعد	$+j\omega C$	$\omega C = B_C$	$+\infty$ التيار يسبق الجهد بـ $90°$
R L	$R + j\omega L$	$\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$	$\frac{\omega L}{R}$	$\frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} - j\frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$	$\sqrt{\left(\frac{R}{R^2 + (\omega L)^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}\right)^2}$	$-\frac{\omega L}{R}$
R C	$R - j\frac{1}{\omega C}$	$\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$-\frac{1}{R\omega C}$	$\frac{R}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j\frac{\frac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$\sqrt{\left(\frac{R}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\right)^2 + \left(\frac{\frac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\right)^2}$	$+\frac{1}{R\omega C}$
L C	$j\left(\omega L - \frac{1}{C\omega}\right)$	$\omega L - \frac{1}{\omega C}$	$+\infty$, $\omega L > \frac{1}{\omega C}$; $-\infty$, $\omega L < \frac{1}{\omega C}$	$-j\frac{1}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}$	$\frac{1}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}$	$-\infty$, عندما $\omega L > \frac{1}{\omega C}$; $+\infty$, عندما $\omega L < \frac{1}{\omega C}$
R L C	$R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$	$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$	$\frac{R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} - j\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$\sqrt{\left(\frac{R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right)^2}$	$\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

Technische Formeln

تركيب التوصيلات II

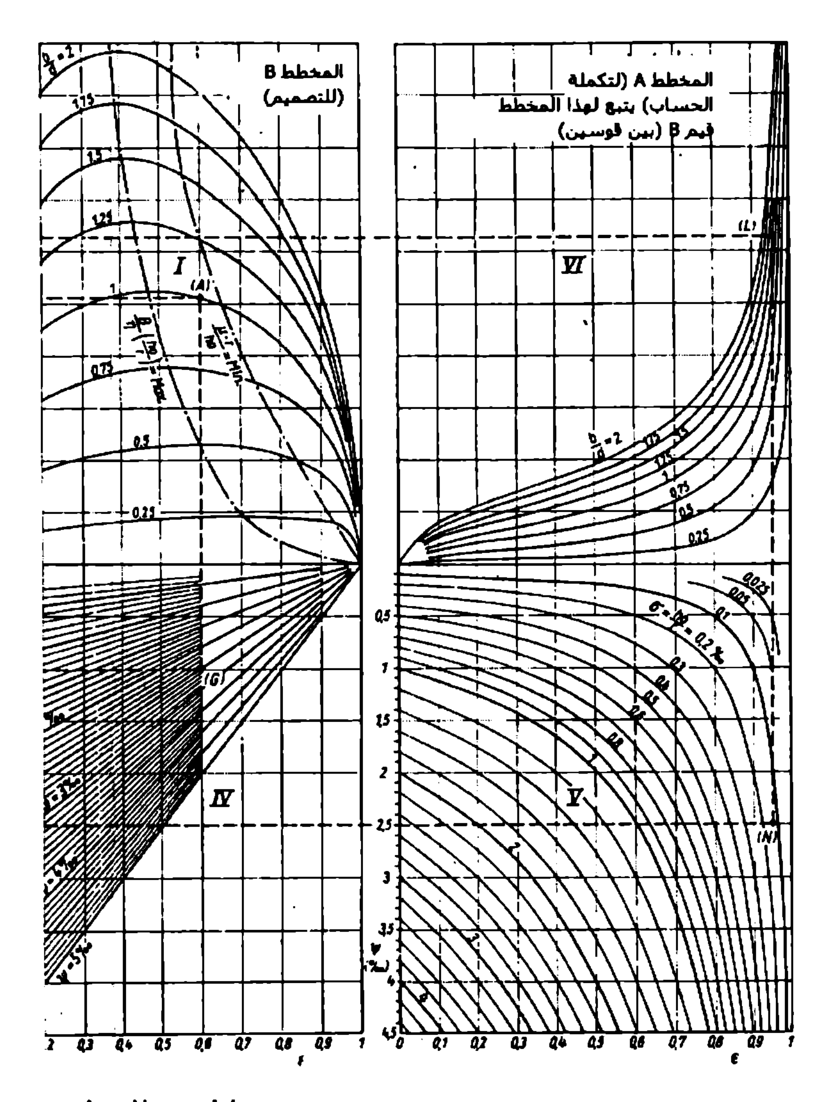
التوصيل	الشكل الرمزي $\underline{Z}$	القيمة المطلقة Z	$\tan\varphi$ شعاع الجهد وعكس شعاع التيار مدارة حوله φ	الشكل الرمزي $\underline{Y}$	القيمة المطلقة Y	$\tan\varphi$ شعاع التيار على شعاع الجهد حول φ مدارة
R_1, R_2	$\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$	$\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$	0	$\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}$	$\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}=G$	0
L_1, L_2	$j\frac{\omega L_1L_2}{L_1+L_2}$	$\frac{\omega L_1L_2}{L_1+L_2}$	$+\infty$	$-j\frac{L_1+L_2}{\omega L_1L_2}$	$\frac{L_1+L_2}{\omega L_1L_2}=B_L$	$-\infty$
C_1, C_2	$-j\frac{1}{\omega(C_1+C_2)}$	$\frac{1}{\omega(C_1+C_2)}$	$-\infty$	$+j\omega(C_1+C_2)$	$\omega(C_1+C_2)=B_C$	$+\infty$
R, L	$\frac{R(\omega L)^2}{R^2+(\omega L)^2}+j\frac{R^2\omega L}{R^2+(\omega L)^2}$	$\frac{R\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}$	$+\frac{R}{\omega L}$	$\frac{\omega L-jR}{R\omega L}$	$\frac{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}{R\omega L}$	$-\frac{R}{\omega L}$
R, C	$\frac{R}{1+(R\omega C)^2}-j\frac{R^2\omega C}{1+(R\omega C)^2}$	$\frac{R}{\sqrt{1+(R\omega C)^2}}$	$-R\omega C$	$\frac{1+jR\omega C}{R}$	$\frac{\sqrt{1+(R\omega C)^2}}{R}$	$+R\omega C$
L, C	$+j\frac{\omega L}{1-\omega^2LC}$	$\frac{\omega L}{1-\omega^2LC}$	عندما $(\omega^2LC<1)+\infty$; $(\omega^2LC>1)-\infty$	$-j\frac{1-\omega^2LC}{\omega L}$	$\frac{1-\omega^2LC}{\omega L}$	$-\infty$ عندما $\omega^2LC<1$ $+\infty$ عندما $\omega^2LC>1$
R, L, C	$\frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}-j\frac{\omega C-\frac{1}{\omega L}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}$	$\sqrt{\left[\frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}\right]^2+\left[\frac{\omega C-\frac{1}{\omega L}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}\right]^2}$	$-R\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)$	$\frac{1}{R}+j\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)$	$\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}$	$R\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)$

III تركيب التوصيلات

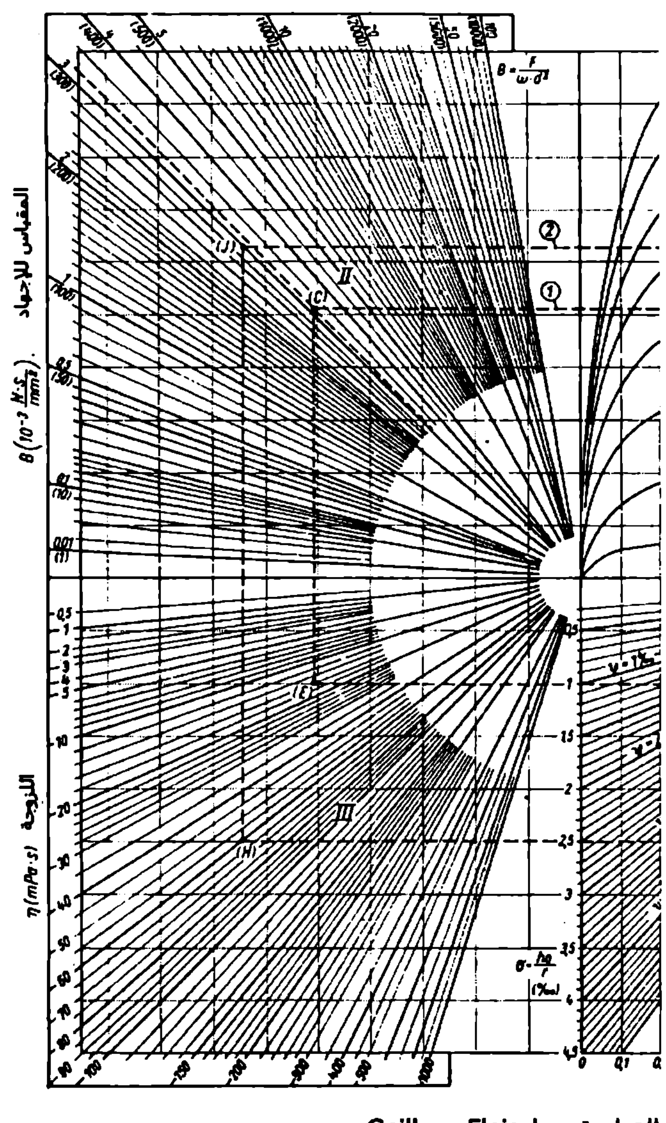
التوصيلة	الشكل الرمزي $\underline{Z}$	القيمة المطلقة Z	$\tan\varphi$ شعاع الجهد عكس شعاع التيار حول φ مدار
R_1, L_1, R_2	$\underbrace{R_2 + \frac{R_1(\omega L_1)^2}{R_1^2 + (\omega L_1)^2}}_{R'_{1,2}} + j\underbrace{\frac{R_1^2\omega L_1}{R_1^2 + (\omega L_1)^2}}_{X'_1}$	$\sqrt{R'^2_{1,2} + X'^2_1}$	$+\frac{X'_1}{R'_{1,2}}$
R_1, L_1, L_2	$\underbrace{\frac{R_1(\omega L_1)^2}{R_1^2 + (\omega L_1)^2}}_{R'_1} + j\underbrace{\left[\frac{R_1^2(\omega L_1)}{R_1^2 + (\omega L_1)^2} + \omega L_2\right]}_{X'_{1,2}}$	$\sqrt{R'^2_1 + X'^2_{1,2}}$	$+\frac{X'_{1,2}}{R'_1}$
R_1, L_1, C_2	$\underbrace{\frac{R_1(\omega L_1)^2}{R_1^2 + (\omega L_1)^2}}_{R'_1} + j\underbrace{\left[\frac{R_1^2\omega L_1}{R_1^2 + (\omega L_1)^2} - \frac{1}{\omega C_2}\right]}_{X'_{1,2}}$	$\sqrt{R'^2_1 \pm X'^2_{1,2}}$	$\pm\frac{X'_{1,2}}{R'_1}$
R_1, C_1, R_2	$\underbrace{\left[\frac{R_1}{1 + (R_1\omega C_1)^2} + R_2\right]}_{R'_{1,2}} - j\underbrace{\frac{R_1^2\omega C_1}{1 + (R_1\omega C_1)^2}}_{X'_1}$	$\sqrt{R'^2_{1,2} + X'^2_1}$	$-\frac{X'_1}{R'_{1,2}}$
R_1, C_1, L_2	$\underbrace{\frac{R_1}{1 + (R_1\omega C_1)^2}}_{R'_1} + j\underbrace{\left[\omega L_2 - \frac{R_1^2\omega C_1}{1 + (R_1\omega C_1)^2}\right]}_{X'_{1,2}}$	$\sqrt{R'^2_1 \pm X'^2_{1,2}}$	$\pm\frac{X'_{1,2}}{R'_1}$
R_1, C_1, C_2	$\underbrace{\frac{R_1}{1 + (R_1\omega C_1)^2}}_{R'_1} + j\underbrace{\left[\frac{R_1^2\omega C_1}{1 + (R_1\omega C_1)^2} + \frac{1}{\omega C_2}\right]}_{X'_{1,2}}$	$\sqrt{R'^2_1 + X'^2_{1,2}}$	$-\frac{X'_{1,2}}{R'_1}$
L_1, C_1, R_2	$R_2 + j\frac{\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1}$	$\sqrt{R_2^2 + \left(\frac{\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1}\right)^2}$	$\pm\frac{\omega L_1}{R_2(1 - \omega^2 L_1 C_1)}$
L_1, C_1, L_2	$j\left[\frac{\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1} + \omega L_2\right]$	$\frac{\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1} + \omega L_2$	$\pm\infty$
L_1, C_1, C_2	$j\left[\frac{\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1} - \frac{1}{\omega C_2}\right]$	$\frac{\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1} - \frac{1}{\omega C_2}$	$\mp\infty$
R_R, X_R → R_P, X_P	$R_P = \frac{R_R^2 + X_R^2}{R_R}$; $X_P = \frac{R_R^2 + X_R^2}{X_R}$		
R_P, X_P → R_R, X_R	R_P X_P $R_R = \frac{X_P^2 R_P}{R_P^2 + X_P^2}$; $X_R = \frac{R_P^2 X_P}{R_P^2 + X_P^2}$		

المخططات البيانية
لتوصيلات المركبة I و II

الوصل على التسلسل		الوصل على التوازي	
المخطط النسبي	التيار	المخطط النسبي	الجهد



مخطط نومو للمضاجع



القطرية Fleischer و Gnilke

جدول المحتويات

علم الحرارة الهندسي 217

تصميم الآلات 317

آلات العمل والقوة 377

هندسة الإنتاج والتشكيل 413

TECHNICAL POCKET REFERENCE FOR ENGINEERS

تبرز أهمية هذا الكتاب لكونه يحتوي على كافة القوانين العلمية والمعادلات الهندسية المستخدمة في شتى أنواع العلوم.
بالإضافة إلى الواحدات والجداول والرسوم التوضيحية الخاصة بكل علم.
يشمل هذا الكتاب العلوم المتنوعة التالية:

- الرياضيات.
- المعلوماتية.
- الفيزياء (ويتضمن: الاهتزازات والموجات وميكانيك الموائع والحرارة والصوت).
- الفيزياء الذرية.
- الميكانيك الهندسي.
- الهندسة الكهربائية.
- الهندسة الإلكترونية.
- هندسة التحكم.
- تصميم الآلات.
- الآلات الحرارية.
- هندسة تشكيل المعادن



30017
4520R0560400



http://www.raypub.com